

# Računska gusjenica

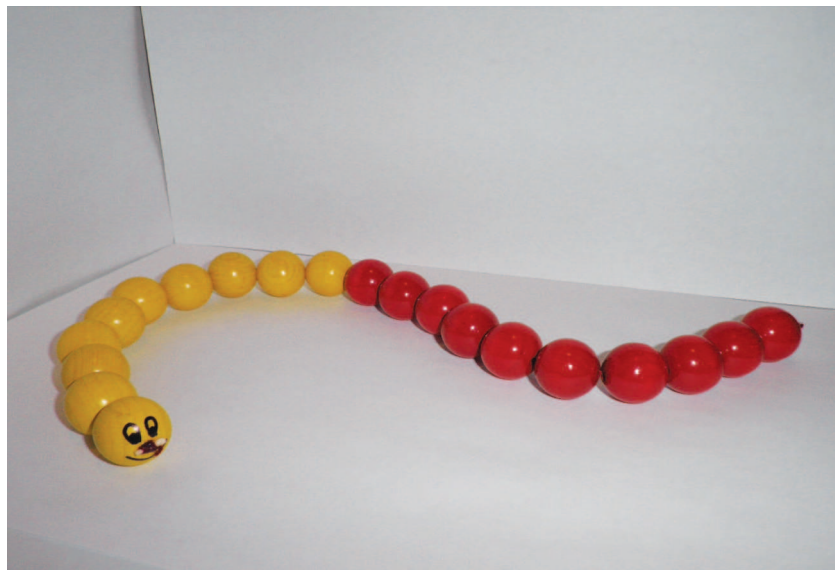
Danijela Herjavec, Čakovec  
Dubravka Glasnović Gracin, Zagreb

Jedan od najvećih nedostataka u razrednoj nastavi matematike u Hrvatskoj odnosi se na **nedovoljno i nesustavno korištenje konkretnih materijala** za uvođenje apstraktnih matematičkih pojmova. Učenik koji u dobi od 6 do 10 godina nije u dovoljnoj mjeri koristio predmete iz stvarnosti ili didaktičke materijale za shvaćanje matematičkih pojmova, može imati narušene temelje cijelog kasnijeg matematičkog aparata.

Posebno je osjetljiv prvi razred osnovne škole u kojem se nalaze djeca raznih stupnjeva predznanja i kognitivnog shvaćanja, te različitih motoričkih i govornih sposobnosti. U ovom članku donosimo prijedlog i metodičku razradu konkretnog materijala za učenje zbrajanja i oduzimanja brojeva do 20 pomoću tzv. računске gusjenice<sup>1</sup>.

## Prvašići i matematika

Razdoblje od 6 do 7 godina u spoznajnom je smislu vrlo zanimljivo jer se tada kod mnoge djece događa prijelaz iz tzv. druge Piagetove faze u treću. Drugu fazu naime odlikuju spoznajne osobine tipične za predškolsku dob. Za učenje matematike tu je posebno važna nemogućnost shvaćanja stalnosti objekata, npr. da se broj kuglica u retku ne mijenja ako ih razvučemo ili skupimo, da se količina tekućine ne mijenja ako ju ulijemo u užu i višu posudu, da kvadrat ostaje kvadrat i ako ga drukčije zarotiramo u ravnini i sl. Svaki učitelj prvog razreda treba biti svjestan da se neki njegovi prvašići još uvijek nalaze u prijelaznoj fazi između drugog i trećeg Piagetovog stupnja. Ipak, mnogi prvašići su već u predškolskom razdoblju ušli u treću kognitivnu fazu koja se naziva fazom konkretnih ope-



racija. To znači da su sposobni logički razmišljati, primjenjivati stalnost objekata, tranzitivnost, te općavanje. Sva ova svojstva potrebna su za učenje matematike, posebice za usvajanje pojma broja i brojnosti u prvom razredu.

Iako upisi u prvi razred, te testiranja psihologa iz predškolskih ustanova i škola usmjeravaju učenike i roditelje savjetima tko je spreman za prvi razred, a tko nije, ipak ponekad tek nastava matematike može dati pravu sliku o spremnosti pojedinog učenika za usvajanjem apstraktnih matematičkih pojmova. Upravo zbog miješanja ovih dviju faza, nastava matematike u prvom razredu osnovne škole treba biti posebno didaktički promišljena i isplanirana. Posebnu pažnju stoga treba posvetiti upravo konkretnim materijalima koji će učenike iz konkretnosti uvesti u svijet apstrakcije.

<sup>1</sup> Izvor: Herjavec, D. (2010): Teškoće u savladavanju gradiva matematike. Diplomski rad. Učiteljski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Odsjek u Čakovcu.

U metodičkoj literaturi preporučuju se razni didaktički materijali, no praksa pokazuje drukčiju sliku. Ma koliko god metodički kvalitetno udžbenici bili oblikovani, još uvijek prikazuju statične dvodimenzionalne slike koje nisu pogodne za polaznu točku prema apstrakciji. Uz to, autori često forsiraju simboličke pristupe na najnižim uzrastima. Nasuprot tome, ništa ne može zamijeniti dragocjenost taktilnog osjeta dječjeg dlana s konkretnim predmetom, jer učenik jednostavno treba osjetiti konkretno kako bi bio spreman krenuti na put prema apstraktnom.

### Usvajanje matematičkih pojmova

Usvajanje apstraktnih pojmova kod djeteta se odvija kroz određene etape. Prvu etapu svakako čini susret s konkretnim materijalom koji učenik može fizički dotaknuti, okrenuti, pomaknuti i sl. Primjerice, želimo li učenike uvesti u pojam zbrajanja brojeva, potrebno je upotrebljavati razne predmete uz dodavanja i sastavljanja kao uvod u zbrajanje. Važno je napomenuti kako bi učenici sami trebali upotrebljavati te skupove predmeta, a ne da samo gledaju nastavnikovu demonstraciju.

Paralelno s iskustvom fizičkih predmeta, učenik treba upoznavati riječi kojima se opisuje taj predmet. Važno je da učenik izgovara te riječi i da s njima i o njima komunicira od samog početka kako bi bio aktivan u učenju i na verbalnoj razini. Primjerice, kod zbrajanja učenik treba opisivati što se događa kada hrpici od četiri kockice dodamo još tri kockice i sl. Uz to, učenika treba poticati na postavljanje pitanja drugim učenicima. Tako uz fizičko upotrebljavanje razvijamo i komunikaciju o matematičkom gradivu.

Sljedeća faza je znati koristiti se matematičkim pojmovima preko slika. Ne radi se više o radu s konkretnim predmetima, već s novom razinom apstrakcije – vizualizacijom u najčešće dvodimenzionalnim slikama. Ovu fazu je također potrebno potkrijepiti govorom, objašnjenjima i slično. Za ovu fazu vrlo je pogodno koristiti slike iz udžbenika. Primijetimo da neki nastavnici preskaču prvu i drugu fazu usvajanja matematičkih pojmova i odmah kreću sa slikama iz udžbenika, tj. s trećom fazom. Preskakanje konkretne faze mnogim učenicima (pogotovo u prvom razredu) može predstavljati veliki problem

u stvarnom usvajanju matematičkih pojmova i tako narušiti temelje za kasnije razumijavanje. Također, nedovoljno poticanje govora i objašnjavanja u nastavi matematike te forsiranje samo pitanja zatvorenog tipa učenicima može dati sliku o matematici kao nizu krutih recepata i rutina u kojima nema kreativnosti.

Posljednju fazu čini učenje simbola. Dakle, tek kada je učenik dovoljno puta fizički upotrebljavao predmete, opisivao npr. zbrajanje, promatrao slike i zaključivao s njih, te crtao, tada dolazi na red nova razina apstrakcije – matematički simboli. U slučaju zbrajanja radi se o simbolu za operaciju zbrajanja. Isto vrijedi i za ostale matematičke pojmove, npr. pojam broja, oduzimanje, uspoređivanje i slično.

### Zbrajanje do 20

Aritmetika u prvom razredu osnovne škole obuhvaća uvođenje brojeva do 5, zatim uspoređivanje, zbrajanje i oduzimanje brojeva do 5. Nakon toga uvodi se broj nula i računanje s nulom. Zatim se redom uvode brojevi do 10, zbrajanje i oduzimanje do 10, veza zbrajanja i oduzimanja, te komutativnost zbrajanja (pod nazivom **zamjena mjesta pribrojnika**). Slijede brojevi od 11 do 20, njihovo uspoređivanje te konačno zbrajanje i oduzimanje do 20 (MZOS, 2006.).

U ovom gradivu iz prvog razreda osnovne škole krije se osnova za sva kasnija zbrajanja. Onaj učenik koji je potpuno usvojio što znači i koliko iznosi zbroj  $7 + 8$ , neće kasnije imati problema niti s razumijevanjem ni s računanjem zbrojeva  $17 + 8$ ,  $427 + 8$ ,



347 + 258 itd. No, potrebno je prvo dobro proraditi to zbrajanje do 20 na konkretnoj razini (uz pomoć različitih didaktičkih pomagala – kockice, štapići, žetončići i slično), a zatim na apstraktnoj razini bez didaktičkih pomagala. Učenici koji imaju teškoće u usvajanju matematičkog gradiva dulje će vrijeme koristiti različita didaktička pomagala u računanju.

Jedno od vrlo korisnih, praktičnih i učenicima zanimljivih konkretnih materijala je tzv. didaktička gusjenica. Nazvale smo je tako zbog njezinog oblika, a djeci je vrlo prihvatljiva i zanimljiva. Računska gusjenica izrađena za potrebe računanja do 20 u prvom razredu osnovne škole sastavljena je od 10 kuglica jedne boje i 10 kuglica druge boje.

## Računska gusjenica

Gusjenicu preporučujemo izraditi nakon što naučimo brojeve do 10 i krenemo s učenjem brojeva do 20, iako se može izraditi i ranije. Gusjenica se može izraditi na satu likovne kulture, na satu razrednika, kao zadatak za domaću zadaću ili na zajedničkom roditeljskom sastanku s učenicima. Poželjno je da je izrade učenici kako bi uz proces nizanja osjetili

izgradnju skupa brojeva do 20, te izgradnju desetice jedinicama. Također, mogu je izraditi učenici na dopunskoj nastavi za cijeli razred. Složit će je tako da povežu u lanac 10 kuglica jedne boje i 10 kuglica druge boje. Već ovdje ponavljamo gradivo i želimo da učenici zamijete da imamo 2 desetice i da se jedna desetica sastoji od 10 jedinica. Na prvom će kuglici označiti crnim flomasterom oči i usta. Dogovaramo se da ćemo brojiti i glavu gusjenice kao jednu jedinicu kako se učenici ne bi zbnili u prebrojavanju i računanju.

Važno je napomenuti da bi računski gusjenica u određenom periodu prvog razreda trebala biti sastavni obavezni dio pribora za nastavu matematike. Zbog svoje veličine i oblika, računski gusjenica stane u svaku pernicu i svaki bi je učenik trebao nositi svaki puta na nastavu, ali i kući za pomoć u rješavanju domaće zadaće ako je potrebno.

\* \* \*

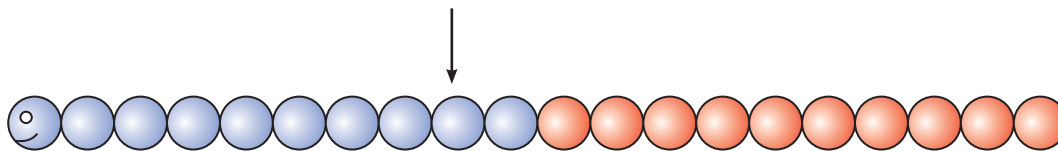
U nastavku slijede primjeri zadataka vezani uz zbrajanje i oduzimanje do 20 koje učenici mogu rješavati uz pomoć računski gusjenice.

## Radni materijal

Ovdje donosimo neke ideje za aktivnosti s računskom gusjenicom u prvom razredu osnovne škole. Ovisno o učeniku, pojedini zadaci bi se trebali pojaviti više puta kako bi učenik uvježbao pojedinu aktivnost. Ovdje donosimo samo po jedan zadatak iz svake aktivnosti. Zadaci se mogu koristiti na redovnoj, ali i na dopunskoj nastavi matematike.

### Zadaci, ideje, primjeri i aktivnosti

1. Nastavnik prstom pokaže jednu od kuglica (kao na slici). Koja je to kuglica u nizu? Objasni kako si došao/došla do odgovora. Što misliš, trebamo li uvijek brojiti po redu da dođemo do odgovora? Mogu li nam boje pomoći za brzi odgovor? Kako?
2. Pokaži na računskoj gusjenici dvanaestu kuglicu u nizu! Objasni kako si došao/došla do odgovora. Što misliš, trebamo li uvijek brojiti po redu da dođemo do odgovora? Mogu li nam boje pomoći za brzi odgovor? Kako?
3. Koja kuglica dolazi iza 18. kuglice? Pokaži to na računskoj gusjenici. Možeš li naći 18. kuglicu i onu iza nje bez gledanja (žmirečki)? Objasni.

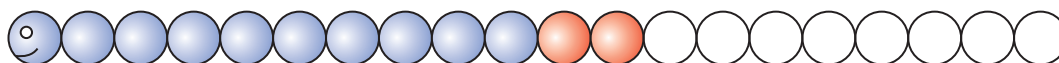


4. Koji se broj nalazi iza broja deset? Odgovori punom rečenicom i oboji taj kružić na slici gusjenice (istom bojom kao na tvojoj gusjenici).

Odgovor: \_\_\_\_\_



5. Koji broj prikazuju obojeni kružići na gusjenici? Napiši od koliko se desetica i koliko jedinica sastoji taj broj. Objasni uz pomoć gusjenice.



6. Broj 13 sastoji se od \_\_\_ D i \_\_\_ J. Objasni uz pomoć gusjenice.

7. Koji broj se sastoji od 1 desetice i 2 jedinice?

1 D i 2 J = \_\_\_\_\_

Koji broj čine 3 jedinice? 3 J = \_\_\_\_\_

Zbroji ta dva broja! Najprije usmeno objasni i pokaži pomoću gusjenice, a zatim zapiši.

\_\_\_\_\_

8. Broj 17 napiši u obliku desetice i jedinica!

17 = \_\_\_ D i \_\_\_ J

Od koliko se jedinica sastoji broj 7? 7 = \_\_\_ J

Od broja 17 oduzmi broj 7!

\_\_\_\_\_

Kolika je razlika? Najprije usmeno objasni i pokaži pomoću gusjenice, a zatim zapiši.

9. Koji se broj sastoji od 2 desetice i 0 jedinica?

2 D i 0 J = \_\_\_\_\_

Koji se broj sastoji od 1 desetice i 1 jedinice?

1 D i 1 J = \_\_\_\_\_

Oduzmi ta dva broja! Najprije usmeno objasni i pokaži pomoću gusjenice, a zatim zapiši.

10. Zbroji sljedeće brojeve koristeći se računskom gusjenicom:

$$15 + 3 = \underline{\quad\quad}, \quad 13 + 6 = \underline{\quad\quad}$$

$$12 + 8 = \underline{\quad\quad}$$

11. Nadopunjavanje do pune desetice: Objasni i pokaži pomoću računске gusjenice:

$$6 + 9 = 6 + 4 + 5 = 10 + 5 = 15$$

$$3 + 9 = 3 + 7 + \underline{\quad} = \underline{\quad\quad\quad} = \underline{\quad\quad}$$

$$9 + 4 = 9 + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad\quad\quad} = \underline{\quad\quad}$$

$$4 + 8 = \underline{\quad\quad\quad} = \underline{\quad\quad\quad} = \underline{\quad\quad}$$

12. Oduzmi koristeći računsku gusjenicu!

$$15 - 3 = \underline{\quad\quad}, \quad 17 - 6 = \underline{\quad\quad}$$

$$12 - 2 = \underline{\quad\quad}$$

13. Oduzimanje do pune desetice: Objasni pomoću računске gusjenice:

$$12 - 7 = 12 - 2 - 5 = 10 - 5 = 5$$

$$14 - 6 = 14 - 4 - \underline{\quad} = \underline{\quad\quad\quad} = \underline{\quad\quad}$$

$$13 - 5 = 13 - \underline{\quad} - \underline{\quad} = \underline{\quad\quad\quad} = \underline{\quad\quad}$$

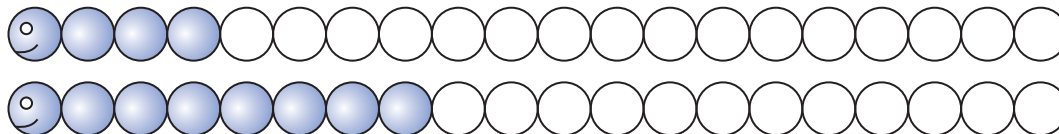
$$17 - 9 = \underline{\quad\quad\quad} = \underline{\quad\quad\quad} = \underline{\quad\quad}$$

14. Uz pomoć računске gusjenice oduzmi sljedeće brojeve i obrazloži zbrajanjem.

$$15 - 7 = \underline{8} \quad \text{JER JE } \underline{8 + 7 = 15}$$

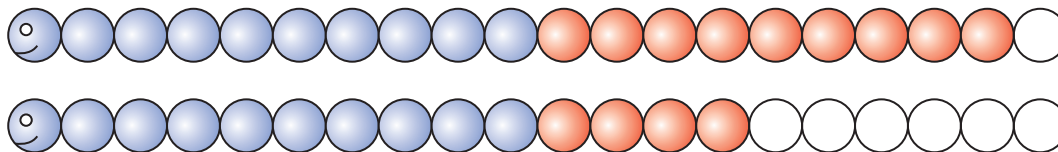
$$14 - 5 = \underline{\quad} \quad \text{JER JE } \underline{\quad\quad\quad}$$

15. Koje brojeve prikazuju obojeni kružići na gusjenicama?



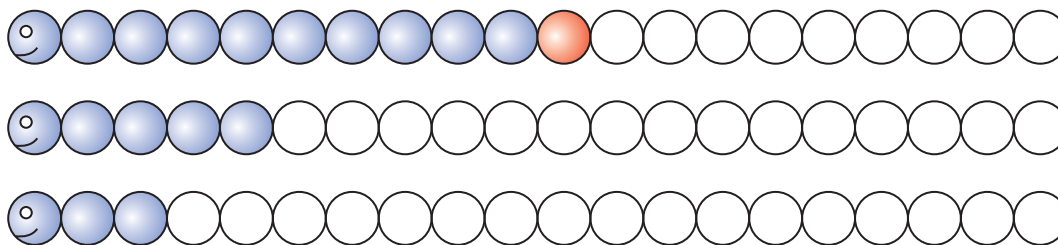
Sada zbroji ta dva broja! Najprije usmeno objasni, a zatim zapiši.

16. Koje brojeve prikazuju obojeni kružići na gusjenicama?



Usporedi dobivene brojeve koristeći se znakovima  $>$ ,  $<$  ili  $=$ . Sada od većeg oduzmi manji broj. Najprije usmeno objasni, a zatim zapiši.

17. Koje brojeve prikazuju obojeni kružići na gusjenicama?



Sada zbroji ta tri broja.  $\underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\hspace{2cm}}$

## Metodičke napomene

Računska gusjenica može se primijeniti i na većim brojevima i u kasnijim razredima. Primjerice, od malih kuglica lako se može napraviti i gusjenica za računanje do 100 za potrebe matematike drugog razreda osnovne škole. Desetice mogu biti svaka u drugoj boji ili naizmjenice u dvije boje. Takva gusjenica uvelike može pomoći u shvaćanju količine, u shvaćanju uspoređivanja brojeva te zbrajanja i oduzimanja do 100, pa čak i množenja i dijeljenja.

No, treba imati na umu jednu važnu stvar. Iako računski gusjenica predstavlja praktičan i koristan didaktički materijal za uzrast prvog razreda osnovne škole, ne smijemo zaboraviti da krajnji cilj nastave matematike nije računanje s konkretnim materijalom već usvajanje apstraktnih pojmova, tj. prelazak u zonu apstrakcije. Ako učenik nakon aktivnosti s gusjenicom smatra da zbrajanje  $7+8=15$  vrijedi samo na kuglicama njegove gusjenice, a ne za sve "veličine" 7 i 8, to znači da je ostao na banalnoj razini konkretnoga i aktivnosti s gusjenicom nisu urodile plodom. Zato svaka aktivnost s kon-

kretnim materijalom treba biti pažljivo osmišljena i uvijek voditi poopćavanju i apstrakciji.

Svaki nastavnik za svoj razred treba pronaći onaj ključni trenutak kada će iz konkretnog krenuti u apstraktno, tj. kada će od učenika zahtijevati da računaju napamet bez gusjenice. Taj prijelaz bi trebao biti nenametljiv i postupan, ali ipak bi se trebao dogoditi kod svakog pojedinca.

Treba napomenuti i da u određenom kasnijem trenutku od svakog učenika treba zahtijevati računanje napamet do 20 do razine automatizacije. Hoće li to biti na samom kraju prvog razreda, na početku drugog razreda ili neposredno prije računanja do 100 s prelaskom desetice u drugom razredu, to ovisi o procjeni nastavnika, ali i o pojedinim učenicima obzirom na njihove individualne sposobnosti.

U svakom slučaju, smisljeno korištenje konkretnog didaktičkog materijala stvara dobre i čvrste temelje za sve srodne matematičke pojmove koji će se uvesti kasnije. Stoga su aktivnosti s računskom gusjenicom prilog izgradnji kvalitetnih matematičkih temelja u prvom razredu osnovne škole.