

# Matura u Poljskoj

## – ispit iz matematike



Maturalni ispit iz matematike u Poljskoj pismeni je ispit provjere znanja i sposobnosti definiranih *Ispitnim standardom*, a temelji se na rješavanju zadataka zadanih na ispitnim listovima.

1. Maturalni ispit iz matematike kao obveznog predmeta zadaje se na osnovnoj razini. Ispit traje 170 minuta i sastoji se od rješavanja ispitnih zadataka kojima se provjerava sposobnost razumijevanja koncepata i njihove primjene u svakodnevnom životu, te rješavanju problemskih zadataka.

2. Maturalni ispit iz matematike kao dodatnog predmeta zadaje se na višoj razini. Ispit traje 180 minuta i sastoji se od ispitnih zadataka koji zahtijevaju sposobnost rješavanja matematičkih problema.

Smatra se da je kandidat položio ispit iz matematike na maturi ako dobije barem 30% bodova za rješavanje zadataka na osnovnoj razini.

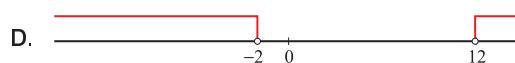
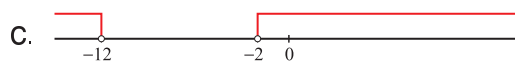
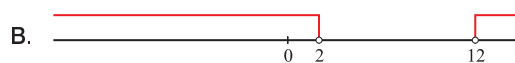
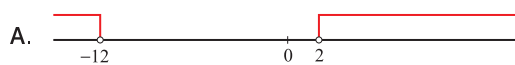
### Osnovna razina

Ispit iz matematike na osnovnoj razini sastoji se od tri skupine zadataka. Prva skupina sadrži dvadeset do trideset zadataka višestrukog izbora. Za svaki od tih zadataka dana su četiri odgovora, od kojih je samo jedan točan. Svaki zadatak ove skupine donosi najviše 1 bod, a kandidat točne odgovore označuje na posebnom listu za odgovore. Druga skupina sadrži pet do deset zadataka otvorenog tipa s kratkim odgovorima, a svaki zadatak može donijeti najviše 2 boda. Treća skupina sadrži tri do pet problemskih zadataka otvorenog tipa s produženim odgovorom koji nose 4, 5 ili 6 bodova. Za rješavanje svih zadataka kandidati mogu dobiti najviše 50 bodova.

### Zatvoreni zadaci

#### Zadatak 1. (1 bod)

Odaberite sliku koja prikazuje skup rješenja nejednakosti  $|7 + 5| > 5$ .



**Zadatak 2. (1 bod)**

Cijena hlača nakon sniženja od 30% je 126 kn. Kolika je bila početna cijena?

- A. 163.80 kn    B. 180 kn    C. 294 kn    D. 420 kn

**Zadatak 3. (1 bod)**

Izraz  $\left(\frac{2^{-3} \cdot 3^{-1}}{2^{-1} \cdot 3^{-2}}\right)^0$  jednak je:

- A. 1    B. 4    C. 9    D. 36

**Zadatak 4. (1 bod)**

Izraz  $\log_4 8 + \log_4 2$  jednak je:

- A. 1    B. 2    C.  $\log_4 6$     D.  $\log_4 10$

**Zadatak 5. (1 bod)**

Dani su polinomi  $W(x) = -2x^3 + 5x^2 - 3$  i  $P(x) = 2x^3 - 12x$ . Polinom  $W(x) + P(x)$  jednak je:

- A.  $5x^2 + 12x - 3$     B.  $4x^3 + 5x^2 + 12x - 3$   
C.  $4x^6 + 5x^2 - 12x - 3$     D.  $4x^3 + 12x^2 - 3$

**Zadatak 6. (1 bod)**

Rješenje jednadžbe  $\frac{3x-1}{7x+1} = \frac{2}{5}$  je:

- A. 1    B.  $\frac{7}{3}$     C.  $\frac{4}{7}$     D. 7

**Zadatak 7. (1 bod)**

Broj rješenja nejednakosti  $(x-2)(x+3) < 0$  je:

- A. 9    B. 7    C. 4    D. 1

**Zadatak 8. (1 bod)**

Graf kvadratne funkcije  $f(x) = -3x^2 + 3$  je parabola s tjemenom u točki:

- A. (3, 0)    B. (0, 3)    C. (-3, 0)    D. (0, -3)

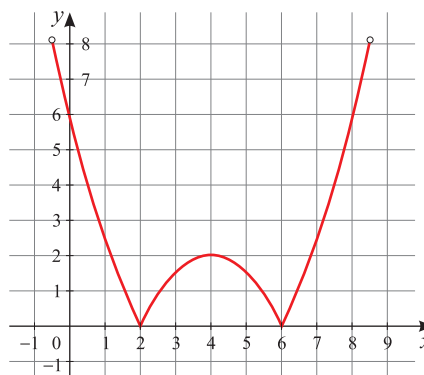
**Zadatak 9. (1 bod)**

Ako pravac  $y = -2x + (3m + 3)$  u koordinatnom sustavu siječe os y u točki (0, 2), onda je

- A.  $m = -\frac{2}{3}$     B.  $m = -\frac{1}{3}$   
C.  $m = \frac{1}{3}$     D.  $m = \frac{5}{3}$

**Zadatak 10. (1 bod)**

Na slici je prikazan graf funkcije  $y = f(x)$ .



Koja od sljedećih jednadžbi ima točno tri rješenja?

- A.  $f(x) = 0$     B.  $f(x) = 1$   
C.  $f(x) = 2$     D.  $f(x) = 3$

**Zadatak 11. (1 bod)**

Zadan je aritmetički niz  $(a_n)$  s  $a_3 = 13$  i  $a_5 = 39$ . Tada je  $a_1$ :

- A. 13    B. 0    C. -13    D. -26

**Zadatak 12. (1 bod)**

Geometrijski niz  $(a_n)$  zadan je s  $a_1 = 3$  i  $a_4 = 24$ . Kvocijent ovog niza jednak je:

- A. 8    B. 2    C.  $\frac{1}{8}$     D.  $-\frac{1}{2}$

**Zadatak 13. (1 bod)**

Broj dijagonala sedmerokuta je:

- A. 7    B. 14    C. 21    D. 18

**Zadatak 14. (1 bod)**

Kut  $\alpha$  je šiljast i  $\sin \alpha = \frac{3}{4}$ . Odredite vrijednost izraza  $2 - \cos^2 \alpha$ .

- A.  $\frac{25}{16}$     B.  $\frac{3}{2}$     C.  $\frac{17}{16}$     D.  $\frac{31}{16}$

**Zadatak 15. (1 bod)**

Duljina polumjera kružnice opisane kvadratu je 4. Kolika je duljina stranice kvadrata?

- A.  $4\sqrt{2}$       B.  $2\sqrt{2}$       C. 8      D. 4

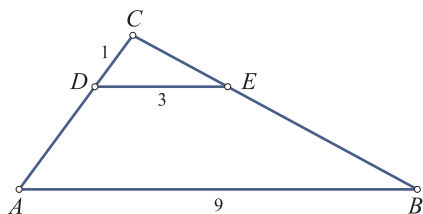
**Zadatak 16. (1 bod)**

Jednakokraki trokut ima osnovicu duljine 6, a krak duljine 5. Kolika je duljina visine na osnovicu?

- A. 3      B. 4      C.  $\sqrt{34}$       D.  $\sqrt{61}$

**Zadatak 17. (1 bod)**

Dužine  $AB$  i  $DE$  su paralelne. Duljine dužina  $CD$ ,  $DE$  i  $AB$  su redom 1, 3 i 9.

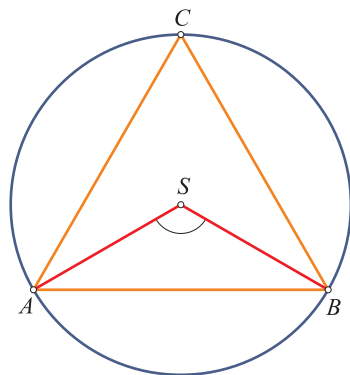


Duljina dužine  $AD$  je:

- A. 2      B. 3      C. 5      D. 6

**Zadatak 18. (1 bod)**

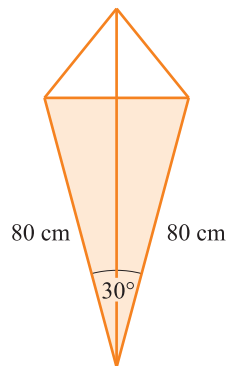
Točke  $A$ ,  $B$ ,  $C$  koje leže na kružnici sa središtem  $S$  su vrhovi jednakostraničnog trokuta. Koliko stupnjeva ima kut  $ASB$  označen na slici?



- A.  $120^\circ$       B.  $90^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $30^\circ$

**Zadatak 19. (1 bod)**

Dimenzije zmaja prikazane su na slici. Kolika je površina obojenog dijela?



- A.  $3\,200\text{ cm}^2$       B.  $6\,400\text{ cm}^2$   
C.  $1\,600\text{ cm}^2$       D.  $800\text{ cm}^2$

**Zadatak 20. (1 bod)**

Koeficijent smjera pravca koji je paralelan s pravcem  $y = 3x - 5$  jednak je:

- A.  $-\frac{1}{3}$       B.  $-3$       C.  $\frac{1}{3}$       D. 3

**Zadatak 21. (1 bod)**

Kako glasi jednadžba kruga polumjera 6?

- A.  $x^2 + y^2 = 3$       B.  $x^2 + y^2 = 6$   
C.  $x^2 + y^2 = 12$       D.  $x^2 + y^2 = 36$

**Zadatak 22. (1 bod)**

Ako su točke  $A = (-5, 2)$  i  $B = (3, -2)$  vrhovi jednakostraničnog trokuta  $ABC$ , tada je njegov opseg:

- A. 30      B.  $4\sqrt{5}$       C.  $12\sqrt{5}$       D. 36

**Zadatak 23. (1 bod)**

Ukupna površina kvadra dimenzija  $5 \times 3 \times 4$  jednaka je:

- A. 94      B. 60      C. 47      D. 20

**Zadatak 24. (1 bod)**

Piramida ima 18 vrhova. Koliko ima bridova?

- A. 11      B. 18      C. 27      D. 34

**Zadatak 25. (1 bod)**

Ako aritmetička sredina deset brojeva  $x, 3, 1, 4, 1, 5, 1, 4, 1, 5$  iznosi 3 onda je:

- A.  $x = 2$     B.  $x = 3$     C.  $x = 4$     D.  $x = 5$

**Otvoreni zadaci**

Rješenja zadataka 26 do 34 zapišite na za to predviđena mjesta ispod teksta zadatka.

**Zadatak 26. (2 boda)**

Riješi nejednakost  $x^2 - x - 2 \leq 0$ .

Odgovor: \_\_\_\_\_

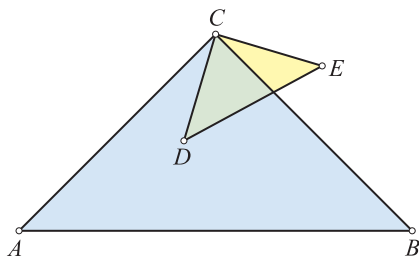
**Zadatak 27. (2 boda)**

Riješi jednačbu  $x^3 - 7x^2 - 4x + 28 = 0$ .

Odgovor: \_\_\_\_\_

**Zadatak 28. (2 boda)**

Jednakokrani pravokutni trokuti  $ABC$  i  $CDE$  smješteni su kao na slici (u oba je trokuta, kut pri vrhu  $C$  pravi).



Dokaži da je  $AD = BE$ .

**Zadatak 29. (2 boda)**

$\alpha$  je šiljasti kut i  $\text{tg } \alpha = 512$ . Izračunaj  $\cos \alpha$ .

Odgovor: \_\_\_\_\_

**Zadatak 30. (2 boda)**

Ako je  $a > 0$ , dokaži da je onda  $\frac{a^2 + 1}{a + 1} \geq \frac{a + 1}{2}$ .

Odgovor: \_\_\_\_\_

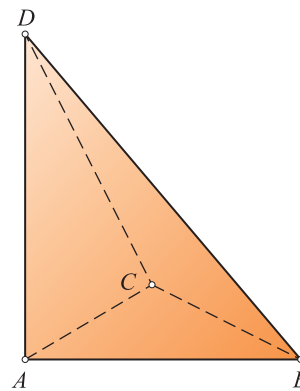
**Zadatak 31. (2 boda)**

Dijagonala pravokutnog trapeza dijeli taj trapez na pravokutni i jednakostranični trokut. Dulja osnovica trapeza je duljine 6. Izračunajte opseg trapeza.

Odgovor: \_\_\_\_\_

**Zadatak 32. (4 boda)**

Baza piramide  $ABCD$  je trokut  $ABC$ . Dužina  $AD$  je visina piramide (vidi sliku). Izračunajte volumen piramide  $ABCD$ , ako znate da je  $|AD| = 12$ ,  $|BC| = 6$ ,  $|BD| = |CD| = 13$ .



Odgovor: \_\_\_\_\_

**Zadatak 33. (4 boda)**

Slučajni se pokus sastoji iz bacanja dviju simetričnih igračih kocki. Označimo s  $A$  događaj: Umnožak brojeva na objema kockama djeljiv je s 12. Izračunajte vjerojatnost događaja  $A$  i rezultat prikažite u obliku pravog razlomka.

Odgovor: \_\_\_\_\_

**Zadatak 34. (5 bodova)**

U dva hotela izgrađeni su bazeni pravokutnog oblika. Bazen u prvom hotelu ima površinu od  $240 \text{ m}^2$ . Bazen u drugom hotelu ima površinu od  $350 \text{ m}^2$  te

je oko 5 m duži i 2 m širi od bazena prvog hotela. Izračunajte koje dimenzije mogu imati bazeni u oba hotela. Navedite sve mogućnosti.

Odgovor: \_\_\_\_\_

## Dodatak za višu razinu

### Zadatak 1. (4 boda)

Riješite nejednadžbu  $|2x + 4| + |x - 1| \leq 6$ .

### Zadatak 2. (4 boda)

Odredite sva rješenja jednadžbe  $2 \cos^2 x - 5 \sin x - 4 = 0$  koja pripadaju intervalu  $(0, 2\pi)$ .

### Zadatak 3. (4 boda)

Duljina stranice kvadrata  $ABCD$  iznosi 1. Na stranicama  $BC$  i  $CD$  odabrane su točke  $E$  i  $F$  redom, tako da je  $|CE| = 2|DF|$ . Izračunajte vrijednost  $x = |DF|$  za koju je površina trokuta  $AEF$  najmanja.

### Zadatak 4. (4 boda)

Odredite vrijednosti koeficijenata  $a$  i  $b$  polinoma  $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ , ako je  $W(2) = 7$ , a ostatak pri dijeljenju  $W(x)$  s  $(x - 3)$  iznosi 10.

### Zadatak 5. (5 bodova)

O brojevima  $a$ ,  $b$  i  $c$  znamo sljedeće: niz  $(a, b, c)$  je aritmetički niz,  $a + c = 10$  i niz  $(a + 1, b + 4, c + 19)$  je geometrijski niz. Odredite te brojeve.

### Zadatak 6. (5 bodova)

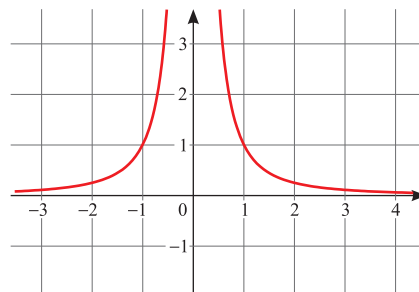
Odredite sve vrijednosti parametra  $m$  za koje jednadžba  $x^2 + mx + 2 = 0$  ima dva različita realna rješenja takva da je zbroj njihovih kvadrata veći od  $2m^2 - 13$ .

### Zadatak 7. (6 bodova)

Točka  $A = (-2, 5)$  jedan je od vrhova jednako-kračnog trokuta  $ABC$ , gdje je  $|AC| = |BC|$ . Površina tog trokuta jednaka je 15. Stranica  $BC$  leži na pravcu zadanom jednadžbom  $y = x + 1$ . Izračunajte koordinate vrha  $C$ .

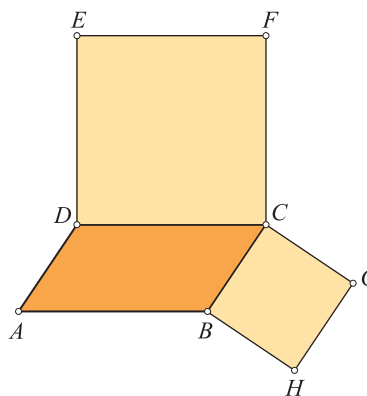
### Zadatak 8. (5 bodova)

Slika prikazuje graf funkcije  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ . Neka pravac paralelan s osi  $Ox$  siječe graf ove funkcije u točkama  $A$  i  $B$ . Neka je  $C = (3, -1)$ . Dokažite da je površina trokuta  $ABC$  veća ili jednaka 2.



### Zadatak 9. (4 boda)

Nad stranicama  $BC$  i  $CD$  paralelograma  $ABCD$  nacrtani su kvadrati  $CDEF$  i  $BCGH$  (vidi sliku). Dokažite da je  $|AC| = |FG|$ .



### Zadatak 10. (4 boda)

Izračunajte vjerojatnost da je zbroj kvadrata brojeva dobivenih u tri bacanja simetrične igracice kocke djeljiv s 3.

### Zadatak 11. (4 boda)

Duljina brida osnovke pravilne trostrane piramide iznosi  $a$ . Pobočke su šiljastokutni trokuti. Mjera kuta između susjednih pobočki jednaka je  $2\alpha$ . Odredite volumen piramide.