

Projektni zadatak iz trigonometrije



Šime Šuljić, Pazin

Uvod

Rijeko nam koja nastavna cjelina omogućuje da povežemo matematiku sa stvarnim životom poput trigonometrije. Naše zbirke obiluju takvim zadacima. Oni su opet lakši ili teži klasični matematički zadaci koji se svode na primjenu matematike. Zadatak *Uređena zemlja* je primjer takvog tipa, nešto složeniji i s većom potrebom za preciznim izračunom. Uobličen je u životnu lokalnu priču s likovima koje učenici mogu lako zamisliti, a problem osjetiti kao stvaran.

Zamišljen je kao mali piramidalni zadatak koji se radi u paru na satu ili od kuće. Prvi dio zadatka je različit za svakog učenika ali rezultat im je jednak, što je svojevrsna kontrolna točka. Potom slijedi zajedničko rješavanje ključnog problema i skiciranja rješenja. Učenici dobivaju dva radna lista na kojima se nalazi:

- 1) opis problema,
- 2) katastarska skica postojećeg stanja,

- 3) zadatak,
- 4) uputa za rad,
- 5) prazna skica za prikaz rješenja.

Naši učenici po završetku srednjoškolskog školovanja studiraju po *bolonjskom* modelu koji uključuje samostalni rad na projektnim zadacima. Cilj ovog zadatka je pripremiti učenike za takav rad. Traži se domišljatost, upornost, preciznost i prosudba dobivenih rezultata. I bez zavirivanja u rješenja učenici će znati je li im rješenje točno.

Uređena zemlja

**Dobrosusjedski program sređivanja
zemljišnih čestica nezgodnog oblika**

Problem

Luce, Bepo i Zvane imaju vrtove u kojima uzgajaju povrće. Vrtovi su nezgodnog oblika za obradu i

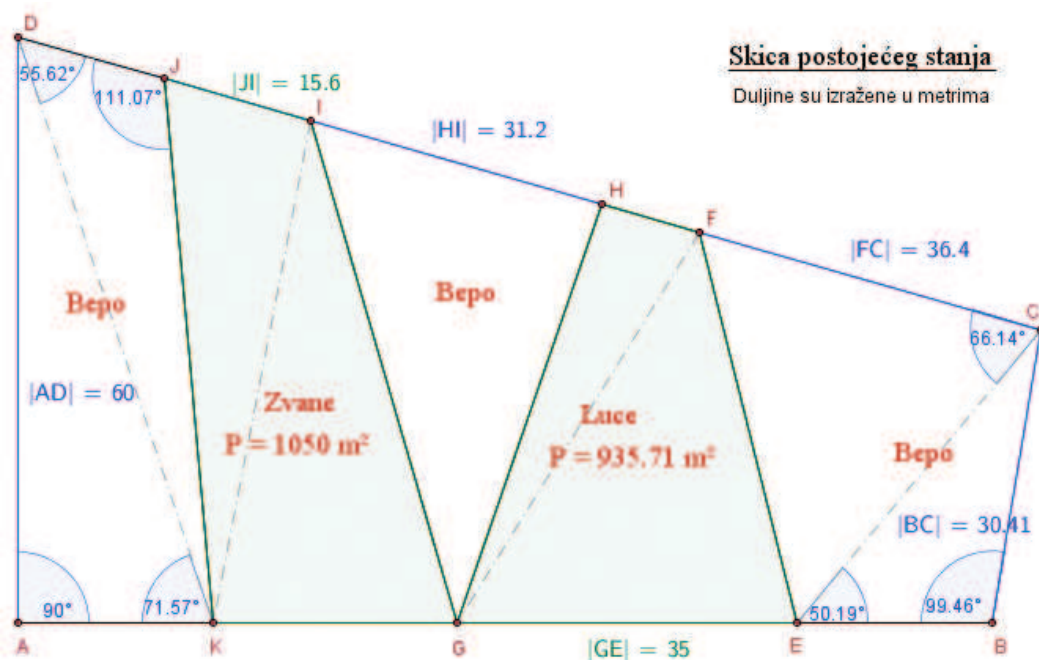
sadnju u redove. Pogotovo je nezgodno Bepu čiji se vrt sastoji od triju dijelova. Jednog je dana Bepo predložio svojim susjedima da izračunaju površine i zamijene pozicije, tako da Zvane dobije česticu krajnje desno, Luce u sredini i Bepo lijevo od Luce. Luce je odmah pristala uz uvjet da međe budu okomite na granicu s cestom. Zvane je tražio od Bepa da mu on ustupi još 50 m^2 , jer će dobiti česticu nezgodna oblika. Bepo je prihvatio njihove uvjete i oni odluču angažirati znalce za izmjeru, izračun i novu podjelu. Geodetski ured *Kampanjomjer* napravio im je izmjeru i predao *Skicu postojećeg stanja*. Za izračun i novu podjelu obratili su se baš vama jer su čuli da ste poštteni, profesionalni i matematički potkovani.

Zadatak

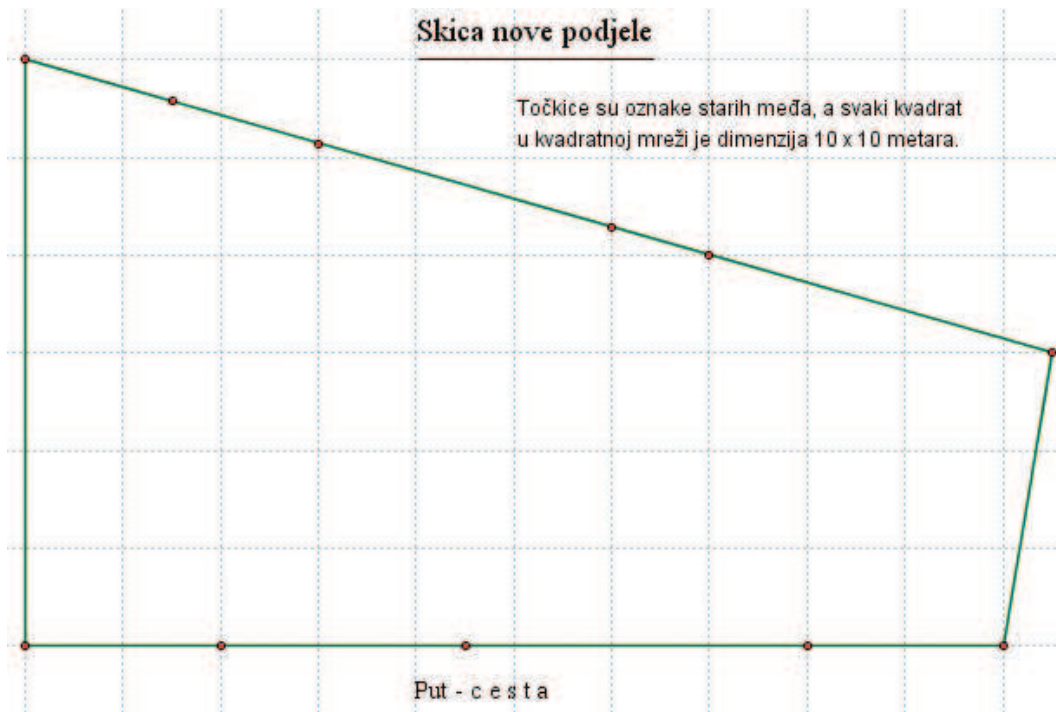
Potrebno je na temelju obavljenih i na skici priloženih mjerenja izvršiti izračun površina svih vrtova. Poštujuci dogovore vlasnika odredite površine novih vrtova i ucrtajte ih na priloženoj skici novog stanja (drugi papir!).

Upute za rad

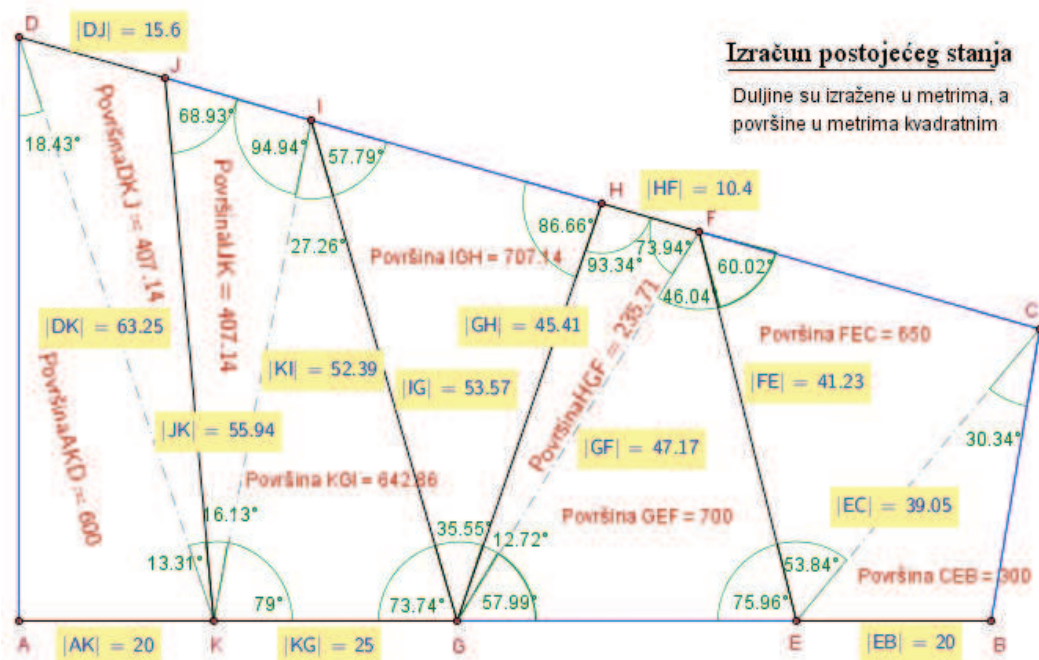
- 1) Ovaj zadatak traži od vas upornost, preciznost i prosudbu koje su stranice ili kutovi nužni za izračun.
- 2) U paru podijelite poslove. **Jedan** od vas neka izračuna površinu Bepine lijeve čestice, a zatim koristeći Zvaninu česticu izračuna površinu Bepine srednje čestice. **Drugi** neka izračuna površinu Bepine desne čestice, a zatim koristeći Lucinu česticu izračuna površinu Bepine srednje čestice.
- 3) Površina srednje čestice mora vam doći **jednako**. Ako nije, netko je pogriješio!
- 4) Zajedno odredite površine novih čestica. Odlučite koju ćete česticu prvo ucrtati na praznu skicu. **Pomoć:** koji geometrijski oblik ima ta čestica i koja je formula za površinu tog lika? Iz te formule odredite širinu čestice do puta.
- 5) Precizno **ucrtajte** nove međe.
- 6) **Napravite provjeru!**



Slika 1.



Slika 2.



Slika 3.

Rješenje zadatka

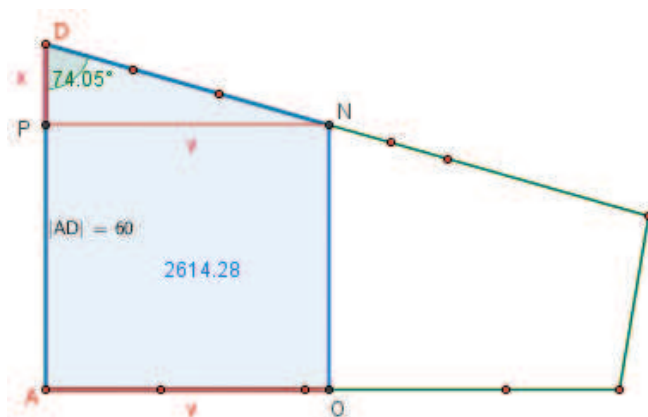
Jasno je da nije potrebno pronaći duljine svih dužina, sve kutove i površine svih trokuta da bi se riješio ovaj problem. Kako je ovaj zadatak djelomično otvorenog tipa, učenici ga mogu rješavati na razne način, računajući različite elemente. Zbog toga su na trećoj slici dane mjere svih nepoznatih elemenata da bismo lakše mogli kontrolirati učeničke radove.

Rješenja dana na slici 3 dobivena su *strojno*. Pošto je skica izrađena u programu *GeoGebra*, samo je zatražena izmjera ostalih elemenata. Učenički se rezultati u stotinki, pa i desetinki mogu razlikovati od ovdje prikazanih, jer oni računaju s ulaznim vrijednostima koje je računalo zaokružilo na dvije decimale. S druge strane računalo rezultate prikazuje kao izvorno zadane, bez izračuna s aproksimacijama. Međutim, ulazne podatke možete prikazati i na tri ili više decimalnih mjesta, a i sam zadatak preinačiti u željenom smjeru. Izvor-

ne *GeoGebra*ne datoteke možete preuzeti na adresi www.geogebra.org/en/upload mape: hrvatski > MiS > broj 59. Jasno je da će mjere u zadatku ili rješenjima dinamički pratiti sve vaše izmjene. Sve je rađeno s verzijom 4.0 programa koja pruža nešto više mogućnosti u pogledu uređenja teksta.

Ključan problem u rješavanju učenicima će zasigurno biti izračun širine novih čestica, počevši od prve lijeve čestice. Njena nova površina je 2614.28 m^2 i bit će oblika pravokutnog trapeza veće osnovice 60 m . Šiljasti kut trapeza iznosi 74.05° . Traži se širina čestice, odnosno visina trapeza (slika 4). Formula za površinu trapeza glasi: $P = \frac{a+c}{2} \cdot v$. Iz trokuta *DPN* proizlazi $v = x \cdot \operatorname{tg} \alpha$, a kako je $c = a - x$ slijedi: $P = \frac{a+a-x}{2} \cdot x \operatorname{tg} \alpha$

Riječ je o kvadratnoj jednadžbi iz koje se dobije x i zatim $v = 49.38 \text{ m}$. Na analogan se način izračuna širina sljedeće parcele. Ostatak površine pripada trećoj parceli kroz koju se kontrolira izračun.



Slika 4.