

Jedan način provjere znanja elementarne geometrije

Dijana Ilišević, Zagreb



Kolegij Elementarna geometrija je na PMF–Matematičkom odjelu Sveučilišta u Zagrebu uveden ak. god. 2004./05. na prvu godinu studija usmjerenja: profesor matematike, profesor matematike i informatike, profesor matematike i fizike.

Elementarna geometrija je uvodni kolegij iz geometrije na ovom studiju i važan je dio obrazovanja budućih učitelja/profesora matematike. Cilj kolegija je sistematizirati, učvrstiti i produbiti znanje elementarne (osnovnoškolske i srednjoškolske) geometrije; posebno, ponoviti i utvrditi geometrijske pojmove i njihove međusobne veze, bitne teoreme elementarne geometrije i metode rješavanja geometrijskih problema (uključujući i pomoć računalnih alata dinamičke geometrije), na razini potrebnoj za poučavanje u školama.

Gradivo kolegija podijeljeno je u dva dijela: planimetriju i stereometriju. Planimetrijske teme su: Istaknuti skupovi točaka u ravnini, Sukladnost trokuta, Površina, Sličnost trokuta, Teoremi o kružnici, Trigonometrija trokuta i Preslikavanje ravnine. Stereometrijske teme su: Osnovni objekti i njihovi međusobni odnosi, Paralelnost i okomitost pravca i ravnina, Kutovi pravaca i ravnina, Udaljenost u prostoru te Poliedri i obla tijela.

Ak. god. 2005./06. započelo se s izvođenjem nastave po programima usklađenim s Bolonjskom deklaracijom i danas se nastava iz ovog kolegija izvodi za studente prve godine preddiplomskog

sveučilišnog studija matematike, smjer nastavnici, te integriranog preddiplomskog i diplomskog sveučilišnog studija matematike i fizike, smjer nastavnici, sa satnicom od dva sata predavanja i dva sata vježbi tjedno u prvom semestru studija.

Novi način izvođenja nastave zahtijeva i nove načine provjere znanja kao i novi način oblikovanja ocjene.

Elementi na osnovu kojih se ak. god. 2006./07. donosila konačna ocjena iz kolegija Elementarna geometrija bili su: domaće zadaće (10%), kolokviji (70%), usmeni ispit (20%). Održana su dva kolokvija (1.12.2006. i 6.2.2007.). Osim računskih/problemskih zadataka, svaki kolokvij je sadržavao i teorijska pitanja i to u vrijednosti 20% ukupnog broja bodova na tom kolokviju. Usmeni ispit je završni ispit koji je organiziran za studente koji su zadovoljili barem minimalne kriterije u elementima domaće zadaće i kolokvija (na oba kolokvija zajedno student je trebao postići barem 45% ukupnog broja bodova, pri čemu se barem 15% ukupnog broja bodova moralo postići na teorijskim pitanjima).

Teorijski dio svakog kolokvija pisao se 20 minuta i to isključivo na listu papira s pitanjima. Tako je omogućena brza provjera znanja kroz presjek cjelokupnog gradiva, na razini definicija geometrijskih objekata, poznavanja njihovih svojstava i međusobnih veza, kao i iskaza teorema uz jedno-

stavne primjene. Detaljnija i dublja provjera pojedinih dijelova gradiva provedena je na usmenom ispitu.

Evo kako su izgledali teorijski dijelovi oba kolokvija ak. god. 2006./07.¹:

1. KOLOKVIJ, 1.12.2006. prvi (teorijski) dio kolokvija

Zaokružiti točan odgovor:

- Kutovi uz svaku stranicu paralelograma su:
 - sukladni
 - komplementarni
 - suplementarni.
- Ako se dijagonale nekog četverokuta međusobno raspolavljaju, tada je taj četverokut:
 - paralelogram
 - romb
 - kvadrat.
- Jednakokrtačan trokut kojemu jedan kut iznosi 45%:
 - mora biti pravokutan
 - mora biti šiljastokutan
 - može biti pravokutan, a može biti i šiljastokutan (ne može se odrediti iz zadanog podatka).
- Sjecište simetrala unutarnjih kutova trokuta je:
 - središte kružnice opisane tom trokutu
 - središte kružnice upisane tom trokutu
 - težište tog trokuta.

Zaokružiti TOČNO ako je navedena tvrdnja točna (istinita), a NETOČNO ako je netočna (neistinita):

- Sukuti su sukladni kutovi.
TOČNO NETOČNO
- Krug je skup svih točaka ravnine na jednakoj udaljenosti od neke čvrste točke ravnine.
TOČNO NETOČNO
- Površina romba je jednaka polovini umnoška duljina njegovih dijagonala.
TOČNO NETOČNO
- Ako su krakovi kuta $\sphericalangle ABC$ okomiti na krakove kuta $\sphericalangle A'B'C'$, tada su kutovi $\sphericalangle ABC$ i $\sphericalangle A'B'C'$ sukladni.
TOČNO NETOČNO

¹ svaki se kolokvij pisao u dvije različite grupe, a ovdje (zbog sličnosti pitanja u obje grupe) navodimo samo po jednu

- Ako su dva trokuta sukladna u jednoj stranici i bilo koja dva kuta, tada su ti trokuti sukladni.
TOČNO NETOČNO
- Visine tupokutnog trokuta se ne sijeku.
TOČNO NETOČNO

Dopuniti:

- Skup svih točaka nekog pravca koje leže s iste strane neke točke tog pravca, uključujući i tu točku, naziva se _____.
- Zbroj vanjskih kutova deveterokuta jednak je _____.
- Četverokut koji ima bar jedan par paralelnih stranica naziva se _____.
- Kut koji zatvaraju dužina i njezina simetrala iznosi _____.
- Dužina koja spaja polovišta dviju stranica trokuta naziva se _____.
- Zbroj duljina dviju stranica trokuta je _____ od duljine treće stranice trokuta (nejednakost trokuta).
- Udaljenost težišta od polovišta bilo koje stranice trokuta iznosi _____ duljine težišnice koja prolazi tim polovištem.
- Ako je kvadrat duljine jedne stranice trokuta jednak zbroju kvadrata duljina drugih dviju stranica tog trokuta, tada je taj trokut _____.
- Ako su stranice $\triangle DEF$ dva puta dulje od stranica $\triangle ABC$, tada je površina $\triangle DEF$ _____ puta veća od površine $\triangle ABC$.
- Na Eulerovom pravcu trokuta leže njegovo težište, središte opisane kružnice i _____.

2. KOLOKVIJ, 6.2.2007. prvi (teorijski) dio kolokvija

Zaokružiti točan odgovor:

- Neka su A_1, B_1, C_1 točke na stranicama $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$, trokuta ABC redom. Pravci AA_1, BB_1, CC_1 prolaze jednom točkom ako i samo ako vrijedi

$$\frac{|AC_1|}{|C_1B|} \cdot \frac{|BA_1|}{|A_1C|} \cdot \frac{|CB_1|}{|B_1A|} = 1.$$

- Ovaj teorem se naziva:
- Eulerov
 - Cevin
 - Menelajev.
2. Četverokut kojem se može opisati kružnica naziva se:
- dijametralni
 - tangencijalni
 - tetivni.
3. Omjer stranice trokuta i sinusa kuta nasuprot te stranice je jednak:
- polumjeru trokutu opisane kružnice
 - polumjeru trokutu upisane kružnice
 - promjeru trokutu opisane kružnice.
4. Centralna simetrija ravnine obzirom na točku O je homotetija ravnine sa središtem u O i koeficijentom
- $k=-1$
 - $k=1$
 - $k=2$.
5. Trostrana prizma ima:
- tri bridova
 - šest bridova
 - devet bridova.
- Zaokružiti TOČNO ako je navedena tvrdnja točna (istinita), a NETOČNO ako je netočna (neistinita):
6. Tangens šiljastog kuta pravokutnog trokuta je omjer priležeće i nasuprotne katete.
TOČNO NETOČNO
7. Svaka izometrija je preslikavanje sličnosti.
TOČNO NETOČNO
8. Kroz tri različite točke prostora prolazi točno jedna ravnina.
TOČNO NETOČNO
9. Pravac je okomit na ravninu ako je okomit na neki pravac te ravnine.
TOČNO NETOČNO
10. Neka su Π_1 i Π_2 dvije paralelne ravnine. Udaljenost ravnina Π_1 i Π_2 definira se kao udaljenost bilo koje točke ravnine Π_1 od ravnine Π_2 .
TOČNO NETOČNO
11. Volumen stošca jednak je umnošku površine baze i duljine visine.
TOČNO NETOČNO
- Dopuniti:
12. Konveksni kut kojemu vrh leži na kružnici k i čiji krakovi sijeku kružnicu k u dvije točke zovemo _____ kut kružnice k .
13. Neka je O neka čvrsta točka ravnine M te neka je R pozitivan broj. Neka je $I_O : M \setminus \{O\} \rightarrow M \setminus \{O\}$ preslikavanje koje $T \mapsto T'$ tako da su točke O, T i T' kolinearne, točke T i T' leže s iste strane točke O te je $|OT| \cdot |OT'| = R^2$. Preslikavanje I_O se zove _____ sa središtem O i polumjerom R .
14. Za dva pravca u prostoru koji nisu komplanarni kažemo da su _____.
15. Ako se dvije ravnine ili podudaraju ili nemaju zajedničkih točaka, kažemo da su _____.
16. n -terostrana piramida ima _____ vrhova.
17. Paralelepiped je prizma kojoj su baze _____.
18. Pravilni poliedri su: tetraedar, dodekaedar, oktaedar, ikosaedar i _____.
19. Oktaedar ima 8 strana, 6 vrhova i _____ bridova.
20. Skup svih točaka prostora koje su jednako udaljene od jedne čvrste točke tog prostora naziva se _____.

Rješenja 1. kolokvija:

C, A, C, B, NETOČNO, NETOČNO, TOČNO, NETOČNO, TOČNO, TOČNO, polupravac, 360° , trapez, 90° , srednjica trokuta, veći, $1/3$, pravokutan, četiri, ortocentar.

Rješenja 2. kolokvija:

B, C, C, A, C, NETOČNO, TOČNO, NETOČNO, NETOČNO, TOČNO, NETOČNO, obodni, inverzija, mimoilazni, paralelne, $n+1$, paralelogrami, heksaedar (kocka), 12, sfera.