

Prijenos crteža iz *GeoGebra* u druge računalne programe

Šime Šuljić, Pazin

U posljednje vrijeme u tiskanim i digitalnim materijalima sve više nailazim na matematičke konstrukcije i grafove izrađene računalnim programom *GeoGebra*. Cilj ovog članka dati je niz tehničkih trikova i savjeta da te slike budu što kvalitetnije i pruže više korisnih informacija.



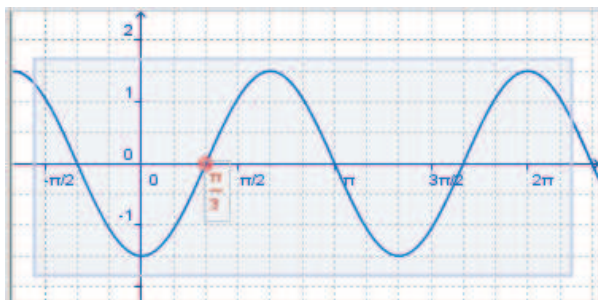
GeoGebra producira izgledom vrlo privlačan interaktivni aplet, a isto tako njen crtež na papiru ili monitoru trebao bi biti visoke kvalitete. U praksi se ponekad prepoznaje nevjeste služnje programom. Neposredan povod ovom članku je upit učenika na *Arhimedesu*, forumu za pomoć učenicima u matematici (www.normala.hr). Učenik je priložio radni list po kojem je trebao ponoviti nastavnu cjelinu *Grafovi trigonometrijskih funkcija*. Bio je to jedan kvalitetan radni listić za ponavljanje i rekapitulaciju gradiva s reprezentativnim izborom zadataka, kakvim se naši nastavnici u posljednje vrijeme trude "servisirati" svoje učenike. Taj radni list zaslužuje pohvalu, a uz malo tehničko dotjerivanje vjerujem da bismo ga svi rado podijelili u svojim razredima. Jedan zadatak je glasio:

Odredi jednadžbu grafa funkcije oblika $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ iz zadanog grafa.

Iz priložene slike, bez mreže u koordinatnom sustavu i gotovo nečitljivim brojevima na koordinatnim osima bilo je nemoguće sa sigurnošću odrediti tražene parametre. Zašto nam *Geogebra*ne sličice prenijete u neki drugi dokument mogu biti nezadovoljavajuće kvalitete? Evo nekoliko savjeta koji će pomoći da vaše slike izgledaju besprijekorno.

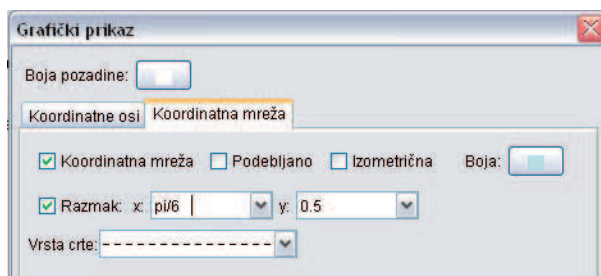
1. Danas obično radimo na monitorima velikih dimenzija i *GeoGebra*in prozor za *grafički prikaz* zna biti puno širi od lista papira. Tada se pri prijenosu u *MS Word* cijela slika smanjuje i gubi na preglednosti. Dobro je naviknuti se raditi u smanjenom programskom prozoru, koji je bliži veličini slike na papiru.

- Nije potrebno prenositi cijeli *grafički prikaz* pa i čiste površine bez ikakvih objekata. Takozvanim pravokutnikom odabira izdvojite nužni dio vaše konstrukcije (slika 1). To izvedite tako da kliknete na grafički prikaz i držeći lijevu tipku određujete područje koje će prekriti sivi pravokutnik.



Slika 1.

- Nakon odabira područja u izborniku *Uređivanje* odaberite *Grafički prikaz u međuspremnik* ili pritisnite tipke $\text{Ctrl} + \text{Shift} + \text{C}$. Sliku umetnite u *MS Word* ili drugi program s tipkama $\text{Ctrl} + \text{V}$. Umetnuta slika ima odlike vektorske grafike i bez gubljenja kvalitete je možete dodatno povećavati ili smanjivati.
- Ukoliko crtež sadrži graf funkcije, svakako uključite i koordinatnu mrežu jer je tada informacija o grafu potpunija. Nekada je nije bilo u udžbenicima jer je bila komplicirana tehnika crtanja za tisak. Sada više nema razloga 'štedjeti' na koordinatnoj mreži. U *GeoGebri*, za razliku od nekih drugih programa specijaliziranih samo za crtanje grafova, ne možete automatski na osi ma dobiti vrijednosti $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{6}$, ... zapisane kao



Slika 2.

razlomak. Podjelu na osima i mrežu možete podesiti na bilo koju od vrijednosti upisom na primjer $\pi/6$ (slika 2), ali će njihova brojčana vrijednost biti prikazana u decimalnom obliku.

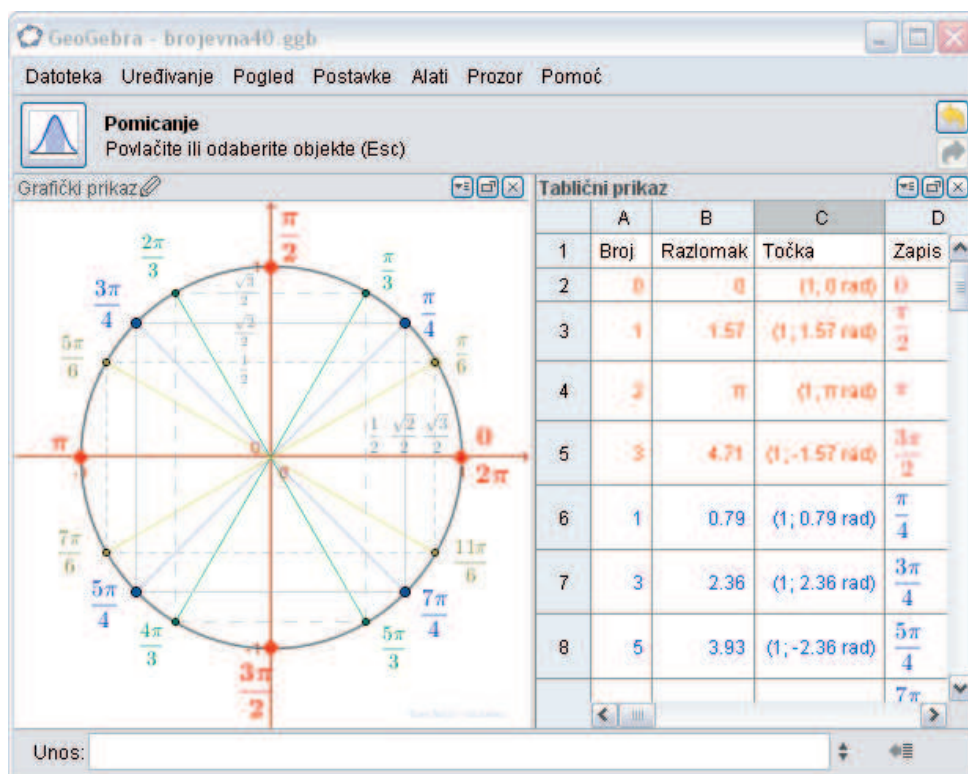
- Naravno, možete dodati proizvoljno mnogo točaka na osi x i njima pridijeliti *LaTeX* tekst.

Pridruživanje teksta nizu točaka uz pomoć tablice

Upisivanje puno tekstova u *LaTeX*-u i pridruživanje tih tekstova točkama može biti naporno i sporo. Tipičan primjer je trigonometrijska kružnica, jako korisna i često potrebna ali za njeno crtanje i ispisivanje svih brojeva pridruženih istaknutim točkama treba puno vremena, znanja i truda. Zapravo i ne treba ako *GeoGebri* zadajemo naredbe iz *tabličnog prikaza*.

To možete izvesti u aktualnoj inačici programa ali je puno jednostavnije i preglednije u novijoj inačici 4.0. Ta inačica nije još službeno puštena ali je dostupna za testiranje i rad. Potrebno je posjetiti *Geogebra*n korisnički forum na stranici www.geogebra.org/forum. Pri dnu je potforum [GeoGebra 4.0 Beta](http://www.geogebra.org/forum). U pozdravnoj, "Welcome to..." poruci naići ćete na link za izravno pokretanje programa. Uz njega stoji napomena da su moguće greške u programu i gubitak izrađenog. Ipak sada je to već prilično izgladen program kojem uskoro slijedi objava alfa inačice. Bez problema ćete moći izvesti vježbu koju vidite na slici 3, pohraniti je na svoje računalo i ispisati ili koristiti za prezentacije. Krenimo redom:

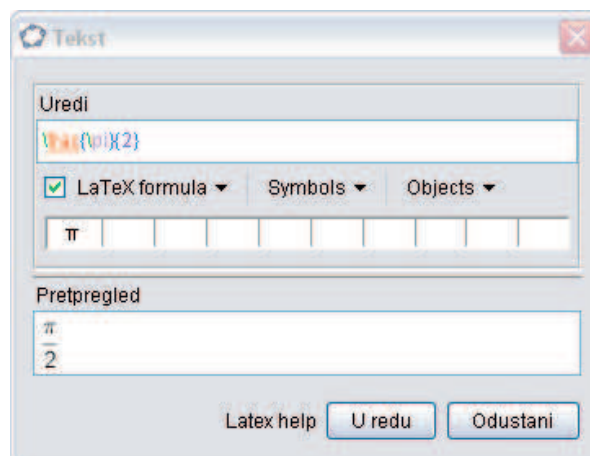
- Priprema. Preko izbornika *Pogled* otvorite tablični prikaz. U izborniku *Postavke* odaberite radijane za *Kutnu mjeru* i isključite *Označavanje*. U izborniku *Pogled* kliknite na *Tablični prikaz* (kratica $\text{Ctrl} + \text{Shift} + \text{S}$).
- Nacrtajte kružnicu naredbom kroz *traku za unos* jednadžbe: $x^2 + y^2 = 1$.



Slika 3.

- U stupac A tabličnog prikaza unosite dio brojnika iz istaknutih radijanskih mjera kutova. Konkretno za $\frac{\pi}{2}$ to su 0, 1, 2 i 3, a uz $\frac{\pi}{6}$ idu 1, 5, 7 i 11. Tako ćete dobiti: $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \dots$. Redom unosimo polovine, pa četvrtine itd. tako da podaci budu grupirani radi lakšeg uređivanja.
- U stupcu B izračunavamo vrijednost razlomka. Tako u ćeliju B2 upisujemo formulu: =A2 $\pi/2$ i baš kao u *Excelu* tu formulu "razvlačimo" na tri ćelije ispod. U ćeliju B6 ide =A6 $\pi/4$ i nju opet razvlačimo i tako dalje.
- U stupac C upisujemo točke u polarnim koordinatama. Sve se točke mogu dobiti odjednom razvlačenjem formule upisane u ćeliju C2. Formula je =(1; B2). Napomena: simbol točkazarez se rabi kada želimo polarne koordinate.
- U stupac D upisuju se *LaTeX* formule za zapis razlomka. Recimo u D3 unesite: $\frac{\pi}{2}$.

Sada desnom tipkom kliknite na tu ćeliju i u skočnom izborniku odaberite *Svojstva* (slika 4). Na kartici *Tekst* uključite *LaTeX* formula. Jednom



Slika 4.

dobiveni razlomak možete isto 'razvlačiti' po ostalim ćelijama. Sada je dovoljan dvostruki klik da vam se otvori prozor za uređivanje teksta. Nova inačica programa u tom prozoru omogućuje pretpregled i time značajno olakšava rad. Zbog velikog izbora gotovih *LaTeX* naredbi ovaj je prozorčić izvanredan za učenje *LaTeX*-a. Izravno se mogu umetati i već konstruirani objekti za prikaz dinamičnog teksta.

7. Radi lakšeg snalaženja u tablici obojite skupine od četiri retka u zasebne boje. Odaberite primjerice ćelije A2 : D5 i desnim klikom otvorite skočni izbornik pa izaberite *Svojstva*. Dodatno možete odabrati stupac C pa točkama pridijeliti stil.
8. Još uvijek ne vidite tekst u grafičkom prikazu. Otvorite izbornik *Uređivanje* > *Svojstva*, kliknite na objekt *Tekst* pa na kartici *Osnovno* uključite *Pokaži objekt*. Svi će se tekstovi nalaziti u blizini ishodišta koordinatnog sustava. Potrebno ih je pridružiti točkama. U izborniku *Uređivanje* > *Svojstva*, kliknite na tekst D2 i na kartici *Položaj* pridružite mu točku C2, pa onda na D3 i pridružite C3 itd.
9. Možete još dužinama spojiti pojedine točke na brojevnoj kružnici te ručno podesiti položaje tekstova.

Izvoz u raznim formatima

Što s ovako dobivenom slikom brojevne kružnice? Naravno ona vam iz same *GeoGebre* može poslužiti za prezentaciju u razredu. Na njoj možete definirati trigonometrijske funkcije i izračunavati njihove vrijednosti. Točku na kružnici se može animirati ili pokretati ručno.

Na već opisani način sliku brojevne kružnice možete prenijeti u *MS Word*ov dokument ukoliko je potrebno. Možete sakriti sve tekstove, odnosno brojeve, i kao svojevrsnu "slijepu" brojevnju kružnicu koristiti u kakvom ispitu znanja ili radnom listu. Ne zaboravite da iz *Geogebre* izravno konstrukciju možete ispisati na svom pisaču. Jednostavno odaberite *Datoteka* > *Pretpregled ispisa*. U po-

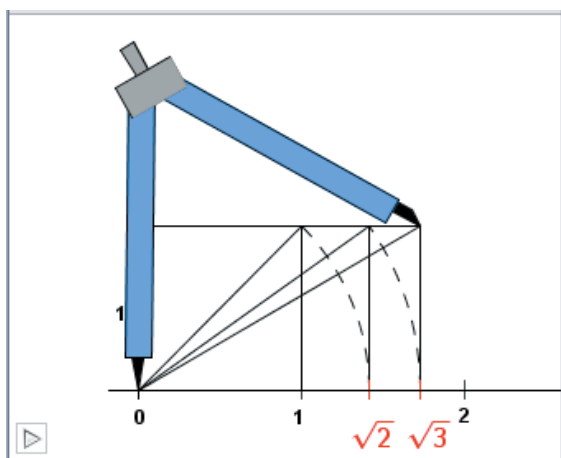
sebnom prozoru podesite mjerilo i upišete naslov pa kliknite na ispis. Format papira određen je vašim pisačem. Imate li prilike doći do pisača A3 ili još većeg, možete izraditi predivnu sliku za razredni pano. I nije vam potrebno da na novom računalu instalirate *GeoGebra* ili se prijavljujete s nekim šiframa. Ispis napravite izravno s ove stranice <http://tinyurl.com/misbroj58>. U podnožju stranice su i drugi privici vezani uz ovaj članak, uključujući **PDF** format koji *GeoGebra* sama generira. Izradite sami svoj PDF ove brojevne kružnice: *Datoteka* > *Izvoz* > *Grafički prikaz kao slika* > *PDF*. Isprobajte razna mjerila. *GeoGebra* isporučuje i još neke formate slika kao što su:

- **PNG** format pogodan za objavu vaše konstrukcije na Internetu.
- **EPS** (engl. *Encapsulated Postscript*) je vektorski zadan grafički format. EPS crteže možemo povećavati ili smanjivati bez gubitka kvalitete. EPS grafičke datoteke su prikladne za korištenje s vektorskim grafičkim programima kao što su *Corel Draw* ili profesionalni tekstualni procesorski sustav *LaTeX*. Rezolucija EPS grafičkih datoteka je uvijek 72 dpi. Ova vrijednost se odnosi samo na izračun stvarne veličine crteža u cm i nema učinka na njegovu kvalitetu.
- **SVG** (engl. *Scalable Vector Graphics*) je također jedna od vektorskih grafika, primarno namijenjena za primjenu na webu. Možete je pregledati web preglednikom, a za dodatno uređivanje možete koristiti neki od alata za obradu slika. Preporučam veoma moćan program otvorenog koda *Inkscape*.

Animirana slička

Kada smo već kod nove verzije *GeoGebre*, spomenimo da ona donosi još jednu značajnu novinu u pogledu izvoza u slikovne formate. To je animirani GIF format. Animirana slička čiju animaciju vidite kad se postavi na web-stranicu ili umetne u *Power Point* prezentaciju. Za tu priliku posjetite *Riznicu matematičkih apleta* (<http://apleti.normala.hr>) i u poglavlju *Planimetrija* otvorite stranicu *Ko-*

riješeni na brojevnom pravcu koji je izradila kolegica Antonija Horvatek. Prvi aplet na toj stranici je jako zgodna animacija smještanja korijena na brojevni pravac virtualnim šestarom (slika 5). Tu datoteku možete otvoriti izravno novom inačicom programa s Interneta. Izbornik *Datoteka > Otvori web stranicu*. Desni klik na klizač *koraci* otvara skočni izbornik s naredbom *Izvezi animirani GIF*. Spremite ga i nakon toga možete umetnuti u prezentaciju.



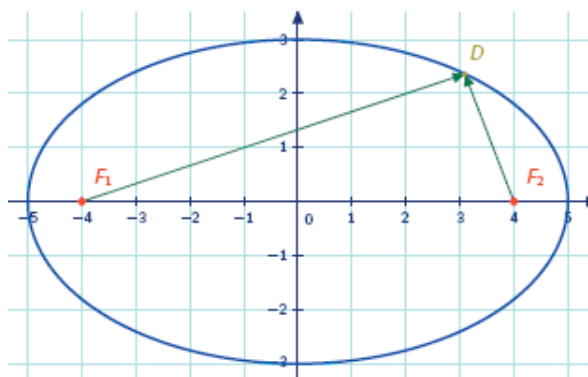
Slika 5.

LaTeX formati

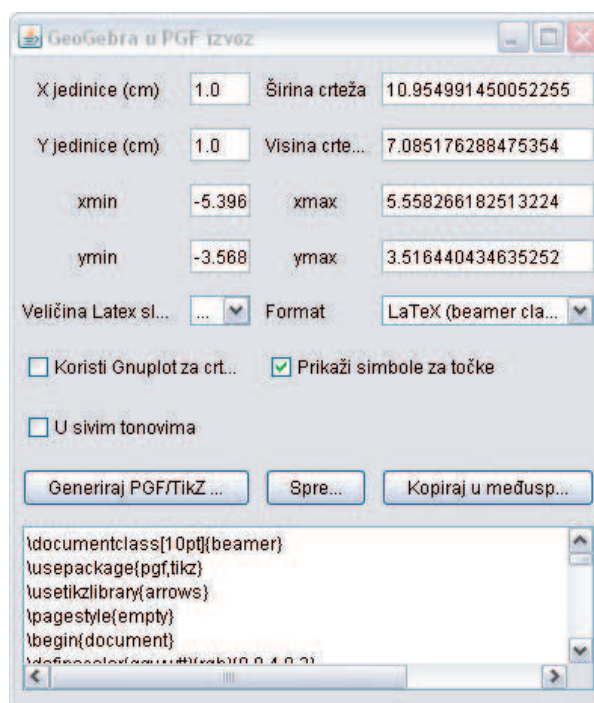
Matematički crteži su nam oku najugodniji kad poštuju TeX standarde. Slika 6 je baš takva slika generirana iz *GeoGebra*, na jedan od nekoliko načina. Nakon neke jednostavne konstrukcije u izborniku *Izvoz* odaberite *Grafički prikaz kao PGF/Tikz*. Uz podešavanje jediničnih duljina, širine crteža i raspon koordinatnih osi možete još odabrati klasu LaTeX dokumenta. Tako možete i prezentacijsku *beamer* klasu. Nakon toga gumbom *Generirajte PGF/Tikz* generirate kod koji treba spremiti ili preko međuspremnika prenijeti u neki program za takozvano *kompajliranje*. Za ovu priliku koristio sam *online* konverter [LaTeX to PDF](http://dev.baywifi.com/latex) na adresi <http://dev.baywifi.com/latex>. Ipak sa zahtjevnijim konstrukcijama ova vam usluga može

zastajkivati i bolje je instalirati neki od programa namijenjenih tomu (MikTeX).

Uza sve savjete, čovjek najviše nauči istražujući i pokušavajući, a *GeoGebra* nas uvijek iznova iznenadi nekom svojom novom mogućnošću. Volite li geometrijske konstrukcije i grafove funkcija i krivulja, vjerujem da će vam pričinjati veliku zabavu.



Slika 6.



Slika 7.