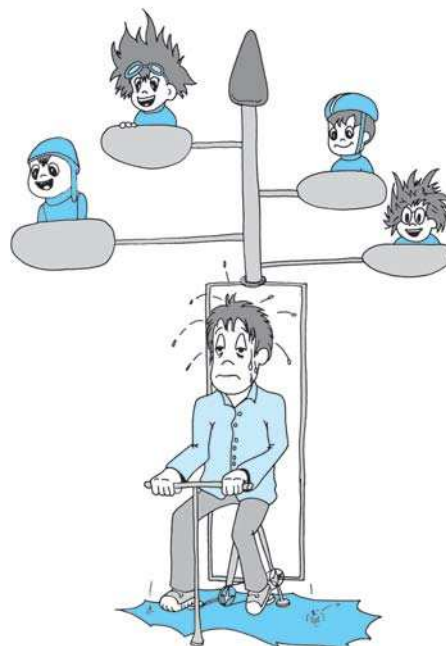


# Nastava matematike na više razina

Željko Brčić, Vinkovci

Početak srpnja u Vinkovcima je u sklopu redovitog godišnjeg stručnog skupa učitelja matematike iz Vukovarsko-srijemske županije održana radionica “Nastava matematike na više razina”. Sudionici radionice bili su podijeljeni u četiri grupe (od 5. do 8. razreda), a zadaća im je bila napraviti pripravu za zadanu nastavnu jedinicu na pet razina, uzimajući u obzir različito predznanje i psihofizičku sposobnost učenika. O vrlo sličnoj temi napisao sam kratak i prilično općenit članak (objavljen u **MŠ**-u br. 8 u veljači 2001. godine). U ovom pak članku nakon uvodnog objašnjenja teme konkretnije opisujem svoje iskustvo s grupnim radom, uključujući i primjer jednog takvog nastavnog sata.

Nastavu matematike na više razina ima smisla izvoditi ako postoji očit nesrazmjer u znanju i mogućnostima učenika istog razreda, a to je u našim osnovnim školama uobičajena slika. Prilagoditi težinu gradiva prosječnim učenicima znači postaviti na marginu nastavnog procesa i ispodprosječne i iznadprosječne, a oni zajedno nerijetko čine većinu. Slabijim učenicima gradivo je preteško



i nerazumljivo, a boljima prelako i nezanimljivo. Krajnji je učinak identičan za obje skupine: dolazi do izostanka pozornosti i zanimanja za predmet, što u konačnici rezultira trajnim zaostajanjem u učenju i objektivno slabijim znanjem. Da bi se postigla veća učinkovitost nastave, potrebno je aktivirati sve učenike, a jedan od mogućih puteva k ostvarenju tog cilja zove se — nastava na više razina.

Osnovna ideja takvog oblika rada sastoji se u:

- podjeli učenika jednog razreda na nekoliko homogenih grupa podjednakog predznanja i matematičkih sposobnosti;
- odabiru sadržaja rada prilagođenog potencijalu članova pojedinih skupina;
- organizaciji nastavnog sata koja omogućuje istodoban rad sa svima.

Prevelik broj grupa može otežati izvedbu nastavnog sata, pa kod podjele razreda ne treba pretjerivati. Optimalno je oformiti tri grupe: najbolji učenici čine grupu A (primjerice, prosjek ocjena iz matematike veći od 4.00 ili neki sličan kriterij), nešto slabiji od njih čine grupu B (recimo, izme-



đu 3.00 i 4.00), a ostali grupu C (prosjeck manji od 3.00). Osim toga, ako postoji potreba, moguće je ustrojiti i dvije dodatne grupe: A+, u kojoj bi bili posebno nadareni učenici, koje pripremamo za matematička natjecanja, te grupu D, za učenike koji prate nastavu prema prilagođenom programu.

Za svaku od navedenih grupa potrebno je odrediti što će njezini pripadnici na satu obraditi i koje će zadatke rješavati. Kriteriji za odabir gradiva po grupama mogu biti različiti: širina, dubina, tempo, metode. . . . Jednima ćemo neki poučak samo spomenuti, a s drugima radimo i njegov dokaz. Jedni će rješavati niz jednostavnih zadataka, a drugi će pokušati riješiti i neki nestandardni zadatak. Jedni će za obavljanje određene zadaće imati 15 minuta, drugi samo pet. Jednima ćemo gradivo prezentirati, drugi će ga obraditi sami. . . . Mogućnosti su, dakle, raznolike, a cilj je optimalno opteretiti svaku grupu tako da učenici rade upravo ono za što su zaista sposobni.

Odabir gradiva za pojedine grupe vrlo je zahtevan posao, no još je važnije uskladiti rad učenika tako da niti jedna grupa nema praznog hoda. Rad na više razina može se realizirati u svim etapama nastavnog procesa, a najučinkovitije je na jednom satu istodobno kombinirati više različitih etapa (primjerice: jedna grupa obrađuje novo gradivo, druga ponavlja staro, treća vježba zadatke i sl.). Da bi bilo moguće sve to koordinirati, nužno je primijeniti različite metode rada, te koristiti što je moguće više nastavnih pomagala. Jasno je da frontalnim oblikom nastave nije moguće istodobno raditi s trima (ili čak pet) grupama učenika, pa su nam uz ploču i kedu neophodni udžbenik, vježbenica, grafoskop s prozirnicama, nastavni listići i druga materijalna sredstva.

Kako opisana teorija izgleda u praksi, pokazujem na primjeru kvadratne jednadžbe, koja se u osnovnoj školi (osmom razredu) radi jedan nastavni sat i to neposredno prije uvođenje pojma (drugoga) korijena. U sažetom obliku opisujem kako je zamišljena izvedba nastave jedinice, s naglaskom na izboru sadržaja za pojedine grupe te objedinjavanju cjelokupnog rada u 45-minutnu strukturu nastavnog sata.

Učenicima najprije objasnim način rada, dogovorimo raspored sjedenja (učenike je zgodno i fizički grupirati radi lakše organizacije rada) te

podijelim nastavni materijal. Svaki učenik dobiva radni list sa zadacima svoje grupe koje će tijekom sata samostalno rješavati u bilježnicu. Rješenja zadataka se, prema potrebi, prikazuju s unaprijed pripremljenih prozirnica.

## Uvodni dio sata

Uvodni dio sata sastoji se od dvaju dijelova. U prvom, zajedničkom, kroz razgovor sa svim učenicima ponavljam osnovne pojmove o linearnim jednadžbama, a u drugom dijelu prelazim na rad u grupama, te učenici samostalno rješavaju jednu linearnu jednadžbu prilagođenu potencijalu njihove grupe.

## Središnji dio sata

Prvi dio također je zajednički za sve grupe. Na primjeru zadatka “Kolika je duljina stranice kvadrata kojemu je površina  $49 \text{ cm}^2$ ?”, učenici dolaze do jednadžbe  $x^2 = 49$ , koja više nije linearna, nego kvadratna. Učenici trebaju shvatiti da rješenje jednadžbe nije samo broj 7, nego i  $-7$ , te naučiti uobičajan način zapisivanja  $x_1 = 7$ ,  $x_2 = -7$ . Nakon toga ponovno prelazimo na diferenciranu nastavu.

Učenici iz grupa C i D odmah rješavaju zadatke s radnog lista. Uz popunjavanje tablica s brojevima i njihovim kvadratima, učenici trebaju znati riješiti najjednostavnije kvadratne jednadžbe tipa  $x^2 = a$ . U grupi D, tj. kod učenika koji nastavu prate po prilagođenom programu, broj  $a$  je prirodni broj, dok se u grupi C pojavljuju i decimalni brojevi te razlomci.

Dok grupama C i D dajem nužne upute za rad, svi ostali učenici samostalno obrađuju nastavnu jedinicu *Kvadratna jednadžba* iz obvezatnog udžbenika [4]. Nakon što pročitaju tekst, u bilježnici trebaju odgovoriti na pitanje: “Kada kvadratna jednadžba oblika  $x^2 = a$  ima dva, kada jedno, a kada ni jedno rješenje?”, te napisati po jedan primjer za sva tri slučaja. Poslije kratke rasprave i provjere učinjenog učenici rješavaju zadatke s radnog lista. Uglavnom se radi o kvadratnim jednadžbama oblika  $ax^2 + b = c$ , pri čemu se koriste osnovni postupci za rješavanje linearnih jednadžbi.

Nakon što riješe jednačbe toga tipa, učenici iz grupa A i A+ dobivaju upute što da rade u jednačbama u kojima ispod kvadrata nije sama nepoznanica. Uz pomoć na ploči riješenog zadatka  $(2x - 1)^2 = 36$  oni rješavaju slične zadatke s radnog lista.

Uz jednačbe tog tipa učenici iz grupe A+ imaju i zadatke u kojima najprije moraju prepoznati i primijeniti formulu za kvadrat zbroja ili razlike, a zatim riješiti jednačbu.

## Završni dio sata

Nakon što sve grupe završe s radom, učenici prepisuju zadatke za domaću zadaću. Osim toga,

učenici trebaju dovršiti i sve zadatke koje na satu eventualno nisu stigli riješiti.

Na samom kraju ponavljamo osnovne stvari naučene o kvadratnim jednačbama te najavljujem da će se na sljedećem satu preko rješenja kvadratne jednačbe  $x^2 = a$  doći do novog matematičkog pojma — kvadratnog korijena.

U sljedećoj tablici zorno je prikazan tijek nastavnog sata. Vidljivo je kada učenici rade zajednički, kada su podijeljeni po grupama, pa i kada dvije ili tri grupe imaju istu zadaću. Također je naznačeno što i s kojom grupom tijekom sata radi nastavnik.

	0'	4'	7'	10'	15'	20'	23'	30'	33'	40'	42'	45'
aktivnost nastavnika		grupa A+	grupa A	grupa B	grupa C	grupa D						
	dogovor o radu, raspored sjedenja, podjela materijala											
	ponavljanje osnovnih pojmova o linearnim jednačbama											
	zadatak	zadatak	zadatak	zadatak	zadatak	zadatak						
	kontrolira i pomaže											
	u zajedničkom razgovoru, kroz primjer s nepoznatom stranicom kvadrata, nastavnik vodi učenike od linearnih ka kvadratnim jednačbama											
	grupe D i C : objašnjava i pomaže u rješavanju zadataka	obrada teme iz udžbenika		razgovor o rješavanju kvadratne jednačbe		samostalno rješavaju zadatke s radnog lista		samostalno rješavaju zadatke s radnog lista		D.Z.		
	grupe B, A i A+ : razgovara o rješavanju kvadratne jednačbe	radni list	radni list	rješavanje jednačbe $(2x - 1)^2 = 36$		radni list		radni list		D.Z.		
	sve grupe : prati i usmjerava rješavanje zadataka	rješavanje jednačbe $(2x - 1)^2 = 36$		radni list		radni list		radni list		D.Z.		
	grupe A i A+ : objašnjava rješavanje zadataka	provjerava obavljenu posao		objašnjava domaću zadaću		nastavnik najavljuje uvođenje novog pojma - korijena						



Prenošenje znanja učenicima složen je proces. Nastava matematike na više razina čini iskorak prema individualizaciji nastave i time znatno povećava djelotvornost tog procesa. Takav oblik diferencirane nastave, posebice u kombinaciji s drugim metodama rada, u većoj mjeri nego standardna nastava omogućuje učenicima da uče ono za što su sposobni.

Naravno, ovakav način rada vrlo je zahtjevan, kako u osmišljavanju i odabiru sadržaja, tako i u konačnoj izvedbi sata. No, ne treba žaliti zbog dodatnog napora da se barem neki nastavni sat tijekom godine obogati novim, pa i ovakvim oblicima rada. Matematiku ćemo time približiti učenicima, njihov interes za rad bit će veći, a usvajanje novog znanja prirodnije i lakše.

Kako bih što zornije prikazao različitost rada pojedinih grupa, u prilogu ovog teksta navodim zadatke koje učenici na satu trebaju obaviti. Napominjem da su na učeničkim radnim listovima napisane opširne upute što, kada i kako trebaju raditi, a ovdje, zbog uštede na prostoru, navodim samo konkretne zadatke.

\* \* \*

### GRUPA D

- linearna jednačina:  $4x - 13 = 23$
- popunjavanje tablica:

x	5	4	7	-10	-9	-4
$x^2$						

x						
$x^2$	4	16	36	9	25	100

x	1		-8		9	
$x^2$		49		36		9

- kvadratne jednačine:

$$x^2 = 25$$

$$x^2 = 16$$

$$x^2 = 81$$

$$x^2 = 36$$

$$x^2 = 100$$

$$x^2 = 64$$

$$x^2 = 1$$

$$2x^2 = 18$$

### GRUPA C

- linearna jednačina:  $2x - 1 = 3x + 5$
- popunjavanje tablica:

x						
$x^2$	16	144	625	$\frac{1}{4}$	1	0.36

x	-8		$-\frac{5}{2}$			25
$x^2$		0.16		$\frac{4}{9}$	25	

- kvadratne jednačine:

$$x^2 = 49$$

$$x^2 = 196$$

$$x^2 = 225$$

$$x^2 = \frac{25}{16}$$

$$x^2 = \frac{100}{81}$$

$$x^2 = \frac{121}{144}$$

$$x^2 = 0.01$$

$$x^2 = 1.96$$

$$3x^2 = 300$$

- domaća zadaća: Udžbenik [4], str. 19, zadatak 51.

## GRUPA B

- linearna jednađzba:  $12 - 2 \cdot (x + 3) = 26$
- kvadratne jednađzbe:

$$x^2 = 16$$

$$7x^2 = 63$$

$$9x^2 = 16$$

$$9x^2 - 1600 = 0$$

$$x^2 = -25$$

$$9x^2 = 225$$

$$\frac{1}{2}x^2 = 18$$

$$5x^2 - \frac{45}{4} = 0$$

$$x^2 = 0$$

$$x^2 - 144 = 0$$

$$2x^2 - 50 = 0$$

$$\frac{3}{2}x^2 - 1 = \frac{1}{24}$$

- domaća zadaća: Vježbenica [5], str. 19, zadatak 144.

## GRUPA A

- linearna jednađzba:  $\frac{3x + 4}{4} - \frac{2x - 5}{3} = 5$
- kvadratne jednađzbe:

$$4x^2 = 256$$

$$\frac{4}{3}x^2 = 108$$

$$(x - 1)^2 = 9$$

$$3 \cdot (2x - 1)^2 = 27$$

$$25x^2 = 81$$

$$2x^2 - \frac{72}{49} = 0$$

$$(x + 5)^2 = 25$$

$$5 \cdot (3 - 2x)^2 = 125$$

$$3x^2 - 48 = 0$$

$$\frac{3}{4}x^2 - \frac{27}{49} = 0$$

$$(2x - 1)^2 = 16$$

$$2 \cdot (3x - 1)^2 - 128 = 0$$

- domaća zadaća: Vježbenica [5], str. 19, zadatak 146, (1) – (4).

## GRUPA A+

- linearna jednađzba:  $\frac{x - 1}{6} + \frac{x - 1}{2} - \frac{2x + 3}{4} = \frac{1}{3}$
- kvadratne jednađzbe:

$$10x^2 = 2890$$

$$12 - \frac{75}{4}x^2 = 0$$

$$3 \cdot (2x - 1)^2 = 27$$

$$x^2 + 12x + 27 = 0$$

$$49x^2 = 225$$

$$(x + 5)^2 = 25$$

$$2 \cdot (3x - 1)^2 - 128 = 0$$

$$3x^2 - \frac{108}{49} = 0$$

$$(2x - 1)^2 = 16$$

$$x^2 - 10x + 25 = 81$$

- domaća zadaća: Vježbenica [5], str. 19, zadatak 146, (3) – (6).

## Literatura

- [1] Ž. Brčić, *O jednom iskustvu s grupnim radom*, Matematika i škola 8 (2001), 122–123.
- [2] Z. Kurnik, *Grupni rad*, Matematika i škola 22 (2003), 52–57.
- [3] Z. Kurnik, *Individualizacija*, Matematika i škola 25 (2004), 196–201.
- [4] M. Polonijo, B. Dakić, *Matematika 8*, udžbenik, Školska knjiga.
- [5] T. Dakić, B. Dakić, M. Polonijo, *Matematika 8*, vježbenica, Školska knjiga.
- [6] S. Varošaneć, *Matematika 8*, udžbenik sa zbirkom zadataka, Školska knjiga.