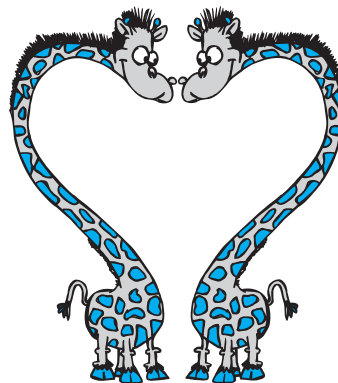


Simetrično je lijepo

Sanja Sruk, Zagreb



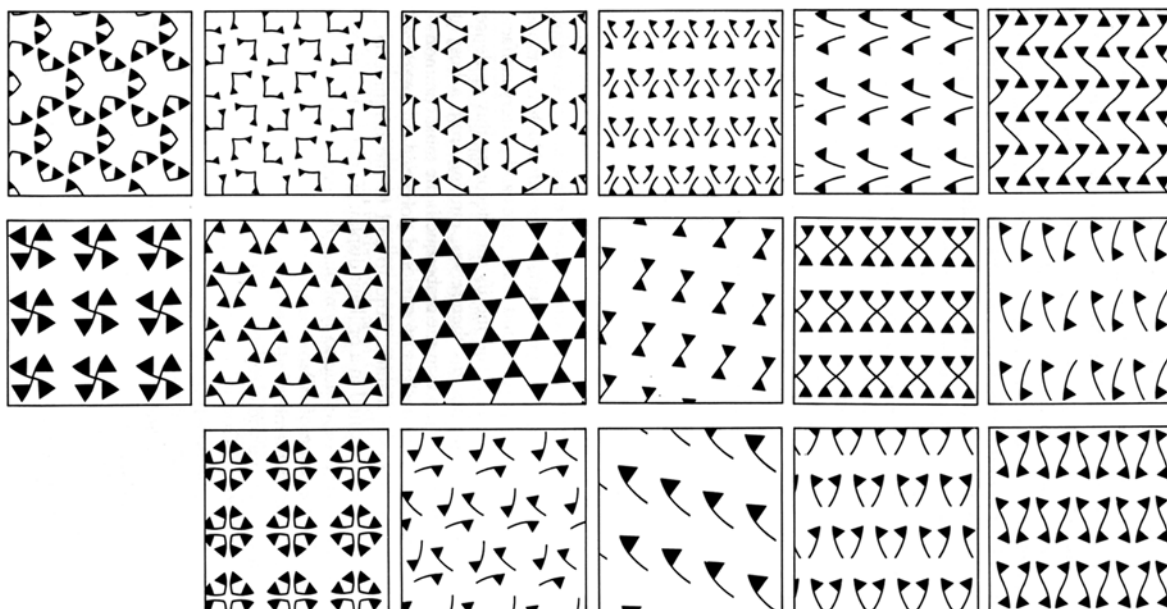
Oduvijek je čovjek smatrao lijepim pravilne i simetrične oblike. Dovoljno je pogledati prekrasne arapske ornamente na zidovima džamija ili na bogato ukrašenim tepisima, ili se pak prisjetiti grčke opčinjenosti pravilnim poliedrima kojima su čak pridavali natprirodna svojstva. I priroda je puna pravilnosti: kristali, pčelinja saća, paukove mreže, pahuljice snijega, itd. Stoga ne čudi da simetrične oblike nalazimo i danas na tapetama, podovima ili tkaninama. Uzoraka, dakako, ima beskonačno mnogo, ali se svi oni ipak mogu razvrstati u nekoliko kategorija.

Krenimo od pravilnih mnogokuta. Svega tri (jednakostranični trokut, kvadrat i pravilni šesterokut) mogu potpuno prekriti ravninu i takvim su pločicama uglavnom popločene i naše kuhinje, kupaonice, dvorišta i gradski trgovi. Dopustimo li kombinaciju dviju ili više vrsta pravilnih mnogokuta, dobivamo osam polupravilnih uzoraka, kod kojih je svaki vrh okružen istim tipom i brojem mnogokuta (pogledajte slike u matematičkom panoptikumu). Odustanemo li od zahtjeva da mnogokuti moraju biti pravilni, za potpuno prekrivanje ravnine može nam poslužiti bilo kakav trokut ili četverokut, neki peterokuti (do sada je pronađeno

14 takvih peterokuta, ali se ne zna ima li ih još) i točno tri vrste nepravilnih konveksnih šesterokuta. Ako još odbacimo i zahtjev da vrhovi moraju biti identični, otvaraju se sasvim nove mogućnosti. Likovi kojima se pokriva ravnina ne moraju nužno biti simetrični, jer se translacijom, rotacijom, osnom simetrijom, te njihovom kombinacijom dobivaju razni simetrični uzorci, čijim se beskonačnim ponavljanjem može potpuno prekriti ravnina.

Iako je broj mogućih umjetničkih uzoraka neograničen, na temelju praktičnog iskustva već dugo je poznato da je broj tipova simetrije (koji vrše klasifikaciju uzoraka) konačan, a da ih je točno 17 utvrdio je ruski kristalograf E. S. Fedorov 1891. godine. Dokaz te tvrdnje nije nimalo elementaran i koristi metode iz teorije grupa, stoga se i govori o 17 grupa simetrije. Primjer tih 17 grupa simetrije ravnine vidimo na sl. 1 (uzeto iz knjige *To Infinity and Beyond* autora E. Maora, Princeton University Press, 1991.).

Barem 13 od postojećih 17 grupa simetrije vidimo i u djelima M. C. Eschera (1898. – 1972.), nizozemskog slikara čija djela zacijelo puno više fasciniraju matematičare nego likovne kritičare. Iako nije posjedovao matematičko obrazovanje, u njegovim grafi-

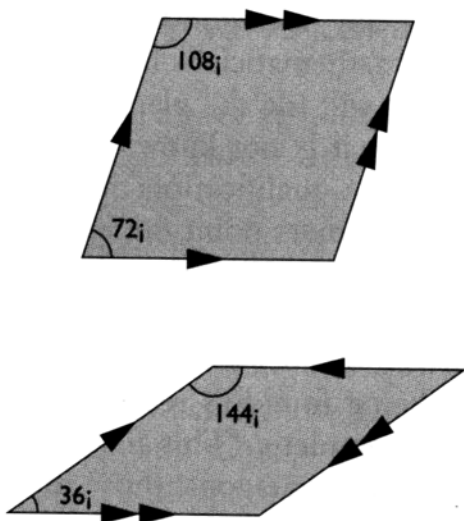


Sl. 1.

kama i litografijama prepoznajemo involuciju, Möbiusovu traku, dualnost, beskonačnost, itd. Particija ravnine sukladnim likovima bila mu je poseban izazov i svojevrsna opsesija, a dodavanjem sličnosti likova postiže fantastičan dojam beskonačnosti.

Svi dosad navedeni uzorci su periodički. Postoje li oni neperiodički? Na to je pitanje

1974. godine britanski matematičar R. Penrose dao potvrđan odgovor otkrivši par mnogokuta koji mogu potpuno, ali neperiodički prekriti ravninu. Na sl. 2 vidimo te likove koji se moraju slagati tako da se strelice na bridovima međusobno poklapaju i primjer takvog uzorka, kod kojeg, lokalno gledajući, mala područja posjeduju simetriju (rotacije pravilnog peterokuta), ali cjelokupni uzorak nije simetričan. To Penroseovo otkriće dobilo je novi značaj kad su 1984. godine otkriveni kvazikristali (strukture koje nemaju klasičnu simetričnu strukturu kristalne rešetke, ali im raspored atoma ima svojstvo lokalne simetričnosti).



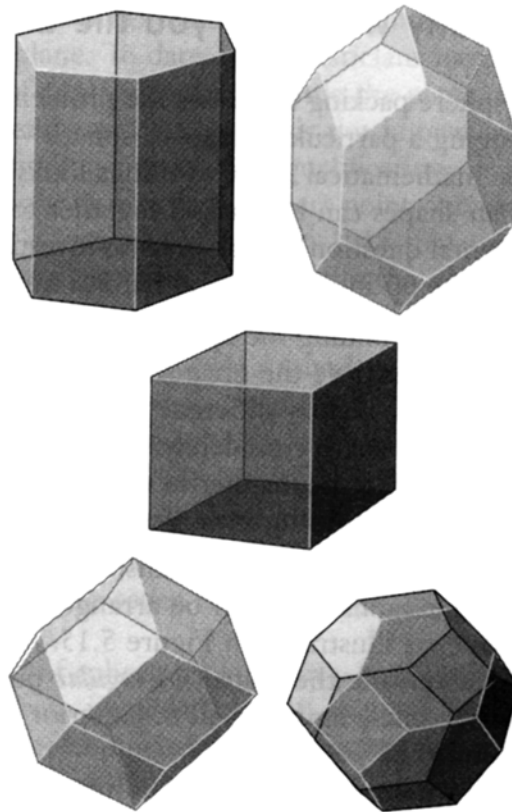
Sl. 2.

Slična razmatranja možemo provesti i u jednoj ili tri dimenzije. U jednoj dimenziji postoji 7 grupa simetrije koje susrećemo u raznim ornamentalnim bordurama, poput onih na sl. 3. Želimo li potpuno ispuniti prostor, jedini pravilni poliedar kojim to možemo učiniti je kocka, a ukupno postoji 6 takvih poliedara (sl. 4) koji čine 230 različitih grupa simetrije, dok je u posljednjem desetljeću prethodnog tisućljeća otkriven poliedar kojim se prostor može popuniti neperiodički.



Sl. 3.

Iz dana u dan pojavljuju se novi matematički problemi koji predstavljaju izazov kako profesionalnim matematičarima, tako i onima kojima je matematika samo hobi. Ovo je tek jedan od mnogobrojnih primjera koji pokazuje ljepotu matematike i njenu sveprisutnost u svakodnevnom životu.



Sl. 4.

Iz predgovora jednom udžbeniku geometrije:

... Iskreno hvala kolegama Talesu, Pitagori i Euklidu bez čije suradnje bi ova moja knjiga zasigurno bila znatno siromašnija. . .

Autor