

# Funkcija i njen graf: razmisli, poveži, obrazloži!

Sonja Banić, Ivanić Grad

Kada obrađujemo graf funkcije, prvi je zadatak da učenici nauče nacrtati graf prema zadanoj funkciji. No kada iz grafa treba očitavati razna svojstva funkcije, učenici imaju problema.

Zapis funkcije teško povezuju s grafom funkcije. Kada zatražim obrazloženja za pojedine zaključke, ona su često ili manjkava, pokazujući da učenik ne razumije gradivo, ili loše sročena i pokazuju da učenik nije u stanju suvislo i jasno izreći svoje znanje. Učenici također imaju problema kada treba zamisliti kako izgleda graf funkcije za vrijednosti koje nisu stale u koordinatni sustav, ili ih nismo izračunali. Tako parabolu često crtaju kao "vazu", a graf eksponencijalne funkcije prelazi preko osi apscisa. Teško im je povezati predznak funkcije s položajem grafa, što predstavlja teškoću kod rješavanja nejednadžbi.

Učenici u pravilu imaju teškoća sa svim zadacima koji traže razumijevanje i povezivanje te obrazlaganje zaključaka. Zato im treba postaviti konkretna pitanja koja imaju baš takve zahtjeve. Dobro je zatražiti da ponešto pismeno obrazlože, jer ih time potičemo da bolje promisle i uobiče zaključke u smislene rečenice.

Stom namjerom sastavila sam zadatke koji učenike potiču na razmišljanje, povezivanje i obrazlaganje odgovora. Zadaci su vezani uz grafove funkcija. Zadjajem ih u obliku nastavnih listića. Jedan zadatak obično učenici rješavaju na satu, i zatim zajednički prikažemo rješenja i iznesemo i zapišemo obrazloženja. Sličan zadatak trebaju riješiti za domaću zadaću. Takve zadatke nastojim uvrstiti i u provjeru znanja. Tada bodujem samo odgovore za koje su dali obrazloženja. Zaključci se mogu obrazložiti na više načina, pa tako kroz raspravu u razredu potičem učenike da razmišljaju na razne načine

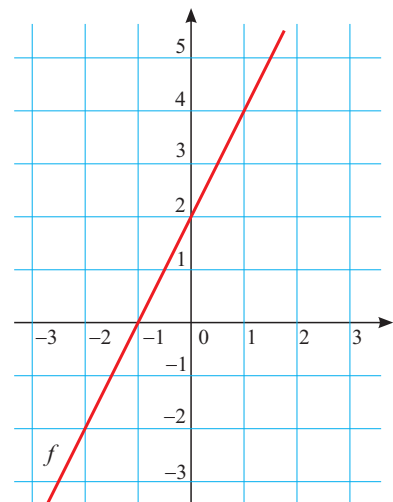
i povezuju različita opažanja i znanja koja imaju o funkciji. Također, čitajući svoje odgovore pred razredom učenici uočavaju da im rečenice ponekad nisu jasne i suvisle te trebaju pronaći način da se bolje izraze.

Evo nekoliko primjera iz prvog i drugog razreda.

## Linearna funkcija

Na slici je prikazan graf linearne funkcije

$$f(x) = ax + b.$$



Za svaku tvrdnju u tablici odredi je li točna ili netočna i obrazloži svoj odgovor.

Odredi koja je funkcija prikazana na slici.

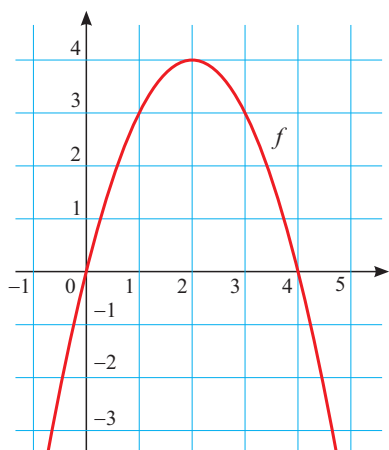
Tvrđnja	T/N	Obrazloženje
Nagib grafa funkcije jednak je $-1$ .		
Funkcija raste.		
Vrijedi $f(4) = 1$ .		
Nultočka funkcije je $x = -1$ .		
Vrijedi $f(-2) > f(3)$ .		
Vrijedi $f(0) = 2$ .		
Za $x = -5$ vrijedi $f(x) > 0$ .		
$f(x) > 0$ za $x > -1$ .		

## Kvadratna funkcija

**Zadatak 1.** Na slici je graf funkcije

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

Za svaku tvrdnju odredi je li točna ili netočna i obrazloži svoj odgovor.



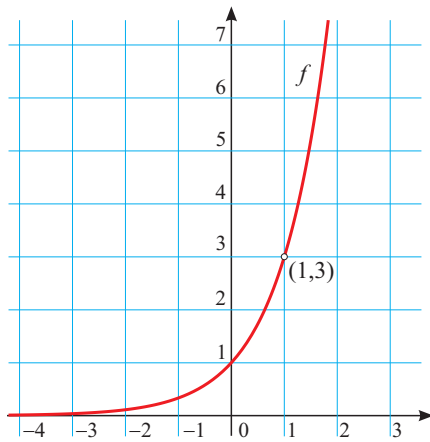
Tvrđnja	T/N	Obrazloženje
Za funkciju vrijedi $a > 0$ .		
Nultočke funkcije su dva različita realna broja.		
Diskriminanta je negativna.		
Funkcija ima minimum.		
Za $x = 1$ vrijednost funkcije je negativna.		
Za $x = 6$ vrijednost funkcije je negativna.		
Na intervalu $\langle -\infty, 0 \rangle$ funkcija pada.		
Tjeme funkcije je u ishodištu.		
Vrijednosti funkcije su pozitivne za svaki $x \in \mathbf{R}$ .		

**Zadatak 2.** Zadana je funkcija  $f(x) = 0.5x^2 + 1$ .

Za svaku tvrdnju odredi je li točna ili netočna i obrazloži svoj odgovor.

Tvrđnja	T/N	Obrazloženje
Graf funkcije je parabola okrenuta otvorom prema gore.		
Diskriminanta je negativna.		
Nultočke funkcije su dva različita realna broja.		
Graf funkcije ne siječe i ne dira os apscisa.		
Funkcija ima minimum.		
Za $x = 1$ vrijednost funkcije je negativna.		
Za $x = 6$ vrijednost funkcije je negativna.		
Na intervalu $\langle -\infty, 0 \rangle$ funkcija pada.		
Tjeme funkcije je u ishodištu.		
Vrijednosti funkcije su pozitivne za svaki $x \in \mathbf{R}$ .		

## Eksponecijalna funkcija



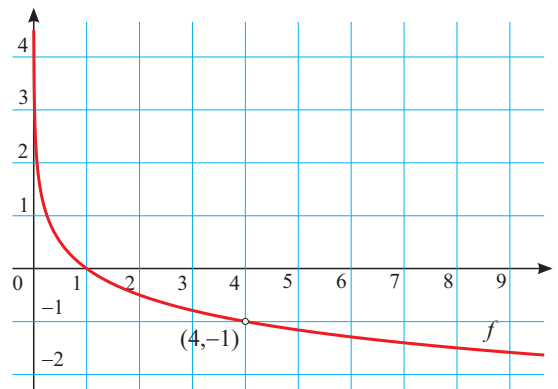
Na slici je graf eksponencijalne funkcije. Odredi točnost tvrdnji i obrazloži svoje zaključke:

Tvrdnja	T / N	Obrazloženje
Funkcija prikazana na grafu raste.		
Vrijedi $f(-1) > f(1)$ .		
Baza funkcije je veća od 1.		
Vrijedi $f(-4) = 0$ .		
Vrijedi $f(-3) > 0$ .		
Vrijedi $f(-5) < 0$ .		

Koja je funkcija prikazana na slici? (Zaokruži točan odgovor)

- a)  $f(x) = 2^x$ ;                      b)  $f(x) = 3^x$ ;  
 c)  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ;                  d)  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ;  
 e)  $f(x) = 3^{-x}$ ;                      f)  $f(x) = \left(\frac{5}{2}\right)^x$ .

## Logaritamska funkcija



Na slici je graf logaritamske funkcije.

Koja je funkcija prikazana na slici? (Zaokruži točan odgovor)

- a)  $f(x) = \log 4$ ;                      b)  $f(x) = \log x$ ;  
 c)  $f(x) = \log_4 x$ ;                      d)  $f(x) = \log_2 x$ ;  
 e)  $f(x) = \log_{0.25} x$ ;                  f)  $f(x) = 4^{-x}$ .

Odredi točnost tvrdnji i obrazloži svoje zaključke:

Tvrdnja	T / N	Obrazloženje
Funkcija prikazana na grafu raste.		
Baza funkcije je negativan broj.		
Vrijedi $f(0.04) = 4$ .		
Vrijedi $f(1) = 0$ .		
Vrijedi $f(-3) > 0$ .		
Ako je $x > 1$ , tada je $f(x) > 0$ .		