

## DJELJIVOST BROJEVIMA $10n \pm 1$

Evo jednog zgodnog postupka kojim možemo provjeriti djeljivost nekog broja brojevima oblika  $a = 10n + 1$  ili  $b = 10n - 1$ .

Najprije, evo kako provjeravamo djeljivost prirodnog broja  $m$  brojem  $a = 10n + 1$ :

- 1) Otpišemo broju  $m$  posljednju znamenku;
- 2) Oduzmemo od dobivenog broja umnožak otpisane znamenke s brojem  $n$ ;
- 3) Ponovimo s tako dobivenim brojem postupke 1) i 2);
- 4) Opisane korake ponavljamo sve dok ne dobijemo broj koji je manji od nule ili jednak nuli;
- 5) Ako opisanim postupkom dobijemo za posljednji broj nulu, broj  $m$  djeljiv je brojem  $a$ .

Evo i matematičkog obrazloženja:

Ako je  $k$  posljednja znamenka broja  $m$ , tada nakon operacija 1) i 2) od  $m$  dobijemo broj  $\frac{m-k}{10} - kn = \frac{m-k-10kn}{10} = \frac{m-k(10n+1)}{10} = \frac{m-ka}{10}$ .

I očito, taj je broj djeljiv sa  $a$  onda i samo onda kad je  $m$  djeljiv sa  $a$ . Daljnje operacije umanjuju broj ali ne mijenjaju njegovu djeljivost sa  $a$ , pa odatle i slijedi 5).

Evo i jednog primjera; podijelimo 23 927 sa 71:

$$23\ 92\ \underline{7} \rightarrow 2\ 34\ \underline{3} \rightarrow 21\ \underline{3} \rightarrow 0.$$

Primijetite, ako u slučaju djeljivosti zapišemo odbačene znamenke u obrnutom poretku, tada dobijemo količnik dijeljenja. Tako je u primjeru  $23\ 927 = 71 \cdot 337$ .

Da bi provjerali djeljivost nekog broja brojem  $b = 10n - 1$ , valja u 2) zamijeniti oduzimanje zbrajanjem, a u 4) i u 5) umjesto 0 napisati  $b$ , te umjesto  $10n + 1$  napisati  $10n - 1$ .

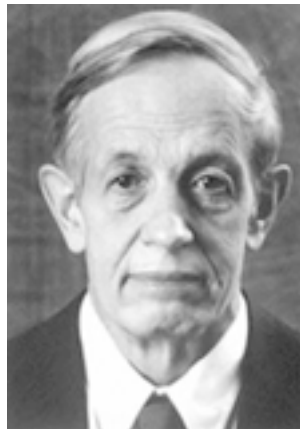
Navedimo i ovdje primjer; podijelimo broj 10 203 brojem 19:

$$10\ 20\ \underline{3} \rightarrow 1\ 02\ \underline{6} \rightarrow 11\ \underline{4} \rightarrow 19.$$

Ako od 1 000 oduzmemo broj 463, što ga čine otpisane znamenke, dobit ćemo količnik dijeljenja. Dakle je  $10\ 203 : 19 = 1\ 000 - 463 = 537$ .

Primijetimo na kraju, ako zapisujemo brojeve u binarnom brojevnom sustavu, tada bilo koje od naša dva pravila daje kriterij djeljivosti za svaki neparni broj. Parnost u binarnom brojevnom sustavu se i ne treba provjeravati.

## Genijalni um: John Forbes Nash



O velikim se matematičarima uglavnom piše prigodom neke značajne obljetnice vezane uz njihov život i rad ili pak uz neko njihovo veliko otkriće. No ovoj priči povod je film, ovogodišnji dobitnik famoznog OSCARA, najprestižnije svjetske filmske nagrade. Riječ je o filmu **Genijalni um** (*Beautiful Mind*) u kojem je prikazan život matematičara Johna Forbesa Nasha.

John Forbes Nash rođen je 1928. u Zapadnoj Virginiji u Sjedinjenim Američkim Državama. Kao dječak bio je introvertiran i osamljen pa su ga učitelji smatrali asocijalnim i zaostalim djetetom. On je međutim pokazivao osobitu nadarenost i interes za učenje, ali kako to u školi nisu prepoznali, učio je i naučio najviše samostalno učeći doma ili pod budnim okom svoje majke. Matematiku je zavolio kad je kao 14-godišnji dječak pročitao čuvenu Bellovu knjigu *Veliki matematičari*. Tu je naišao i na *Veliki Fermatov poučak* kojega je pokušao dokazati.

U 16. godini Nash je dobio Westinghouseovu stipendiju te je na Carnegie Institute of Technology studirao kemijsko inženjstvo. Tamo je susreo i upoznao Johna Syngea, predstojnika Matematičkog odjela, pod čijim se utjecajem počeo više zanimati za matematiku.

Ubrzo je dobio nekoliko ponuda od vrhunskih američkih sveučilišta te se 1948. odzvao Lefschetzovu pozivu i prihvatio vrlo

povoljnu stipendiju Sveučilišta u Princetonu. Princeton je u to vrijeme bio svjetska prijestolnica prirodnih znanosti u kojoj se bježeći pred užasom II. svjetskog rata skrasila sama znanstvena elita. Svestran u svojim interesima, Nash se bavio topologijom, algebarskom geometrijom, teorijom igara i matematičkom logikom. On nije želio učiti matematiku “iz druge ruke”, iz udžbenika, već je nastojao do znanja dolaziti samostalno, istraživački, na temelju osobnih iskustava. Već tada bio je potpuno zreo matematičar.

Radeći na svojem doktoratu Nash je 1949. godine objavio članak koji će 45 godina kasnije biti osnovnim razlogom njegova dobitka *Nobelove nagrade* za ekonomske znanosti. To je vrijeme kada Nash postavlja matematičke osnove *Teorije igara*, discipline koja je utemeljena 1944. čuvenim radom *The Theory of Games and Economic Behavior*, Johna von Neumanna i Oscara Morgensterna. Riječ je o grani matematike koja se bavi razrješenjem konfliktnih situacija. Zbog svojih praktičnih primjena u raznim društvenim područjima (od standardno shvaćenih igara, primjene u vojnim i u ekonomskim i raznim drugim problemima) Teorija igara vrlo je cijenjena.

U jednom od vodećih znanstvenih časopisa *Annals of Mathematics* Nash objavljuje članak *Realne algebarske mnogostrukosti*.