

Provjeravanje znanja

Zdravko Kurnik, Zagreb

Opći cilj nastave matematike jest obrazovanje i odgajanje učenika na osnovi i pomoću matematičkih sadržaja propisanih nastavnim programom. Istaknimo odmah na početku i drugu činjenicu važnu za matematičko obrazovanje i psihički razvoj učenika: svaki učenik ima matematičke sposobnosti koje su dovoljne za praćenje, svladavanje i usvajanje matematičkih sadržaja propisanih nastavnim programom.

1. Razine matematičkog obrazovanja

Nastava matematike je složen i vrlo zahtjevan proces. Njezina uspješnost ovisi o mnogim činiteljima, pa to može prouzročiti niz problema. Problemi posebno nastaju ako nije ispunjen neki od preduvjeta za ostvarenje postavljenih ciljeva.

Izdvojimo bitne sastavnice nastavnikove djelatnosti. To su: **poučavanje, odgajanje, provjeravanje znanja i ocjenjivanje znanja.**

Matematika je važno, korisno, uzbudljivo i kreativno područje poučavanja. Učenicima ona pomaže razvijati sposobnost rješavanja problema i logično rasuđivati. Rješavanje problema je proces pomoću kojeg učenici doživljavaju moć matematike.

Danas je nastava matematike još uvijek pretežno usmjerena na izvršavanje plana i opsežnog programa, a mnogi nastavnici matemati-

ke svoj glavni zadatak vide u tome da učenici usvoje što više novih informacija i činjenica, što više propisanog gradiva. Rezultat takve nastave je niža razina kakvoće matematičkog obrazovanja: **usvajanje znanja.**

Međutim, ako učenici i uspješno svladaju nastavno gradivo, to još ne mora značiti da su dobro osposobljeni za sljedeće razine obrazovanja i buduće aktivnosti. Često učenici imaju znanja, ali ga ne znaju primijeniti. Znanja ostaju neiskorištena i postupno se gube. Zbog toga nastava matematike mora biti sadržajnije i dublja, a razina se obrazovanja treba povisiti. Više razine kakvoće matematičkog obrazovanja jesu:

analiziranje i sintetiziranje, uspoređivanje, zaključivanje po analogiji, induciranje i deduciranje, apstrahiranje i konkretiziranje, generaliziranje i specijaliziranje, kritičko mišljenje.

Ovi su postupci važno sredstvo matematičara-znanstvenika u procesu dobivanja novih tvrdnji, njihova dokazivanja i dovođenja u vezu s već poznatim činjenicama i teorijama.

Cilj nastave matematike treba biti upoznavanje učenika sa svim stranama matematičke djelatnosti, naravno primjereno njihovim matematičkim sposobnostima i predznanju. Posebno je važno otkrivanje puta k samostalnom stvaralačkom radu učenika. Učenici u nastavnom procesu samostalno ili uz pomoć nastavnika otkrivaju i spoznaju nove matematičke istine. Zato su navedeni postupci važni i za suvremenu nastavu matematike. Kreativnan

nastavnik, birajući pogodne probleme i primjenjujući te postupke, može učenike osposobiti za rad koji je vrlo blizak istraživačkom radu. Veliku pomoć nastavniku matematike u ostvarenju ovog cilja danas može pružiti računalo. Navedeni postupci su ono što se u suvremenoj metodici može zvati: **znanstveni okviri nastave matematike**.

Složenosti nastave matematike doprinosi i činjenica da, za razliku od nekih drugih nastavnih predmeta, matematika i njezini programski sadržaji moraju zadovoljiti različite potrebe primjene u društvu. Evo nekih od znanja koja su posebno važna i koja u nastavnom procesu učenici trebaju steći:

- znanja potrebna učenicima kao pomoćno sredstvo za učenje u školi nekih drugih znanosti koje su više ili manje bliske matematici (fizika, tehničke znanosti, ekonomija, kemija, biologija, geografija),
- znanja potrebna za buduću primjenu u životu i svakodnevnoj djelatnosti nakon srednjoškolskog obrazovanja,
- znanje potrebno kao priprema za studije na visokim školama i fakultetima na kojima postoji matematika kao nastavni predmet,
- znanje matematike kao općeobrazovni element i nužni dio kulture svakoga obrazovnog čovjeka.

Iz rečenog se može lako zaključiti da zadaća nastavnika matematike u razredu nije jednostavna. Da bi njegova nastavna djelatnost bila uspješna, on mora voditi brigu o svim učenicima i znanjima koja pojedinim učenicima treba prenijeti ili ih uvažavati. Razlikovanje navedenih znanja matematike svakog pojedinog učenika njegov je prvi problem. Njegov drugi problem je kako primjereno prenijeti učenicima znanja matematike na različitim razinama, uvažavajući njihove različite buduće potrebe. Ovo je teži problem i glavno pitanje cjelokupne nastavničke djelatnosti. Da li uspješno rješava oba problema, pokazuje provjeravanje znanja učenika. A ni to nije jednostavan problem!

2. Provjeravanje znanja učenika u redovnoj nastavi

Provjeravanje znanja učenika sigurno je jedan od važnih elemenata svake nastave, pa i nastave matematike. Pri razmatranju ovog pitanja nastavnik matematike treba početi od dviju spoznajnih činjenica:

Napredniji učenici u redovnoj nastavi s lakoćom usvajaju gradivo propisano programom i stječu znanja. Ali mogu više.

Slabiji učenici često imaju znatnih teškoća pri svladavanju nastavnog gradiva i s vremenom mogu steći pogrešan dojam da je matematika teži predmet nego što to ona uistinu jest. Rezultat može biti gubitak interesa prema predmetu.

Zato su potrebna stalna provjeravanja znanja. Osnovni cilj provjeravanja znanja je utvrđivanje kako su učenici usvojili nastavne sadržaje i kolika je razina usvojenog znanja, te kako se razvijaju njihove matematičke sposobnosti i navike. Ovamo spada i utvrđivanje razine odgovornosti svakoga učenika prema rezultatima učenja i razine njegovog umijeća samostalnog stjecanja znanja.

Ova su saznanja nužna iz dva razloga: prvo, nastavnik spoznaje djelotvornost svojeg izvođenja nastave i eventualnu potrebu poboljšanja toga izvođenja, drugo, učenik spoznaje kakvoću svoga učenja i eventualnu potrebu da više uči.

Provjeravanja znanja matematike učenika tijekom njihovog školovanja su raznovrsna. Krenimo od samog nastavnog sata.

1) Nastavni sat matematike.

U [3] je detaljno opisan nastavni sat matematike. U ovom odjeljku istaknut ćemo one dijelove u kojima je naglasak na provjeravanju znanja učenika.

1) Nastavni sat obrade novoga gradiva.

U etapi *Ponavljanje i uvod* dva su mjesta gdje nastavnik provjerava znanje učenika: a) provjera domaće zadaće, b) ponavljanje činjenica potrebnih za svladavanje novoga gradiva. Ako provjera domaće zadaće nije uspješna, jer, recimo, više učenika zadaću uopće nije napisalo, uspješnost obrade novoga gradiva je upitna. Isto vrijedi za ponavljanje potrebne teoretske osnove za nastavak obrade. U oba slučaja treba najprije kratko popunjavanje praznina u znanju.

U etapi *Obrada novoga gradiva* provjeravanje znanja učenika ovisi o izboru nastavnih oblika i nastavnih metoda, pa će o tome više riječi biti kasnije u posebnim odjeljcima.

U etapi *Utvrđivanje novoga gradiva* nastavnik putem pitanja i standardnih zadataka provjerava stupanj usvojenosti novoga gradiva. To je zapravo jedna mala provjera novoga znanja. Etapa se često skraćuje na račun prethodne etape, a to također može imati neželjene posljedice.

Nastavnikovo poučavanje matematike učenici prate zapisima u bilježnicama. Tim zapisima ostvaruje se važan općeobrazovni cilj nastave matematike: učenje pisane matematičke riječi sa svim njezinim svojstvima (jasnoća, jednostavnost, punoća, preciznost). Provjeravanje zapisa u bilježnicama učenika treba biti sastavni dio svakodnevne nastavnikove djelatnosti.

U etapi *Zadavanje domaće zadaće* učenici pokazuju svoje znanje pri čitanju tekstova zadataka, opisujući dane i nepoznate veličine i uvjete, te navodeći načine rješavanja zadataka.

2) Nastavni sat vježbanja i ponavljanja.

Cijeli nastavni sat ovog tipa putem samostalnog rada učenika nastavniku matematike služi kao provjera njihova znanja.

3) Nastavni sat provjeravanja znanja, umijeća i navika.

Sam naslov govori o cilju nastavnog sata ovog tipa. Međutim, sat treba poslužiti i za: popunu

praznina u znanju učenika, dodatno poučavanje, provjeru razvoja mišljenja učenika (a ne pamćenja matematičkih činjenica).

Prvi oblik provjere je **usmeno ispitivanje**.

Drugi oblik provjere su **pismeni ispiti znanja**. Važnije vrste ovakvog provjeravanja su školske zadaće, kontrolni radovi, testovi. Pomoću njih se znanje matematike djelomično pouzdano i objektivno mjeri. Pismeno provjeravanje provodi se nakon obrađene i uvježbane cjeline. Samo pripremno uvježbavanje također treba nastavniku poslužiti kao određeno provjeravanje stečenog znanja.

4) Nastavni sat sistematizacije proučenog nastavnog gradiva.

Nastavni sat ovog tipa služi provjeravanju stupnja usvojenosti nastavnog gradiva neke veće cjeline iz nastavnog programa.

* * *

Razmotrimo sada detaljnije etapu nastavnog sata *Obrada novoga gradiva*. Podizanju razine matematičkog obrazovanja učenika i prirodnijem provjeravanju njihova znanja mogu doprinijeti češće izmjene načina organizacije nastavnog procesa – oblika nastave i načina prenošenja znanja – nastavnih metoda. Opišimo neke od tih mogućnosti:

2) Frontalni oblik i metoda predavanja.

Ovaj je par najslabiji izbor za rad u razredu, za nastavu matematike. Karakteriziraju ga sljedeće slabe strane: slaba djelotvornost, pasivnost učenika, ograničenost, pad koncentracije, gotovo nikakva povratna informacija. Primjenjuje se u onim slučajevima koje nameće narav matematičkih sadržaja.

Za našu je temu male vrijednosti, jer su mogućnosti neposrednog provjeravanja stečenog znanja vrlo slabe.

* * *

3) Homogene grupe i metoda razgovora.

Ovo je najčešći izbor nastavnika matematike za rad u razredu. Homogenu grupu čine

učenici podjednakog predznanja. Postavljajući pitanja pojedinim učenicima, primjerena njihovom predznanju, i vodeći s njima razgovor, nastavnik stječe određenu predodžbu o kakvoći svoga poučavanja i stupnju shvaćanja učenika. Provjeravanje stečenog znanja djelomično osigurava sam razgovor. Slabost ovog para je u nemogućnosti komuniciranja s većim brojem učenika.

* * *

4) Grupni rad. Grupni rad je izrazito djelotvoran način stjecanja znanja. Zapravo, grupni rad povezan s individualnim radom učenika daje u nastavnom procesu najbolje rezultate. Iako je ovdje povratna informacija slabija, nastavnik ipak na nekoliko mjesta stječe uvid u rad učenika.

Prva provjera znanja ostvaruje se razmjenom mišljenja u samoj grupi, gdje se uočava kako svaki član grupe ispunjava svoj dio postavljenog zadatka.

Djelotvorna provjera stečenog znanja su izvješća o izvršenom radu koja (na ploči) daju predstavnici grupa. Obično su to vođe grupa, ali budući da se u pravilu oni mijenjaju na sljedećem satu, svaki će član grupa s vremenom doći u taj istaknuti položaj. To olakšava nastavniku matematike provjeru znanja svakog pojedinog učenika.

Provjeravanje stečenog znanja za cijeli se razred provodi kratkim kontrolnim radom o proučenoj temi.

* * *

Individualni rad i heuristička metoda. U heurističkoj metodi ili metodi otkrivanja učenici aktivno rade uz nastavnikovo nenametljivo vođenje. Mogućnost provjere znanja učenika na satu je mala. Međutim, postoji posredna provjera: nastavnik prati rad učenika i što manji broj pitanja i traženja pomoći, nastavniku su znak da učenici imaju dovoljno znanja za svladavanje postavljenog problema i samostalno otkrivanje nove matematičke istine.

Vođenje učenika i odgovarajuća pitanja ne daju nastavniku samo jasnu sliku rada i napredovanja učenika, već su i određena provjera znanja. U heurističkom razgovoru nastavnik provjerava sposobnost učenika da apstrahiraju i izvode generalizacije.

* * *

6) Individualni rad i metoda rada s tekstom. Samostalni rad učenika s nastavnom literaturom jedno je od osnovnih sredstava ostvarenja važnog cilja nastave matematike – naučiti učenike učiti.

Ovaj rad nastavniku pruža mogućnost provjere niza sposobnosti, navika i umijeća učenika kao što su navika korištenja literature, navika duže koncentracije, umijeće reproduciranja matematičkog teksta, sposobnost osmišljavanja pročitaneog teksta i dr.

S druge strane, mogućnost neposrednog provjeravanja stečenog znanja ovdje je dosta slaba, pa je to najbolje prepustiti posebnim nastavnim satima provjeravanja znanja.

* * *

7) Individualni rad i problemska metoda. U ovoj metodi nema vođenja učenika od strane nastavnika. Težište je na njihovom samostalnom radu.

Mogućnost neposrednog provjeravanja stečenog znanja je slaba, ali je već sposobnost učenika da rade ovom djelotvornom i suvremenom metodom pouzdana provjera posjedovanja znanja i stvaralačkog mišljenja.

* * *

8) Metoda demonstracije. Vrlo djelotvorna metoda. U njoj se posebno ostvaruju načelo interesa i načelo zornosti. Ovdje se znanje stječe individualnim ili grupnim radom učenika. Kao prikladna i primjerena sredstva primjene ove metode mogu poslužiti grafoskop, džepno računalo, računalo, projektor.

Provjeravanje znanja je zorno. Posebno je vrijedna provjera umijeća korištenja računala učenika pri stjecanju znanja.

3. Posebne aktivnosti

Osim redovne nastave, nastavnik matematike ima i druge mogućnosti provjeravanja znanja svojih učenika.

9) Matematička natjecanja. Sudjelovanje učenika na natjecanjima višestruko je korisno, posebno u svjetlu činjenice da na pojedinim natjecanjima mogu sudjelovati svi učenici, a ne samo najbolji. Provjera znanja učenika u ovom segmentu rada ima dragocjenu kvalitetu. Razredno natjecanje neposredna je provjera uspješnosti nastave matematike, školsko natjecanje je provjera te uspješnosti u paralelnim razredima, a više razine natjecanja služe nastavniku matematike kao dodatno provjeravanje znanja njegovih boljih učenika i bolji uvid u njihovo napredovanje.

Natjecanja su izvrsna provjera ostvarenja vrijednih ciljeva kao što su pobuđivanje interesa za učenje matematike, prirodna želja učenika za provjerom svojih matematičkih sposobnosti, razvijanje tih sposobnosti, unapređenje nastave matematike u školama, kvalitetnije matematičko obrazovanje učenika, bolja njihova priprema za studije na fakultetima, otkrivanje nadarenih učenika i dr.

* * *

10) Matematičke križaljke. Ovaj oblik razonode vrlo je pogodan za ostvarenje načela interesa u nastavi matematike. Matematičke križaljke mogu biti svojevrsni testovi i ispitivanja znanja. Rješavajući matematičke križaljke učenici kroz zabavu ponavljaju, provjeravaju i utvrđuju obrađeno gradivo.

Matematičke su križaljke posebno pogodne na početku i na kraju školske godine. U prvom slučaju, kad nastava matematika još nije “ozbiljno krenula”, one joj daju početni zamah.

U drugom slučaju, “kad je sve gotovo”, one omogućuju nastavniku matematike još jedno malo provjeravanje znanja.

Tu još trebaju ući u igru računala i preuzeti svoju “zabavnu” ulogu.

* * *

11) Postoji još niz posebnih oblika školskog rada učenika kojima se obogaćuje njihovo matematičko obrazovanje, a koji nastavniku matematike mogu poslužiti kao dodatna provjera znanja učenika. Evo nekih od tih posebnih oblika rada: **izrada modela geometrijskih likova, izrada modela geometrijskih tijela, izrada panoa, matematički kvizovi, matematičke igre, školski matematički časopis** i dr. Te teme mogu biti predmet posebne obrade.

4. Iz bilježnice metodičara

Ove zabilješke nastale su na nastavnim satima studenata, budućih učitelja i profesora matematike, a svoj “doprinos” dali su i nastavnici početnici na stručnim ispitima.

- Nastavnik razmatra premali broj konkretnih primjera. Izvedene tvrdnje nisu uvjerljive, prilično su nejasne. To se pokazuje u etapi nastavnog sata *utvrđivanje novog gradiva*. Posljedica provjere: novo znanje nije najbolje usvojeno.

Bit će problema s rješavanjem domaće zadatke, a možda i s obradom novog gradiva na sljedećem satu!

- Nastavnik razmatra dovoljan broj konkretnih primjera, ali ih sam navodi i objašnjava. Propušta priliku da veći broj učenika aktivno uključi u izgradnju niza konkretnih primjera.

Primjeri koje daju sami učenici, a nužno je da u toj aktivnosti sudjeluju i slabiji učenici, neposredna su provjera razumijevanja i usvajanja novog gradiva.

- Na postavljeno pitanje učenik ne daje precizan odgovor, nešto nejasno izgovara, muči se i na kraju griješi. Nastavnik zaključuje da ne zna i odmah se obraća drugom, boljem učeniku. On daje točan odgovor.

Ovakvom provjerom usvojenog znanja nije postignut cilj nastave. Postignut je samo privid uspješnosti obrade novoga. Nastavnik je propustio da utvrdi razlog neznanja učenika, a prirodno mu se nameću pitanja: Zašto učenik ne zna? Je li objašnjenje bilo dovoljno jasno? Je li pitanje teško? Ima li još učenika koji nisu sve razumjeli? Sada je tek trenutak za ozbiljan razgovor iz kojega se ne smiju isključiti slabiji učenici.

- Pri razmatranju poučka nastavnikovo poučavanje teče primjereno sve do trenutka kada u problemskoj situaciji treba uočiti zakonitost i riječima je iskazati. Nastavnik to čini, ali – sam.

Šteta. Uočavanje da u problemskoj situaciji vrijedi određena tvrdnja i formulacija te tvrdnje važna su mjesta za provjeru sposobnosti učenika da apstrahiraju, te otkrivaju i izvode generalizacije. Pustimo učenike da otkrivaju! Uvijek treba težiti tome da standardna *metoda razgovora* prijeđe u suvremeniju metodu *heurističkog razgovora*.

- Zapis na ploči je površan, manjkav, slabo čitljiv. Nastavnik se ne opterećuje pitanjem: Što su učenici zapisali u svoje bilježnice? Ne provjerava te zapise.

Podsjetnik: Učenje pismene matematičke riječi sa svim njezinim svojstvima (jednostavnost, jasnoća, punoća, preciznost) jedan je od obrazovnih ciljeva nastave matematike.

- Učenik uz pomoć nastavnika na ploči rješava zadatak. Na jednom mjestu potkrada se pogreška. Nastavnik u neprilici briše ploču i obavještava razred da moraju ispočetka.

Ne moraju! Pogreška pri rješavanju zadatka pruža mogućnost da nastavnik provjeri stupanj razvoja kritičkog mišljenja učenika. Dovoljno je da njihovo mišljenje aktivira i us-

mjeri na otkrivanje mjesta gdje je nastala pogreška i ispita način njezina otklanjanja. Time se ispoljava važna obrazovna uloga zadatka.

- Nakon provjere znanja pismenim ispitivanjem nastavnik poduzima standardne korake: saopćava rezultate, daje opću ocjenu uspješnosti, pokazuje kako je trebalo riješiti svaki pojedini zadatak i unosi rezultate u evidenciju.

Standardni korak treba biti i ispitivanje razloga neznanja pojedinih učenika i poduzimanje potrebnih mjera da se praznine u znanju tih učenika što više smanje.

* * *

Zaključak

Nastavnik matematike, s obzirom na prirodu matematike kao nastavnog predmeta, ima na raspolaganju različite mogućnosti provjeravanja znanja učenika. Provjeravanje treba vršiti kad god je u nastavnom procesu za to prilika, ali ne u smislu ispitivanja i ocjenjivanja, već kao prirodan element matematičkog obrazovanja učenika. Nenametljivim razgovorom i bez prisile, služeći se svojim kreativnim osobinama i uvažavajući ličnosti učenika, nastavnik kod svakog od njih može postići bolji obrazovni učinak. Uostalom, svrha škole i jest: obrazovanje i odgoj. Prisila, autoritativno ispitivanje, strogo ocjenjivanje i kažnjavanje trebaju biti prošlost. O tome će biti riječ u posebnoj temi.

Literatura

- [1] Zdravko Kurnik, *Znanja*, Matematika i škola 26 (2004), 4–7.
- [2] Zdravko Kurnik, *Znanje, neznanje, uzroci i mjere*, Zbornik radova 2. kongresa nastavnika matematike, Zagreb 2004, 209–222.
- [3] Zdravko Kurnik, *Nastavni sat matematike*, Matematika i škola 38 (2007), 99–104.
- [4] *Pravilnik o načinu praćenja i ocjenjivanja učenika u osnovnoj i srednjoj školi*.