

Numeričke sposobnosti učenika četvrtih razreda osnovne škole



Ivana Janjatović, Željka Migles
i Ana Katalenić, Osijek

Temelj matematičke kompetencije učenika, kako je definirana u europskom referentnom okviru o ključnim kompetencijama za cjeloživotno učenje, su numeričke sposobnosti. Tu uključujemo računanje, a posebno dobro poznavanje brojeva i osnovnih računskih operacija. Hrvatski nacionalni okvirni kurikulum vodi se ovim dokumentom te pod matematičkom kompetencijom podrazumijeva osposobljenost učenika za razvijanje i primjenu matematičkoga mišljenja u rješavanju problema u nizu različitih svakodnevnih situacija. Razvijanje numeričkih sposobnosti u obveznom obrazovanju središnji je dio razredne nastave matematike. Brzo, spretno i precizno računanje, a posebno automatizacija pojedinih računskih činjenica omogućuju učeniku fokusirati se na problem, a ne račun, bolje uočiti odnose među brojevima i lakše svladati složenije gradivo viših razreda osnovne škole, razvijati vještinu procjenjivanja i koristiti efikasnije strategije mentalnog računanja.

Prema Nacionalnom okvirnom kurikulumu iz matematičkog područja očekivana učenička postignuća

za prvi obrazovni ciklus unutar dimenzije brojeva su: brojiti zadanim korakom, pročitati, zapisati i usporediti prirodne brojeve (uključujući nulu) te ih prikazati na brojevnoj crti; pročitati i zapisati redne brojeve i rimske brojke; upotrijebiti pozicijski dekadski brojevni sustav (dekadske jedinice i mjesne vrijednosti); zbrajati, oduzimati, množiti i dijeliti napamet (znajući tablicu zbrajanja do $10 + 10$ i tablicu množenja do $10 \cdot 10$) i metodama pisanog računa, te primjenjujući međusobne veze računskih operacija; zaokružiti broj i procijeniti rezultat računa; odrediti nepoznati broj u jednostavnim jednakostima i provjeriti točnost rješenja te primjenjivati brojeve i računske operacije u jednostavnim svakodnevnim situacijama.

Nastavni program za osnovnu školu iz nastavnog predmeta Matematika zadaje očekivana postignuća učenika po razredima i u predviđenom redoslijedu poučavanja¹. Kad je riječ o brojevima i računanju od učenika u **prvom razredu** se očekuje da *ovladaju* zapisivanjem, čitanjem, brojenjem, uspoređivanjem, zbrajanjem i oduzima-

Ivana Janjatović, studentica, Fakultet za odgojne i obrazovne znanosti, Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, ijanjatovic@foozos.hr
Željka Migles, studentica, Fakultet za odgojne i obrazovne znanosti, Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, zmigles@gmail.com
Ana Katalenić, prof., Fakultet za odgojne i obrazovne znanosti, Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, akatalenic@foozos.hr

¹ U dokumentu nije istaknuto kako su teme poredane po metodičkom ili programskom redoslijedu, no ne postoji drugo objašnjenje razdvajanja i cjepkanja pojedinih tema.

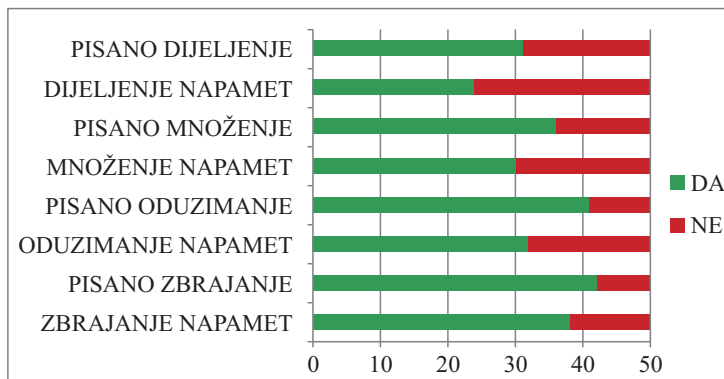
njem brojeva do 20 te rješavanjem zadataka u kojima je 0 rezultat ili jedan od članova u računskoj radnji. Od učenika **drugog razreda** očekuje se da *ovladaju* zapisivanjem, čitanjem, brojenjem, uspoređivanjem, zbrajanjem i oduzimanjem brojeva do 100 te tablicom množenja u skupu brojeva do 100 i da množenje i dijeljenje pišu matematičkim zapisom. Nadalje, učenici trebaju *ovladati postupcima* zbrajanja i oduzimanja dvoznamenkastoga i jednoznamenkastog broja te zbrajanja i oduzimanja dvoznamenkastih brojeva. Učenici trebaju *razumjeti* kako je umnožak zadanoga broja i broja 1 uvijek jednak zadanomu broju, kako je umnožak bilo kojega broja i 0 jednak 0, kako je rezultat dijeljenja bilo kojega broja brojem 1 uvijek jednak tomu broju te kako 0 podijeljena brojem različitim od 0 daje 0 te da se s 0 ne dijeli. Postupcima kojima trebaju ovladati dodaje se još računanje s više računskih radnji uz uporabu zagrada i bez uporabe zagrada. Od učenika **trećeg razreda** očekuje se da ovladaju zapisivanjem, brojenjem i uspoređivanjem brojeva do 1000 i da *ovladaju postupcima* zbrajanja i oduzimanja troznamenkastog i jednoznamenkastoga broja, množenja i dijeljenja zbroja brojem te množenja i dijeljenja brojem 10 i brojem 100. Učenici trebaju još *ovladati postupcima* množenja dvoznamenkastoga broja jednoznamenkastim i dijeljenja takvih brojeva sa i bez ostatka. Pisano računanje čini veći dio programa za ovaj razred te učenici trebaju *ovladati postupcima* pisanoga zbrajanja i oduzimanja dvoznamenkastih brojeva do 100, a potom do 1000, pisanoga množenja dvoznamenkastoga broja jednoznamenkastim brojem te pisanoga dijeljenja dvoznamenkastog i troznamenkastoga broja jednoznamenkastim brojem s ostatkom i bez ostatka. Učenici **četvrtoga razreda** trebaju čitati, pisati, brojiti i uspoređivati brojeve do milijun. Od njih se očekuje da *ovladaju postupcima* pisanoga množenja višeznamenastoga broja jednoznamenkastim i dvoznamenkastim brojem udesno, pisanoga dijeljenja višeznamenastoga broja jednoznamenkastim i dvoznamenkastim brojem duljim postupkom te rješavanja zadatka s više računskih radnji uz uporabu zagrada i bez uporabe zagrada.

Svake četiri godine, počevši od 1995., provodi se međunarodno istraživanje **TIMSS** (engl. *Trends in mathematics and science studies*) kako bi se utvrdila uspješnost učenika u usvajanju matematičkih

i prirodoslovnih sadržaja. U TIMSS-u je 2011. prvi put sudjelovala i Republika Hrvatska i to sa 4587 učenika 4. razreda iz 152 osnovne škole. Prema postignutim rezultatima naših učenika zauzeli smo 30. mjesto od ukupno 50 zemalja sudionica navedenog istraživanja. Pokazalo se kako smo statistički značajno lošiji od međunarodnog prosjeka. Našim učenicima su teži bili zadatci iz domene brojeva, geometrijskih likova i mjerenja od zadataka u kojima se tražila vještina prikaza podataka. 58 % naših učenika uspješno je rješavalo zadatke koji se odnose na prikaz podataka, a zadatke iz domene brojeva i geometrijskih likova i mjerenja uspješno je rješavalo tek 45 % odnosno 48 % učenika. Istaknimo kako je u trenutku provođenja TIMSS-ova istraživanja na kojemu su sudjelovali učenici hrvatskih osnovnih škola predviđeni program nastave matematike obuhvaćao aritmetičke i geometrijske sadržaje te mjerenja, dok podatci, kao tema, nisu bili zastupljeni. Potrebno je detaljnije analizirati teškoće s kojima se učenici susreću, posebno u aritmetici te valjano reagirati postavljanjem jedinstvenih i značajnih zahtjeva na poučavanje matematike, dostupan sadržaj i očekivana učenička postignuća.

Studenti završne godine učiteljskog studija Fakulteta za odgojne i obrazovne znanosti u Osijeku proveli su niz radionica s učenicima 4. razreda osnovnih škola koji pokazuju poseban interes za matematiku. Učenici su se tom prilikom zabavljali različitim matematičkim aktivnostima, a jedna od njih je bila otkrivanje poznatih izreka o matematici. Učenici su dobili računске zadatke rezultati kojih tvore neku izreku na temelju kodova u kojima broj predstavlja slovo hrvatske abecede. Učenici su trebali otkriti izreke Gaussa: *Matematika je kraljica znanosti*, Euklida: *Nema kraljevskog puta u geometriji*, Platona: *Bog uvijek geometrizira*, Pitagore: *Brojevi vladaju svemirom*, Bacona: *Zanemarivanje matematike šteti svakom znanju* i Carmichaela: *Matematika je očita kad je vidiš*. Zadatci koje su učenici rješavali zahtijevali su zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje brojeva, rješavanje složenih računskih izraza sa i bez zagrada te poznavanje svojstava računskih operacija. Struktura listića trebala je učeniku služiti za provjeru točnosti rezultata. Studenti su pratili i vrednovali numeričke sposobnosti učenika tijekom rada.

U navedenoj aktivnosti sudjelovalo je 50 učenika i učenica četvrtog razreda osnovne škole, a pri tome ih je pratilo 25 studenata. Svaki student pratio je rad jednog, dva ili tri učenika. Nakon provedene aktivnosti, studenti su ispunili upitnik koji se sastojao od 17 pitanja u kojima su procijenili realizaciju numeričkih zahtjeva za pojedinog učenika. Prikupljeni podatci su analizirani kako bi se utvrdile procijenjene numeričke sposobnosti polaznika radionice.



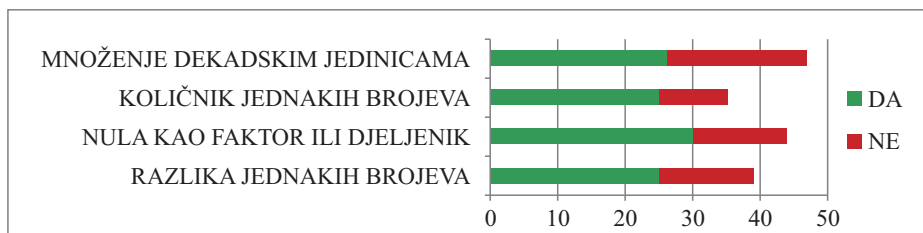
Slika 1. Realizacija zahtjeva izvođenja osnovnih računskih operacija

Učenici su pokazali dobre sposobnosti zbrajanja. 78 % polaznika je bilo uspješno, odnosno brzo i spretno pri zbrajanju napamet višeznamenkastih i jednoznamenkastih brojeva, a 84 % polaznika je bilo brzo i spretno pri pisanom zbrajanju. Što se tiče oduzimanja, 64 % polaznika je brzo i spretno oduzimalo višeznamenkaste i jednoznamenkaste brojeve, a njih 82 % se pokazalo brzim i spretnim pri pisanom oduzimanju. Studenti smatraju kako je 60 % promatranih učenika dovoljno vješto pri brzom i spretnom množenju napamet unutar tablice množenja do 100, a 72 % promatranih učenika se pokazalo brzim i spretnim pri pisanom množenju. Podatci prikupljeni upitnicima pokazuju kako studenti samo 48 % učenika smatraju vještima za brzo i spretno dijeljenje do 100, a 62 % učenika su pokazala kako su dovoljno brza i spretna pri pisanom dijeljenju.

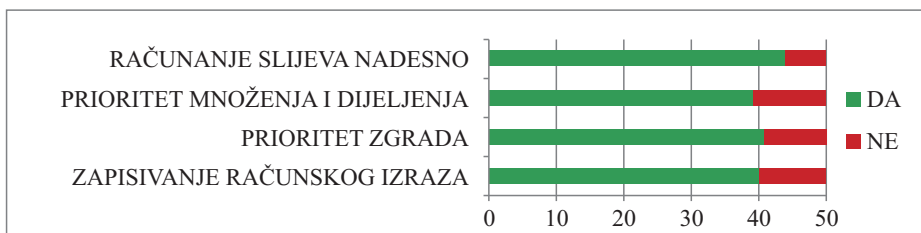
Budući da su na listićima bili različiti računski zadatci, dio učenika nije imao priliku pokazati svoja znanja i vještine vezane uz specifična svojstva računskih operacija tako da u nastavku ovog rada

slijedi analiza uspješnosti onih učenika koji su imali priliku pokazati navedena znanja i vještine.

Od 39 učenika, koliko ih je imalo odgovarajući zadatak, njih 25, odnosno 64 %, je prepoznalo razliku jednakih brojeva i odmah zapisalo rezultat jednak nuli. Dio učenika se susreo sa zadatkom u kojemu se nula javlja kao faktor/djeljenik. Studenti su promatrali hoće li se učenici dosjetiti i primijeniti pravilo kako je tada rezultat nula, a njihove procjene pokazuju kako je u tome bilo uspješno 30 od 44 učenika, odnosno njih 68 %. Učenici su se susreli i sa zadatkom određivanja količnika jednakih brojeva. Očekivalo se kako će učenici prepoznati da je rezultat takvog dijeljenja jednak 1. U tome je bilo uspješno 25 od 35 učenika, to jest 71 % učenika koji su imali takav zadatak. Neki učenici su morali pokazati mogu li brzo i spretno primjenjivati pravila jednostavnog množenja dekadskim jedinicama (dodavanje nula). Studenti su procijenili kako je 26 od 47 učenika bilo uspješno u množenju broja dekadskim jedinicama dodavanjem odgovarajućeg broja nula, što čini 55 % učenika koji su imali takav zadatak.



Slika 2. Znanje i primjena specifičnih svojstava računskih operacija



Slika 3. Rješavanje složenih računskih izraza

Zadatci za učenike uglavnom su bili računski izrazi s više članova, stoga je prirodno bilo promatrati uspješnost pri izvođenju više jednakih ili različitih računskih radnji.

80 % promatranih učenika je uspješno i korektno prepisivalo i zapisivalo složene računске izraze. U složenim računskim izrazima sa zgradama 82 % posto učenika je prvo rješavalo zgradu, a u složenim računskim izrazima bez zgrada 78 % učenika je znalo kako prvo trebaju provesti množenje i dijeljenje te su pri tome bili vrlo uspješni. Izraz s više računskih operacija jednakog stupnja 88 % učenika je računalo s lijeva nadesno. Važno je istaknuti kako je 62 % učenika koristilo strukturu listića za provjeru točnosti svojih rezultata, a studenti smatraju kako ostali učenici nisu na ovakav način kontrolirali svoju uspješnost pri rješavanju.

Promotri smo i uspješnost svakog pojedinačnog učenika te uvidjeli kako su rijetki učenici koji su se u svim numeričkim sposobnostima pokazali uspješnima ili pak potpuno lošima. Većina učenika je u nekim numeričkim sposobnostima pokazala veći, a u nekima manji uspjeh. Možemo reći da je skupina promatranih učenika bila najlošija u rješavanju zadataka koji su zahtijevali oduzimanje, množenje i dijeljenje napamet te pisano dijeljenje. Kad je riječ o svojstvima računskih operacija, učenici su bili manje uspješni u poznavanju i primjeni pravila o nuli kao faktoru/djeljeniku i razlici jednakih brojeva nego pravila o količniku jednakih brojeva i množenju broja dekadskim jedinicama. Redoslijed izvođenja računskih operacija pogotovo kad su u izrazu zgrade ili su sve operacije jednakog stupnja učenici uglavnom poštuju. Značajan broj učenika nije koristio strukturu listića sa zadatcima za provjeru točnosti rezultata. Među 50 promatranih učenika, 9 učenika se posebno istaknulo. Studenti koji su ih pratili, procijenili su ih uspješnima

u rješavanju svih zadataka u provedenoj aktivnosti. Na osnovu toga, možemo reći kako se radi o učenicima koji unutar promatrane skupine imaju najbolje razvijene numeričke sposobnosti.

Ispitivane numeričke sposobnosti učenici su trebali razviti u drugom ili trećem razredu osnovne škole. Jasno je kako rezultati nisu ohrabrujući, pogotovo ako se uzme u obzir da su polaznici radionica učenici zainteresirani za matematiku. Realizacija temeljnih numeričkih sposobnosti nužna je za daljnje kumulativno matematičko obrazovanje kao i snalaženje u svakodnevnom životu. Kad se nađemo u odgovarajućoj situaciji, zasigurno nećemo izvaditi papir i olovku kako bismo podijelili troznamenasti i jednoznamenasti broj, tada ćemo se koristiti vještinom procjenjivanja i prisjećanjem činjenica dijeljenja unutar tablice 10×10 . Takve kompetencije treba razvijati, pratiti, vrednovati i inzistirati na njihovoj realizaciji pravovremeno i beskompromisno.

LITERATURA

- 1/ Nacionalni okvirni kurikulum za predškolski odgoj i obrazovanje te opće obvezno i srednjoškolsko obrazovanje. (2011). Zagreb: Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta.
- 2/ Nastavni plan i program za osnovnu školu. (2006). Zagreb: Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta.
- 3/ TIMSS 2011. Izvješće o postignutim rezultatima iz matematike. (2012). Zagreb: Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja.
- 4/ Preporuka europskog parlamenta i savjeta od 18. prosinca 2006. o ključnim kompetencijama za cjeloživotno učenje. (2010). *Metodika*, 11(20), 169–173.
- 5/ M. C. Sharma, (2001). *Matematika bez suza: kako pomoći djetetu s teškoćama u učenju matematike*. Lekenik: Ostvarenje.
- 6/ M. Pavleković (2009.). *Matematika i nadareni učenici*, Element, Zagreb.