

Binarni brojevi



Ana Sović, Ivanić-Grad

Na nastavi matematike i informatike mnogo se puta spominju binarni brojevi. I često se događa da je svaki ponovni susret s binarnim brojevima kao prvi. Učenici jednostavno ne razumiju zašto ih uopće moraju učiti. Kako bi ipak dobili uvid u korist takvih brojeva, u ovom će članku biti navedeni neki primjeri njihove upotrebe, kao i prijedlog igara koje je moguće igrati u razredu.

Dopisivanje

Nalazite se na prozoru svoje sobe. Vaša prijateljica, za koju znate da dobro zna matematiku, nalazi se na prozoru svoje sobe. Vaši prozori se međusobno vide, ali vani je mrak. Na mobitelima, naravno, *nemate kuna* za poziv. Računala, Facebook i MSN su pod roditeljskim ključem. Kako ćete provjeriti je li vam zadaća točna?

Mogli bismo pokazivati rukama ili pisati rješenja na papir, ali je mrak. Bilo bi dobro kada bismo mogli paliti i gasiti svjetla. Npr. želimo prenijeti broj 5 – pet puta upalimo svjetlo u sobi. Naša prijateljica će jednostavno brojiti koliko smo ga puta upalili. Ali što ako želimo prenijeti 145? Malo ćemo teže taj broj točno izbrojiti, a i prilično će dugo traja-

ti prenošenje samo jednog broja. Možda je bolje rješenje da se prvo prenese broj 1, pa četiri, pa pet. Svaka dekadna jedinica posebno. Tako će ipak biti manje paljenja i gašenja svjetla. Jedini je problem kako ćemo znati kada prenosimo stotice, kada desetice, a kada jedinice. Možemo između njih ostaviti svjetlo dulje ugašeno? A kako ćemo prenijeti nulu?

Možda bismo brojeve lakše prenijeli dvjema svjetiljkama, jednom s bijelim, a drugom s crvenim svjetlom (svi imaju male laserske pokazivače)? Ako npr. želimo prenijeti nulu, upalimo crvenu svjetiljku, a ako želimo prenijeti jedinicu, upalimo bijelu svjetiljku. Kako onda prenijeti broj dva? Upalimo prvo bijelu, pa crvenu. Broj tri? Bijelu, pa bijelu. Broj četiri možemo prenijeti paleći bijelu, pa crvenu, pa opet crvenu. Ovdje uočavamo pravilnost – kao da

| | | |
|---|-----------------------------------|------|
| 0 | crvena | 0 |
| 1 | bijela | 1 |
| 2 | bijela – crvena | 10 |
| 3 | bijela – bijela | 11 |
| 4 | bijela – crvena – crvena | 100 |
| 5 | bijela – crvena – bijela | 101 |
| 6 | bijela – bijela – crvena | 110 |
| 7 | bijela – bijela – bijela | 111 |
| 8 | bijela – crvena – crvena – crvena | 1000 |
| 9 | bijela – crvena – crvena – bijela | 1001 |

Tablica 1.

brojimo samo dvama brojevima, tražimo sve moguće kombinacije s dvjema bojama (tablica 1). To su binarni brojevi. Binarni brojevi predstavljaju brojenje kada smijemo koristiti samo dvije znamenke: 0 i 1.

Kako pretvoriti binarne brojeve u standardne dekadске? Ako to pokušavate objasniti mlađim učenicima, objašnjenje je jednostavno: iznad zadnjeg broja (onaj najviše desno) napišite 1, iznad predzadnjeg 2, pa 4, pa 8, 16, 32, 64. . . Svaki puta dva puta veći broj. Na kraju zbrojite one brojeve ispod kojih piše 1. Ako ispod piše nula, preskočite taj broj (tablica 2.)

| | | | | | |
|--------------------------------|----|---|---|---|------|
| 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 16 +4 +2 | | | | | = 22 |

Tablica 2.

Pretvaranje iz dekadskih u binarne je malo teže i potrebno je dijeliti broj s dva, te pamtili ostatak: 0 ili 1. Dobiveno rješenje opet dijelimo s dva i pamtilo ostatak. Postupak ponavljamo sve dok ne dođemo do nule. Dobivene ostatke pročitatmo obratnim redom od onoga kojim smo ih dobivali. To je traženi binarni broj (tablica 3.)

| | |
|----|---|
| 22 | 0 |
| 11 | 1 |
| 5 | 1 |
| 2 | 0 |
| 1 | 1 |
| 0 | |

↑

22 dekadski = 10110 binarno

Tablica 3.

Kako bi učenici ovo bolje izvježbali, možete naizmjenice paliti dvije svjetiljke u razredu: crvenu za nulu i bijelu za jedinicu. Prenesite neki binarni broj učenicima, a oni neka otkriju o kojem se dekadskom broju radi. Kojim se redoslijedom pojavljuju nule i jedinice, tim redoslijedom palite i gasite svjetiljke. U početku će prenošenje brojeva biti sporo. Učenici će uočiti koju ste svjetiljku zapalili, te zapisati odgovarajući binarni broj na papir. Ako nemate svjetiljke, brojevi se mogu prenositi dizanjem npr. bijelog (jedinica) i crnog (nula) papira u zrak ili nekog drugog predmeta. Ili čak samo podizanjem lijeve i desne ruke. Nakon prenošenja niza brojeva, učenicima se ostavi dovoljno vremena da otkriju o kojem se dekadskom broju radi. Može se napraviti i malo natjecanje – tko će broj otkriti prvi.

Isto se tako učenike može podijeliti u ekipe. Polovica svake ekipe dobije dekadski broj koji mora pretvoriti u binarni, te ga prenijeti drugoj polovici svoje ekipe. Ona mora pretvoriti broj iz binarnog natrag u dekadski. Može se mjeriti uspješnost točnog prenošenja brojeva ili se ekipe mogu natjecati u brzini i točnom prenošenju. Ako se organizira natjecanje, može se zadati cijeli niz brojeva kako bi bilo lakše mjeriti vrijeme.

Tajna poruka

Brojevi se jednostavno prenose, lako ih podijelimo ili zbrojimo i dobijemo binarne. No kako prenijeti slova? Prvo rješenje koje se nameće je mjesto pojedinog slova u abecedi. Ako znamo da je slovo M osamnaesto po redu, možemo broj 18 pretvoriti

iz razreda

| | | | | | |
|----|----|-------|----|----|-------|
| A | 1 | 00001 | L | 16 | 10000 |
| B | 2 | 00010 | LJ | 17 | 10001 |
| C | 3 | 00011 | M | 18 | 10010 |
| Č | 4 | 00100 | N | 19 | 10011 |
| Ć | 5 | 00101 | NJ | 20 | 10100 |
| D | 6 | 00110 | O | 21 | 10101 |
| DŽ | 7 | 00111 | P | 22 | 10110 |
| Đ | 8 | 01000 | R | 23 | 10111 |
| E | 9 | 01001 | S | 24 | 11000 |
| F | 10 | 01010 | Š | 25 | 11001 |
| G | 11 | 01011 | T | 26 | 11010 |
| H | 12 | 01100 | U | 27 | 11011 |
| I | 13 | 01101 | V | 28 | 11100 |
| J | 14 | 01110 | Z | 29 | 11101 |
| K | 15 | 01111 | Ž | 30 | 11110 |

Tablica 4.

u binarne brojeve i tako ga prenijeti. Onaj tko prima poruku, iz binarnog broja nađe dekadski, pa iz dekadskog odredi koje je to slovo. Za pomoć se može poslužiti tablicom s popisom slova i njihovih rednih brojeva (tablica 4.). Učenicima se može zadata i da sami unaprijed naprave tablice s popisom svih slova i njima pripadajućim binarnim brojevima.

Mogući će problem biti što slovo A treba samo jednu binarnu znamenku (jedinicu), dok slovo K treba njih četiri (i to četiri jedinice). Ako prenosimo cijelu

riječ, kako ćemo znati jesu li četiri jedinice koje smo primili slovo K ili su to četiri slova A u nizu? U tu se svrhu unaprijed napravi dogovor – svako slovo bit će prikazano s pet nula ili jedinica. Tako će slovo A biti 00001, K 01111, a Ž 11110. Kada se prenese čitava riječ, sa svim nulama i jedinicama, na papiru se odvoji pet po pet brojeva i svaka grupica predstavlja po jedno slovo. Razmak između riječi može se prikazati s pet nula. Primjer je dan na slici 1.

Starijim se učenicima može spomenuti i pojam ASCII tablice – tablice za kodiranje slova, brojeva i simbola koja se koristi u računalima. Velika slova abecede nalaze se od dekadskog broja 65 za slovo A do broja 90 za Z. Učenici trebaju brojeve od 65 do 90 pretvoriti u binarne i kao takve ih prenositi. Standardne ASCII tablice koriste sedam binarnih znamenaka za prikaz svakog pojedinog znaka, te mogu prikazati 128 različitih znakova. U takvim tablicama nema hrvatskih dijakritičkih znakova (č, ć, đ, š i ž). Ako se želi i njih uključiti koriste se ASCII tablice s 256 znakova (za svaki znak se koristi po osam nula ili jedinica) ili 512 znakova (po devet binarnih znamenaka za svaki znak).

Kodiranje slova može biti zanimljivo učenicima, jer se tako može prenijeti tajna poruka. Možete unaprijed pripremiti neku poruku i pretvoriti je u binarne brojeve. Paleći i gasći crvenu i bijelu svjetiljku prenesite poruku učenicima koji je moraju dekodirati. I ovdje se učenici mogu podijeliti u grupe i međusobno si prenositi poruke. Pola grupe dobije zadanu riječ koju moraju pretvoriti u binarne brojeve, prenijeti ih drugoj polovici grupe, koja iz niza brojeva mora otkriti kodiranu riječ. I opet se može napraviti malo natjecanje u brzini prenošenja i dekodiranja poruka.

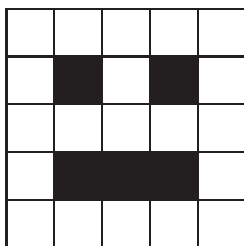
| | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 10010 | 00001 | 11010 | 01001 | 10010 | 00001 | 11010 | 01101 | 01111 | 00001 |
| M | A | T | E | M | A | T | I | K | A |
| 00000 | 01101 | 00000 | 11001 | 01111 | 10101 | 10000 | 00001 | | |
| | I | | Š | K | O | L | A | | |

Slika 1.

Prenošenje slike

Osim brojeva i slova, okruženi smo i slikama. Danas svi imaju digitalne fotoaparate na mobitelima, svi postavljaju slike na internet. No, kako računalo te slike pretvara u nešto što razumije, u nule i jedinice?

Krenimo od jednostavnije slike, slike koja sadrži samo crnu i bijelu boju. Dvije boje – dva broja. . . Neka onda crna boja bude nula, a bijela boja jedan. Ali kako podijeliti ništice i jedinice po slici? Ako uvećamo sliku, vidjet ćemo male kvadratiće. Jedan taj kvadratić naziva se piksel. Piksel (engl. *pixel*) je najmanja jedinica slike. Kod slike u boji svaki piksel može biti neke druge boje, dok kod crno – bijele slike piksel može biti crni (nula) ili bijeli (jedan). Kodiranje slike u binarne brojeve provodi se od gornjeg lijevog ugla prema desnom rubu, pa se prelazi u drugi redak od lijevog prema desnom rubu, sve dok se ne dođe do donjeg desnog ugla. Primjer crno – bijele slike i njenog kodiranja dan je na slici 2.



11111 10101 11111 10001 11111

Slika 2.

Učenicima se mogu zadati razne jednostavne slike koje mogu kodirati, te zatim prenijeti ostatku svoje grupe ili razreda paleći i gaseći bijelu i crvenu svjetiljku. Učenici koji primaju poruku imaju papire s

bijelim kvadratićima koje moraju zacrniti ako je prenesena nula. Cilj je da učenici prepoznaju motiv na slikama koje primaju.

U drugom zadatku učenici dobiju sliku zapisanu pomoću dekadskih brojeva koje moraju prekodirati u binarne da bi mogli zacrniti piksele gdje je nula.

Dodatak 1. Ukupan broj piksela u retku i stupcu nam kazuje koliku slika ima rezoluciju (ova slika ima rezoluciju 5×5 piksela). Kada bi ukupan broj piksela u slici prelazio 1 000 000, govorili bismo o megapikselima.

Dodatak 2. Ako slika osim crnog i bijelog piksela ima i sivih boja, jedan piksel nije moguće prikazati pomoću nule ili jedinice. Tada je za binarni zapis svakog pojedinog piksela potrebno uzeti dvije ili više znamenaka. Ako se radi o slici u boji, standardno se za svaki piksel koristi po osam binarnih znamenaka za zapis crvene, zelene i plave boje – ukupno 24 znamenke (ništice ili jedinice) za jedan piksel.

Kako bismo udahnuli i malu humanu notu u ovu temu, postaviti ćemo pitanje kako bi tajnu poruku prenijeli slijepi ili slabovidni učenici? O tom pitanju, naravno, možete raspraviti u učionici, a jedna od ideja je pomoću lupkanja ili zvukova.

LITERATURA

1/ National aeronautics and space administration (NASA), *Space – Based Astronomy, An educator guide with activities for science, mathematics and technology education*, 2001.

2/ Ted Tanaka, Wan Chen, Houman Modarres, *Image Compression Activity* (Digital Pictionary), 1998.