

# Doktorska istraživanja

## iz područja metodike matematike



Nastava matematike u svijetu je prepoznata kao važno područje za znanstvena istraživanja, no u Hrvatskoj i dalje ne postoji samostalni doktorski studij iz edukacije matematike, iako zanimanja među nastavnicima za ovu temu svakako ima. No, izgleda da se nešto ipak pokrenulo. Četiri kolegice s fakulteta u Splitu, Zadru, Osijeku i Zagrebu u posljednje su dvije godine doktorirale s temama iz metodike matematike. Ti su doktorati vrijedni doprinosi na do sada poprilično sušnom polju istraživanja iz matematičke edukacije u Hrvatskoj. U ovom broju donosimo njihove kratke biografije i sažetke doktorskih istraživanja. Čestitamo kolegicama na uspjehu, hrabrosti i upornosti!

### Irena Mišurac Zorica

#### Životopis:

Irena Mišurac Zorica rođena je u Splitu 29. listopada 1970. godine, gdje je završila osnovnu i srednju školu. Završila je diplomski četverogodišnji studij matematike i fizike na Fakultetu prirodoslovno-matematičkih znanosti i odgojnih područja u Splitu 1997. godine i stekla zvanje profesora matematike i fizike. Od 1994. godine počinje raditi na višemjesečnim zamjenama u srednjim i osnovnim školama na radnom mjestu profesora matematike. Početkom 1998. godine počinje raditi na učiteljskom studiju u Splitu, na kolegijima iz metodike početne nastave matematike. Magistrirala je 2006. godine s magistarskim radom pod naslovom *Doprinos Mije Šiloboda Bošića metodici nastave matematike u Hrvatskoj*, pod mentorstvom prof. dr. sc. Ivana Dumbovića. Od 1998. zaposlena je na učiteljskom studiju koji je danas u okviru Filozofskog fakulteta u Splitu, prvo kao asistentica, zatim



kao predavač i na kraju kao viši predavač na kolegijima *Metodika početne nastave matematike 1, 2 i 3*, te *Metodika dodatne nastave matematike*. Sudjelovala je u izradi plana i programa učiteljskog studija prilagođenom bolonjskom procesu te je autorica programa svih kolegija čiji je nositelj. Sudje-

lovala je u osmišljavanju i realiziranju doškoloovanja učitelja s višom stručnom spremom koje je organizirao Filozofski fakultet u Splitu dva puta, tijekom 2001. i 2007. godine. Doktorsku disertaciju pod naslovom *Standardi matematičkih kompetencija u početnoj nastavi matematike* brani 2010. godine na Univerzitetu u Sarajevu, točnije Pedagoškom fakultetu Sarajevo, napisanu pod mentorskim vodstvom prof. dr. sc. Marinka Pejića.

### Sažetak doktorskog rada:

Doktorski rad *Standardi matematičkih kompetencija u početnoj nastavi matematike* bavi se problematikom određivanja kompetencija koje bi trebalo razviti kod učenika mlade životne dobi kroz nastavu matematike. Te su kompetencije u radu jasno kategorizirane, pojašnjene i prikazane uz konkretne smjernice za njihovo razvijanje. Cilj rada bio je utvrditi matematičke kompetencije koje učitelji na području Bosne i Hercegovine i Hrvatske vrednuju i potiču kod svojih učenika kroz početnu nastavu matematike. Željelo se saznati jesu li te kompetencije u skladu sa standardima matematičkih kompetencija koje propisuje suvremena metodika nastave matematike. Kako bi se došlo do postavljenog cilja, provedeno je empirijsko istraživanje kojim se dobio uvid u stvarno stanje poticanja suvremenih matematičkih kompetencija kod naših učenika. Istraživačka tehnika kojom smo se pritom koristili bila je anketiranje, a uzorak je činilo 400 učitelja razredne nastave s područja Bosne i Hercegovine i Republike Hrvatske.

Rezultati dobiveni istraživanjem doveli su do nekih veoma zanimljivih zaključaka:

- Učitelji u BiH i Hrvatskoj poznaju i visoko vrednuju smjernice suvremene nastave matematike, iako u njihovoj nastavnoj praksi i dalje dominira tradicionalni model rada. Zaključeno je da su učitelji u reformama koje su se posljednjih godina provele u matematičkom obrazovanju djelomice upoznali načela suvremene nastave matematike, ali da njihova implementacija u vlastitu nastavnu praksu ipak kasni za tim promijenjenim razmišljanjem.
- Stav učitelja prema matematici povezan je s načinom njihova matematičkog poučavanja na

način da se učitelji koji iskazuju pozitivniji stav češće koriste aktivnostima koje potiču suvremene matematičke kompetencije učenika.

- Postoji veliki raskorak između kompetencija koje učitelji naglašavaju važnima i aktivnosti koje provode na satovima kako bi te kompetencije razvili. Učitelji sve suvremene standarde matematičkih kompetencija naglašavaju kao jako važne, ali razredne aktivnosti koje provode više potiču tradicionalne kompetencije učenika.
- Najtradicionalniji pristup nastavi matematike i najlošiji stav prema matematici iskazali su učitelji iz osmogodišnjih škola u BiH, što smo interpretirali činjenicom da te škole još nisu prošle cjelovitu reformu obaveznog obrazovanja unutar koje je obrazovanje u Hrvatskoj uvođenjem HNOS-a, a obrazovanje u BiH uvođenjem devetogodišnje obavezne osnovne škole osuvremenjeno.
- Stručna sprema učitelja povezana je s načinom njihova poučavanja matematike na način da učitelji s višom stručnom spremom provode nešto tradicionalniju nastavu od učitelja s visokom stručnom spremom, što potvrđuje važnost produljivanja obrazovanja učitelja razredne nastave te uvođenja obaveze cjeloživotnog obrazovanja.
- Učitelji s duljim radnim stažem češće se koriste suvremenim aktivnostima u nastavi matematike od učitelja početnika, što smo objasnili činjenicom da iskusniji učitelji imaju znatno više sigurnosti, iskustva, hrabrosti, sposobnosti osmišljavanja, povezivanja, komuniciranja i samopouzdanja u radu s djecom.

Dobiveni rezultati svakako su bitne smjernice u osmišljavanju stručnog usavršavanja učitelja, a cijeli rad dao je doprinos osuvremenjivanju i unaprjeđivanju našeg matematičkog obrazovanja te podizanju kvalitete matematičkih kompetencija naših učenika.

### Popis bibliografije:

<http://bib.irb.hr/lista-radova?autor=244321>

## Maja Cindrić

### Životopis:

Maja Cindrić rođena je 11. svibnja 1974. u Karlovcu gdje je završila osnovnu školu i COIUO dr. Ivan Ribar, današnju Gimnaziju Karlovac. Dodiplomski studij matematike i fizike završila je na Filozofskom fakultetu u Rijeci. Nakon završenog studija radi kao nastavnik matematike i fizike u osnovnim i srednjim školama. Tijekom rada u osnovnoj školi upisuje poslijediplomski znanstveni studij didaktike prirodnih znanosti, područje fizike gdje magistrira 2006. Zanimanje tijekom studija pobudio joj je pristup nastavi matematike i fizike i činjenica da se većina učenika suočava s problemima učeći te predmete. Nastavak studija rezultat je želje za istraživanjem tog problema, te upoznavanje s dokumentiranim iskustvima u istom području. U tom razdoblju postaje asistent za nastavu Metodike matematike na Odjelu za izobrazbu učitelja i odgojitelja Sveučilišta u Zadru, gdje svoje zanimanje usmjerava na nastavu matematike u početnoj nastavi. Doktorsku disertaciju na temu *Utjecaj usvajanja modela dijeljenja u nižim razredima osnovne škole na usvajanje dijeljenja racionalnih brojeva u višim razredima osnovne škole* brani na Pedagoškom fakultetu u Sarajevu 2011. godine pod mentorstvom prof. dr. sc. Marinka Pejića.

### Sažetak doktorskog rada:

Razvoj matematičkih pojmova u ranoj školskoj dobi predstavlja snažno sredstvo dječjeg spoznajnog razvoja i razvoja svih drugih aspekata njegove ličnosti. Matematički se sadržaji kao neprekidna nit provlače kroz sve dječje igre i aktivnosti. Matematika uvodi dijete u percipiranje i shvaćanje odnosa u neposrednom okruženju, pomaže razvoju dječjeg mišljenja i drugih psihičkih funkcija te bogati dječji rječnik vokabularom nužnim za dobru i jasnu komunikaciju sa svojom okolinom.

Konstruktivistički pristup nastavi matematike ističe i razvija tražene sposobnosti kod djece, no u današnje vrijeme nije zaživio u učionicama matematike zbog tvrdokornog utjecaja tradicionalnih metoda koje naglašavaju uvježbavanje procedura kao



osnovni zadatak nastave matematike. Ne zanemarujući proceduralno znanje, ovaj rad upućuje na aspekte razvoja konceptualnog razumijevanja u matematici kroz primjer dijeljenja brojeva, od dijeljenja u okviru tablice množenja do dijeljenja razlomaka.

Pristup konceptu dijeljenja promatra se kroz postavljanje tekstualiziranih zadataka na zadan račun dijeljenja prirodnih brojeva, decimalnih brojeva i razlomaka, ovisno o dobi ispitanika. Testirane su skupine učenika (2., 3. i 6. razreda osnovne škole), studenti razredne nastave, studenti matematike nastavničkog smjera, te nastavnici matematike u osnovnim školama. Uz ponuđene račune dijeljenja od  $12 : 3$ ,  $12 : 0.5$ , ... do  $\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$  ispitanici su zapisivali problemske situacije koje su analizirane na temelju Vregnaudove definicije koncepta i Greerove klasifikacije problemskih situacija dijeljenja.

Rezultati analize upozorili su na tendenciju ispitanika prema partitivnom modelu dijeljenja klasi jednakih grupa, te na nemogućnost uspostavljanja kvalitetne poveznice između dijeljenja prirodnih i racionalnih brojeva. Neadekvatno postavljene situacije analizirane su u svrhu otkrivanja miskoncepcija povezanih s dijeljenjem decimalnih brojeva i razlomaka, te su pokazale da:

- ispitanici mijenjaju dijeljenje oduzimanjem zbog ključne riječi "podijeli" koja za učenike niže dobne skupine ne predstavlja nužno pravedno dijeljenje,
- ispitanici komentiraju postojanje ostatka pri dijeljenju racionalnih brojeva,
- ispitanici usklađuju situacije prema "uvjetu" da djeljitelj i količnik budu cijeli brojevi,
- ispitanici usklađuju situacije prema dijeljenju partitivnog modela.

Istraživanje je uz prikazanu analizu ispitivalo mogućnosti utjecaja na usvajanje proceduralnog znanja dijeljenja razlomaka na temelju suvremenih metoda nastave matematike, učenje otkrivanjem, poticanje diskusije i kognitivnog konflikta, otkrivanjem i isticanjem miskonceptija otkrivenim u prethodnom istraživanju.

### Popis bibliografije:

<http://bib.irb.hr/lista-radova?autor=271036>

## Ljerka Jukić Matić

### Životopis:

Ljerka Jukić Matić rođena je 4. svibnja 1982. u Osijeku, gdje je pohađala osnovnu i srednju školu, te 2005. diplomirala na nastavničkom smjeru studija matematike i informatike na Odjelu za matematiku Sveučilišta J. J. Strossmayera u Osijeku. Od 2005. godine zaposlena je na Odjelu za matematiku Sveučilišta u Osijeku, a te je iste godine upisala i doktorski studij matematike na Odsjeku za matematiku Sveučilišta u Zagrebu. Područje njezinog istraživanja je metodika nastave matematike na tercijarnoj razini, s naglaskom na studente nematematičkih studija. Također, veliko zanimanje pokazuje za matematičke kompetencije te prijelaz sa sekundarne na tercijarnu razinu edukacije. Nekoliko puta gostovala je u Danskoj, gdje je provodila različita istraživanja analogna istraživanjima provedenim u Hrvatskoj. Sudjelovala je u određivanju pragova prolaznosti na državnoj maturi iz matematike školske godine 2009./2010. Od 2005. organi-

zirala je i vodila radionice u Zimskoj školi matematike te je jedan od organizatora Festivala znanosti na Sveučilištu u Osijeku gdje redovito održava predavanja i radionice za učenike osnovnih i srednjih škola. Doktorsku disertaciju pod nazivom *Visokoškolska nastava infinitezimalnog računa na studijima tehničkih i prirodnih znanosti u Hrvatskoj i Danskoj* obranila je 7. srpnja 2011. godine pod mentorstvom prof. dr. sc. Bettine Dahl Søndergaard i doc. dr. sc. Franke Miriam Brückler.

### Sažetak doktorskog rada:

Retencija ili zadržavanje znanja predstavlja važno područje istraživanja u edukaciji nastave matematike, s velikim potencijalom u poboljšanju nastavne prakse i postizanju kurikularnih ciljeva. Mnogi nastavnici i predavači izrazili su zabrinutost zbog niskih razina retencija definicija, pojmova i teorema kod studenata i učenika nakon poučavanja i ispitivanja. Do danas postoji vrlo mali broj studija u kojima se istražuje retencija znanja kod studenata (odnosno, na tercijarnom nivou), osobito retencija znanja diferencijalnog i integralnog računa. U ovom radu dan je doprinos području edukacije matematike, ispitivanjem retencije koncepata derivacija i integrala kod studenata nematematičkih studija. Ispitivanja su provedena na dva znatno različita sveučilišta, od kojih je jedno u Hrvatskoj, a drugo u Danskoj.



Istraženi su način organizacije nastave infinitezimalnog računa, vrednovanje stečenog znanja te retencija osnovnih koncepata derivacija i integrala dva mjeseca nakon poučavanja i provedenih ispita. Provedeno je istraživanje prije svega bilo usmjereno na proceduralno i konceptualno znanje. Rezultati su pokazali da je na oba sveučilišta veliki dio poučavanog i ispitivanog gradiva pao u zaborav. Nadalje, uspoređivanjem ocjena koje su studenti postigli na ispitu s rezultatima u provedenom upitniku, utvrđena je zanimljiva činjenica da su u hrvatskom slučaju studenti s nižim prolaznim ocjenama pokazali bolje rezultate u upitniku od studenata s najboljim ocjenama.

U nastavku istraživanja, proučavana je retencija osnovnih proceduralnih i konceptualnih pojmova u integralnom računu među studentima fizike, elektrotehnike i građevine na jednom hrvatskom sveučilištu u različitim razdobljima: dva mjeseca, šest mjeseci te devet mjeseci nakon poučavanja. Znanje osnovnih koncepata nije se znatno promijenilo, ali se pokazalo da je proceduralno znanje studenata vrlo krhko, te da će biti zaboravljeno vrlo brzo nakon što se studenti njime prestanu koristiti.

Prilikom istraživanja znanja studenata 14 mjeseci nakon poučavanja, pronađeni su neželjeni učinci mentalnih struktura *met-befores* i *met-afters* na znanja studenata u diferencijalnom računu. Tijekom ispitivanja prikaza koncepta (engl. *concept image*) i definicije koncepta (engl. *concept definition*) određenog integrala dva mjeseca nakon poučavanja i provedenih ispita znanja, otkriveno je da studenti imaju nekoherentno znanje. Dan je i doprinos Tall-Vinnerovoj raspravi o tome je li definicija koncepta dio prikaza koncepta ili ne. Istraživanje je pokazalo kako to ovisi od studenta do studenta: nekim studentima definicija koncepta bila je dio prikaza koncepta, dok drugima nije.

Studija za hrvatsko sveučilište nameće zaključak da se studenti uvelike oslanjaju na proceduralno znanje, zanemarujući konceptualno. Izdvoje-ne su tri varijable koje utječu na takvo oblikovanje i zadržavanje znanja te o kojima bi trebalo voditi računa tijekom unapređivanja nastave: organi-

zacija nastave orijentirana na predavača/asistenta (engl. *teacher-centered approach*, koja uvelike prevladava), učenje formalne matematičke teorije u obliku definicija-teorem-dokaz te prekrcani silabusi kolegija. Na danskom sveučilištu uočeno je kako neadekvatna uporaba tehnologije dovodi do retencije površnih konceptualnih znanja te ima znatan negativan učinak na proceduralno znanje. Studija otvara i nova pitanja te mogućnosti daljnjeg istraživanja. Neki od mogućih smjerova povezani su s transferom znanja između različitih godina studiranja i različitih kolegija, te s uporabom različitih naziva i različitih notacija za iste koncepte u različitim kolegijima, što stvara osjetnu zbunjenost kod studenata.

#### Popis bibliografije:

<http://bib.irb.hr/lista-radova?autor=278672>

## Dubravka Glasnović Gracin

#### Životopis:

Dubravka Glasnović Gracin rođena je 9. srpnja 1973. u Zagrebu. Osnovnu školu i matematičku gimnaziju pohađala je u Samoboru. Završila je studij matematike na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u Zagrebu, smjer profesor matematike i informatike. Radila je u srednjoj i osnovnoj školi, te kao vanjski suradnik na vježbama iz Metodike nastave matematike I i II na PMF-u u Zagrebu. Od 2009. zaposlena je na Učiteljskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu, odsjek u Čakovcu, na mjestu asistenta iz Metodike matematike 1, 2, 3 i 4. Od 2006. upisuje doktorski studij iz metodike matematike na Sveučilištu u Klagenfurtu. Doktorirala je 2011. godine s temom *Requirements in Mathematics Textbooks and PISA Assessment (Zahtjevi u matematičkim udžbenicima i u PISA studiji)* pod mentorstvom prof. dr. Edith Schneider i prof. dr. Wenera Pescheka.

Područje njezina zanimanja su metodika matematike te popularizacija matematike među učenicima. Koautorica je nekoliko udžbenika iz matematike za

osnovnu školu. Suraduje s časopisom za nastavu matematike *Matematika i škola* kao redovita autorica članaka.

### Sažetak doktorskog rada:

Doktorsko istraživanje *Requirements in Mathematics Textbooks and PISA Assessment* obuhvaća ispitivanje uloge udžbenika u nastavi matematike, zatim analizu zahtjeva u zadacima iz matematičkih udžbenika od šestog do osmog razreda osnovne škole u Hrvatskoj, te zahtjeve u PISA-zadacima iz područja matematičke pismenosti.

Pregled istraživanja pokazuje da udžbenik igra vrlo važnu ulogu u nastavi matematike diljem svijeta. Rezultati empirijskog istraživanja pokazuju da udžbenik u nastavi matematike u Hrvatskoj također igra važnu ulogu: nastavnici se njime najviše koriste za pripremu nastavnog sata, a učenici za vježbanje i za domaće zadaće. Ovaj nalaz upućuje na to da se učenici najčešće koriste udžbeničkim kompletom za rješavanje zadataka. Stoga je smisleno postaviti pitanje: Koji se to zahtjevi postavljaju pred hrvatske učenike kroz zadatke u udžbenicima? Odgovor na ovo pitanje dijelom otkriva i karakter nastave matematike u Hrvatskoj. Rezultati pokazuju da udžbenicima dominiraju zadaci koji traže aktivnosti računanja i operiranja na prvoj ili drugoj razini složenosti, koji traže zatvorene odgovore, te koji imaju unutar-matematički kontekst (tj. nisu stavljeni u neku svakodnevnu situaciju). Zadaci koji traže reflektivno razmišljanje, argumentaciju, interpretiranje, te otvorene odgovore nisu uvelike zastupljeni u matematičkim udžbenicima. Ovi rezultati upućuju na značajke tradicionalne nastave matematike u Hrvatskoj.

S druge strane, istraživanje je obuhvatilo analizu PISA-matematičkih zadataka iz 2009. godine prema istom instrumentariju kao u analizi matematičkih udžbenika. Rezultati pokazuju da se zahtjevi u PISA-zadacima u velikoj mjeri razlikuju od onih iz nastave matematike u Hrvatskoj. Ove razlike dijelom mogu objasniti loš rezultat hrvatskih učenika u PISA-studijama iz područja matematičke



pismenosti. PISA-zadaci su tekstno vrlo bogati i mahom stavljeni u kontekst (većina PISA-zadataka ima preko 80 riječi, dok zadaci riječima iz hrvatskih udžbenika najčešće imaju maksimalno 35 riječi), te potiču interpretiranje i refleksiju. S druge strane, PISA-zadaci sadržajno zahtijevaju samo osnovne matematičke koncepte iz svakodnevice (poput decimalnih i prirodnih brojeva, statističkih prikaza i interpretacije, te osnovnih geometrijskih likova i tijela), dok nastava matematike cilja i na druge matematičke koncepte osim svakodnevne matematike. Rezultati na svjetskoj razini pokazuju da su PISA-zadaci iz područja statistike i brojeva brojniji i lakši (u psihometrijskom smislu, tj. rješivost iznad 70%), dok je zadataka iz područja funkcija i geometrije malo i učenicima su teški (rješivost ispod 30%).

Rezultati iz udžbenika i PISA-istraživanja uspoređeni su zatim sa zahtjevima važećeg Nastavnog plana i programa u Hrvatskoj (HNOS) za matematiku. Analiza pokazuje da taj nastavni plan za matematičko područje također ima značajke tradicionalnih zahtjeva (naglasak je na proceduralnim zahtjevima), iako potiče povezivanje sa svakodnevicom, što u udžbeničkim sadržajima ipak nije slučaj.

### Popis bibliografije:

<http://bib.irb.hr/lista-radova?autor=321256>