

Kvadrirajmo bez tablica i računala



U neko davno doba, kad nije svaki džep imao kalkulator, računanje je bilo prava vještina koju je valjalo dobro uvježbati. Pritom su se rabili i razni trikovi. Vjerojatno vam se čini kako je sve to pregazilo vrijeme, ali možda ipak nije na odmet u nastavi naći malo vremena i pokazati učenicima "kako su računali naši stari..." Pozabavit ćemo se ovdje kvadriranjem cijelih brojeva. Za početak pokažimo kako jednostavno možemo kvadrirati dvoznamenkaste brojeve čija je znamenka jedinica 5.

$$\begin{array}{r} 15^2 \\ \hline 1 \cdot 2 = 2 \\ 5^2 = 25 \\ \hline 225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25^2 \\ \hline 2 \cdot 3 = 6 \\ 5^2 = 25 \\ \hline 625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35^2 \\ \hline 3 \cdot 4 = 12 \\ 5^2 = 25 \\ \hline 1225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35^2 \\ \hline 3 \cdot 4 = 12 \\ 5^2 = 25 \\ \hline 1225 \end{array}$$

Jeste li uočili pravilo? Ako jeste, nastavite s računanjem i izračunajte na isti način kvadrate brojeva 45, 55, 65, 75, 85 i 95.

O čemu se radi? Svaki od kvadriranih brojeva možemo zapisati u obliku $10a + 5$, gdje je a znamenka desetica. Tako onda računamo:

$$(10a+5)^2 = 100a^2+100a+25 = 100a(a+1)+25.$$

Dakle, pomnožimo broj jedinica s njegovim sljedbenikom pa tom umnošku dopišemo broj 25.

Nešto je složenije kvadriranje bilo kojeg dvoznamenkastog broja. Prikažimo opet nekoliko primjera na temelju kojih pokušajte otkriti postupak:

$$17^2 \begin{array}{l} +3 \quad 20 \\ -3 \quad 14 \end{array} \rightarrow 280 + 3^2 = 289$$

$$31^2 \begin{array}{l} +1 \quad 32 \\ -1 \quad 30 \end{array} \rightarrow 960 + 1^2 = 961$$

$$66^2 \begin{array}{l} +6 \quad 72 \\ -6 \quad 60 \end{array} \rightarrow 4320 + 6^2 = 4356$$

$$98^2 \begin{array}{l} +2 \quad 100 \\ -2 \quad 96 \end{array} \rightarrow 9600 + 4^2 = 9604$$

Neka je m broj koji želimo kvadrirati. Broj n jest broj između 1 i 9. Primjenjujemo jednostavan algebarski identitet:

$$(m+n)(m-n) + n^2 = m^2.$$

Dodavanjem ili oduzimanjem broja n od broja m želimo dobiti broj kojemu je znamenka jedinica 0. Ono što treba vješto provoditi jest množenje nekog broja jednoznamenkastim brojem.

I sada se zasigurno pitate možemo li na sličan način kvadrirati i troznamenkaste brojeve. Naravno, možemo, samo je postupak malo složeniji. Evo samo jednog primjera.

$$351^2 \begin{array}{l} +49 \quad 400 \\ -49 \quad 302 \end{array} \rightarrow 120800 + 49^2$$

$$49^2 \begin{array}{l} +1 \quad 50 \\ -1 \quad 48 \end{array} \rightarrow 2400 + 1^2 = 2401$$

(konačno, $120800 + 2400 = 123201$.)