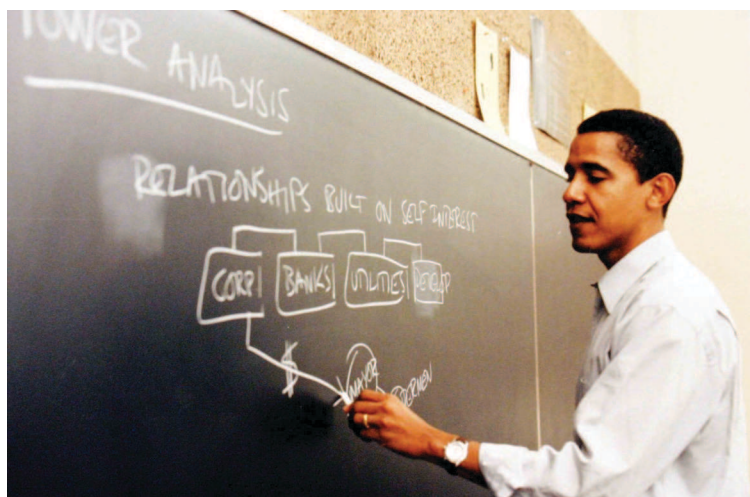


Reforma sustava obrazovanja u SAD-u



Tradicionalno, nastava matematike provodi se prema sadržajnim naputcima. No suvremena nastava, osim sadržajnih zahtjeva, pretpostavlja i tzv. matematičke vještine. Mnogi standardi širom svijeta, uz sadržajne, njeguju i zahtjeve za matematičke vještine. Na taj su način koncipirani i novi, nedavno uvedeni, američki standardi za sve predmete pa tako i za matematiku. Stoga su u matematičkim standardima najprije nabrojani **standardi za matematičke vještine**, nakon kojih slijede **standardi za matematički sadržaj**, napisani redom po obrazovnim ciklusima, odnosno razredima. Ovdje, u slobodnom prijevodu, donosimo uvodni dio i standarde za matematičke vještine, a cijeli tekst u originalu možete pročitati na <http://www.corestandards.org/>.

Uvod

Common Core State Standards Initiative reformski je zahvat u obrazovnom sustavu Sjedinjenih Američkih Država kojim se želi uskladiti postojeće, međusobno neujednačene i različite kurikulume pojedinih država. Tijekom proteklih godina u tzv. pokretu odgovornosti sve su države morale provesti provjeru obrazovnih postignuća temeljnih znanja svojih učenika. Kao dio sveobuhvatnog pokreta u reformi obrazovanja, 1996. godine osnovana je

dvostranačka organizacija *Achieve, inc.*, koja je dobila zadatak podići akademske standarde i uvjete za završne ispite, poboljšati sustav vrednovanja znanja i jasno odrediti obveze u svih 50 država.

Izveštaj napisan 2004. godine, pokazao je da niti poslodavci, niti fakulteti nisu zadovoljni znanjem i vještinama završenih srednjoškolaca. Rezultati testova bili su daleko ispod njihovih očekivanja. U izvještaju se navodi da glavni problem s kojim se američki obrazovni sustav suočava leži u tome što učenici ne posjeduju znanja i vještine koji su im

potrebni da bi uspješno nastavili studij ili poslovnu karijeru. Svjedodžba o završenoj srednjoj školi trebala bi značiti spremnost za ispunjenje zahtjeva u životu nakon školovanja, ali se taj zdravorazumski cilj nije ostvarivao. Kao rješenje predloženo je strogo definiranje zajedničkih obrazovnih standarda nazvanih **Common Core State Standards**. Standardima valja postaviti jasnu i neupitnu predodžbu o očekivanjima koja ima ispuniti obrazovni sustav.

CCS-standardi za matematiku i engleski jezik objavljeni su 2. lipnja 2010. i tijekom idućih mjeseci prihvatilo ih je 45 od 50 američkih država. Na njihovu primjenu države su bile dodatno potaknute raspisom natječaja za dotacije pod nazivom *Race to the Top* što su ga potpisali predsjednik Obama i ministar obrazovanja Arne Duncan. Da bi se neka država uopće mogla prijaviti na natječaj, morala je prihvatiti CCS-standarde. Rok koji su države dobile za uvođenje tih standarda bio je dvije godine od trenutka njegove objave. Izradu i provođenje CCS-standarda financijski su omogućili državni guverneri i državna školska uprava, uz dodatnu pomoć Zaklade Billa i Melinde Gates, Zaklade Charlesa Stewarta Motta i mnogih drugih. Reforma se planira potpuno provesti do 2015. godine.

K većoj sažetosti i usklađenosti

U posljednjih se desetak i više godina provodilo istraživanje američkog obrazovnog sustava općenito, a posebno matematičkog obrazovanja i to u državama s visokom kvalitetom provođenja nastave. Zaključilo se da matematički sadržaji moraju postati bitno sažetiji, usmjereniji i po razredima usklađeniji kako bi se poboljšala matematička postignuća učenika. Definiranje čvrstih zajedničkih standarda dovodi do problema izrade novih kurikula. Stari kurikulum bio je okarakteriziran kao "milju širok, a centimetar dubok", imao je previše tema, što je rezultiralo slabim postignućima učenika. CCS-standardi daju odgovor i na taj izazov.

Ipak, bilo je važno prepoznati da "manji standard" nije isto što i "sažetiji standard". Napisati "manji standard" bilo bi lako, izbacivanjem širokih i općenitih zahtjeva. Umjesto toga, novi standard teži jasnoći i određenosti.

Ali postići koherenciju, odnosno međusobnu usklađenost čitavog skupa normi bilo je puno teže nego ostvariti njihovu sažetost. William Schmidt i Richard Houang izjavili su 2002. godine da će standardi i kurikulumi biti međusobno u skladu tek ako su oblikovani kao logičan niz tema i vještina poredanih kroz vrijeme koji jasno odražava hijerarhijsku prirodu znanstvenog područja. *Dakle, što i kako naučiti učenike treba se odnositi ne samo na odabir tema koje spadaju u neko znanstveno područje već i na ključne ideje o tome kako će gradivo biti organizirano i predavano unutar tog predmeta. Stoga, da bi bili usklađeni, standardi se moraju razvijati od detalja (primjerice, značenje i operacije s cijelim brojevima, uključujući jednostavne matematičke činjenice i rutinske računске postupke s cijelim brojevima i razlomcima) ka dubljim strukturama svojstvenim tom području. Te dublje strukture onda služe kao sredstvo za povezivanje detalja i razumijevanje gradiva (kao što je razumijevanje skupa racionalnih brojeva i njihovih svojstava).*

CCS-standardi nastoje slijediti taj put. Oni ne zahtijevaju samo konceptualno razumijevanje ključnih pojmova, već se također stalno vraćaju na konkretno, kao što su mjesna vrijednost ili svojstva računskih operacija da bi se tim idejama dao sadržaj.

Dakle, niz tema i vještina zacrtan u matematičkim CCS-standardima također mora poštovati spoznaju o tome kako učenici uče. I kao što [Confrey, 2007]¹ ističe, nabrojiti "niz prepreka i izazova za učenike bez pridavanja značaja metodici" ne bi bilo najsretnije niti mudro rješenje. Stoga je razvoj standarda i započeo nakon provedenih istraživanja, definiranjem procesa učenja, odnosno detaljnim navođenjem svega što je do danas poznato o tome kako se matematičko znanje, vještine i razumijevanje učenika razvija s vremenom.

¹ Confrey, J., *Tracing the Evolution of Mathematics Content Standards in the United States: Looking Back and Projecting Forward*. K12 Mathematics Curriculum Standards conference proceedings, February 5–6, 2007.

Razumijevanje matematike

Standardi definiraju što bi učenici trebali razumjeti i koje bi matematičke radnje trebali znati u pojedinom razredu. Zahtijevati od učenika da nešto razumije znači zahtijevati od učitelja da procijeni je li učenik to razumio. Ali što znači razumjeti matematiku? Jedan pokazatelj matematičkog razumijevanja je sposobnost da objasni, na način koji odgovara učenikovo matematičkoj zrelosti, zašto je neka matematička tvrdnja istinita ili odakle dolazi neko matematičko pravilo. Ogromna je razlika između učenika koji samo mehanički pamti kako se množi $(a+b)(x+z)$ i onog koji zna objasniti to pravilo. Učenik koji zna obrazložiti pravilo razumije matematiku i ima veću šansu da uspije u rješavanju malo težih problema, kao što je npr. $(a+b+c)(x+z)$. Matematičko razumijevanje i vještine jednako su važni i oboje se može procijeniti kvalitetno osmišljenim i sadržajnim matematičkim zadacima.

CCS-standardi određuju prosječne zahtjeve, ali ne određuju način postupanja ili materijale potrebne učenicima koji su jako ispod ili jako iznad očekivane razredne razine. Osim toga, oni ne obuhvaćaju niti su namijenjeni učenicima koji tek uče engleski jezik niti onima s posebnim potrebama. S druge strane, svim učenicima koji žele ovladati znanjima i vještinama potrebnima u životu nakon školovanja mora biti pružena prilika da uče i da pokušaju dosegnuti iste visoke standarde. Standarde treba razumjeti kao omogućivanje najširem krugu učenika da od početka potpuno sudjeluju u procesu obrazovanja, uz odgovarajuće prilagodbe za učenike s posebnim potrebama. Primjerice, slabovidnim učenicima treba omogućiti uporabu Braillova pisma, tehnologiju čitanja sa zaslona ili druga pomoćna sredstva, a za pisanje treba dopustiti uporabu računala, tehnologije pretvaranja govora u tekst i dr. Na sličan način valja postupiti i s gluhim učenicima.

Niti koji skup standarda ne može u cijelosti pokriti velike raznolikosti u sposobnostima, potrebama, brzini učenja i razinama postignuća učenika

u nekom razredu. Ipak, standardi postavljaju jasne putokaze koji vode do ostvarenja cilja, a to je spremnost svih učenika za studij ili za ostvarivanje profesionalne karijere.

CCS-standardi ne diktiraju kurikulum niti metode poučavanja. Primjerice, samo zato što se u standardima za neki razred tema A navodi ispred teme B, to ne znači da se tema A mora i poučavati prije teme B. Nastavnik će možda radije poučavati temu B prije teme A, ili će obje teme obraditi istovremeno, ili će radije poučavati teme po svom izboru, ali tako da će njegovi učenici ipak doseći standarde za teme A i B.

Što učenici mogu naučiti u pojedinom razredu ovisi o tome što su naučili do tog razreda. U idealnom bi slučaju svaki standard postavljen u ovom dokumentu trebao biti iskazan u obliku "Učenici koji već znaju... ..trebali bi još naučiti ...". No u sadašnjem trenutku taj je pristup nerealan jer postojeće istraživanje obrazovanja ne može odrediti sve moguće putove učenja, ali i ne samo zbog toga. Stoga su iz nužne potrebe određene teme raspoređene po razredima i to na temelju usporedbe dosadašnjeg državnog i međunarodnog iskustva i zajedničkog stručnog vrednovanja nastavnika, metodičara i matematičara. Zajednički nacionalni standardi omogućit će s vremenom i praćenje napredovanja u učenju pa će ih biti moguće poboljšati u puno većem opsegu nego što je to danas moguće.

Načini učenja i dalje će se razlikovati od škole do škole i od sustava do sustava, a nastavnici bi se trebali potruditi i izaći ususret individualnim potrebama svojih učenika temeljenim na njihovu trenutačnom razumijevanju.

CCS-standardi ne bi trebali biti novo ime za stari način obavljanja posla. Oni su poziv da se poduzme korak naprijed. Vrijeme je da države zajedničkim snagama grade sustav na lekcijama naučenim u reformama u proteklih 20 godina. Vrijeme je da se shvati kako standardi nisu samo pusto obećanje našoj djeci, oni su obećanje koje namjeravamo ispuniti.

Standardi za matematičke vještine

Standardi za matematičke vještine opisuju razne vještine, tj. praktične sposobnosti koje bi nastavnici trebali nastojati razviti kod svojih učenika na svim razinama obrazovanja. Te sposobnosti oslanjaju se na bitne procese, iskustvo i dugoročnu važnost matematičkog obrazovanja. Prve vještine navedene su u *NCTM² process standards* koji opisuju rješavanje zadataka, zaključivanje i dokazivanje, prezentiranje i povezivanje. Druge su matematičke sposobnosti navedene u izvještaju Nacionalnog istraživačkog vijeća: prilagodljivo razmišljanje, strategijske kompetencije, konceptualno razumijevanje (shvaćanje matematičkih pojmova, operacija i relacija), proceduralna tečnost radnji (sposobnost provođenja matematičkih radnji, vješto, točno, učinkovito i na odgovarajući način) te korisnost discipline (uobičajena sklonost da se matematiku vidi kao osjetljivu, korisnu i isplativu, zajedno s vjerom u marljivost i vlastitu efikasnost).

1) Vidjeti smisao problema i ustrajati u njihovu rješavanju.

Matematički osposobljeni učenici započinju rješavanje problema tako da najprije razjasne što on znači i potraže ulazne točke. Analiziraju što je zadano, uočavaju ograničenja, međusobne odnose i cilj. Oni donose zaključke o obliku i značenju rješenja i planiraju put do njega radije nego da ga pokušaju otkriti brzopletim pogađanjem. Proučavaju slične probleme, posebne slučajeve i jednostavnije oblike izvornog problema kako bi dobili uvid u rješenje. Promatraju i vrednuju svoj napredak te po potrebi mijenjaju smjer rješavanja. Stariji učenici mogli bi, ovisno o kontekstu problema, transformirati algebarske izraze ili promijeniti prikaz na svom grafičkom kalkulatoru kako bi dobili potrebnu informaciju. Matematički osposobljeni učenici znaju objasniti odnose između jednadžbi, verbalnih opisa, tabela i grafova i znaju nacrtati

crteže važnih sadržaja i odnosa, prikazati podatke grafovima i potražiti pravilnosti ili trendove. Mlađi učenici mogu se osloniti na konkretne objekte ili slike kako bi si pomogli u zamišljanju i rješavanju problema. Matematički osposobljeni učenici provjeravaju svoje odgovore na više različitih načina i stalno se pitaju: "Ima li to smisla?" Oni mogu shvatiti i tuđe pristupe složenijim problemima i mogu prepoznati što povezuje te različite pristupe.

2) Razmišljati apstraktno i kvantitativno.

Matematički osposobljeni učenici svjesni su veličina i njihovih odnosa u zadanim situacijama. Oni pri rješavanju problema pokazuju dvije komplementarne sposobnosti: sposobnost da izvuku iz konteksta i apstrahiraju zadanu situaciju, da je prikažu simbolički i da barataju tim simbolima na apstraktnoj razini, bez nepotrebnog obraćanja pažnje na ono što predstavljaju; te da sposobnost stave u kontekst, da zastanu u procesu rješavanja kad god je to potrebno i da preispituju stvarno značenje uvedenih simbola. Kvantitativno razumijevanje povlači naviku stvaranja smislenog tumačenja zadanog problema, razmatranje zadanih jedinica, pridavanje značenja veličinama, a ne samo tome kako ih izračunati te poznavanje i uporabu različitih svojstava operacija i objekata.

3) Konstruirati valjane argumente i kritizirati razmišljanja drugih.

Matematički osposobljeni učenici pri oblikovanju svojih argumenata razumiju i upotrebljavaju iskazane pretpostavke, definicije i prethodno dobivene rezultate. Oni izvode zaključke i grade logičan niz tvrdnji propitujući istinitost svojih zaključaka. Oni su sposobni analizirati situacije, mogu navoditi i primjenjivati kontraprimjere. Svoje zaključke opravdavaju (argumentiraju), iznose ih ostalim učenicima i odgovaraju na njihove primjedbe. Sposobni su izvoditi induktivne

² NCTM – *National Council of Teachers of Mathematics*, najuglednija i najbrojnija udruga nastavnika matematike u SAD-u i svijetu, osnovana 1920. g.

zaključke na temelju raspoloživih podataka, navoditi prihvatljive argumente uzimajući u obzir kontekst iz kojeg su podaci izvučeni.

Matematički osposobljeni učenici u stanju su usporediti učinkovitost dvaju plauzibilnih argumenata, razlikovati ispravnu logiku ili zaključke od pogrešnih, te znaju obrazložiti u čemu leži pogreška. Osnovnoškolci mogu konstruirati argumente koristeći se konkretnim referencama, objektima, crtežima, dijagramima i radnjama. Sve do viših razreda takvi argumenti mogu imati smisla i biti točni premda nisu općeniti niti su formalno izvedeni. U kasnijim godinama učenici uče o određivanju područja na koja se argument odnosi. Studenti svih razreda mogu slušati i čitati tuđe argumente i odlučiti imaju li smisla te postavljati korisna pitanja kako bi pojasnili ili poboljšali argumente.

4) Primijeniti matematiku.

Matematički osposobljeni učenici znaju primijeniti naučeno matematičko znanje pri rješavanju problema koji se pojavljuju u svakodnevnom životu, u društvenoj zajednici i na radnom mjestu. U nižim razredima to može biti nešto jednostavno, poput jednadžbe za opis neke situacije. U višim razredima osnovne škole učenik može primijeniti proporcionalnost i razmjere pri planiranju nekog školskog događaja ili pri analiziranju nekog problema u društvenoj okolini. U srednjoj školi učenik može upotrijebiti geometriju za rješavanje nekog problema u dizajnu ili funkciju za opisivanje međusobne ovisnosti dviju veličina. Matematički osposobljeni učenici koji su u stanju primijeniti svoje znanje vješto barataju pretpostavkama i procjenama kako bi pojednostavnili složenu situaciju, svjesni kako poslije trebaju provesti provjeru. U stanju su prepoznati važne veličine u konkretnoj situaciji i preslikati njihove odnose koristeći se alatima poput dijagrama, tabele, grafova i formula. Znaju matematički analizirati te odnose kako bi izvukli zaključke. Rutinski interpretiraju svoje matematičke rezultate u kontekstu konkretne situacije i odmah znaju ima li rezultat smisla ili treba poboljšati način rješavanja, ako nije poslužio svrsi.

5) Planski upotrebljavati odgovarajuće alate.

Matematički osposobljeni učenici pri rješavanju nekog problema razmatraju koji im alati stoje na raspolaganju. Ti alati mogu biti olovka i papir, konkretni modeli, ravnalo, šestar, džepno računalo, radni listić, tablični proračun, algebarski softver (*computer algebra system*), statistički paket ili softver dinamičke geometrije. Vješti učenici dovoljno su upoznati s alatima primjerenima njihovoj dobi i predmetu pa mogu donijeti jasnu odluku o tome kada im neki od ovih alata mogu biti od koristi, imajući na umu njegove prednosti, ali i mane. Primjerice, matematički osposobljeni srednjoškolci analiziraju graf funkcije i rješenja dobivena pomoću grafičkog džepnog računala. Otkrivaju moguće pogreške procjenjujući rješenja i upotrebljavajući druga matematička znanja. Pri stvaranju matematičkih modela, znaju da im tehnologija omogućuje da vizualiziraju rješenja u ovisnosti o različitim pretpostavkama, da istražuju posljedice i usporede svoja predviđanja s podacima. Matematički osposobljeni učenici na različitim razinama obrazovanja u stanju su prepoznati odgovarajuće vanjske matematičke izvore, poput sadržaja na raznim internetskim stranicama, i iskoristiti te izvore kako bi postavili ili rješavali probleme. Oni znaju upotrebljavati tehnologijske alate da bi istražili i produbili svoje razumijevanje matematičkih ideja i pojmova.

6) Obratiti pažnju na preciznost.

Matematički osposobljeni učenici nastoje precizno komunicirati s ostalima. U raspravi s njima nastoje upotrebljavati jasne definicije i koriste se svojim osobnim rasuđivanjem. Opisuju značenje odabranih simbola, što uključuje dosljedno i pravilno korištenje istim znakom. Pažljivi su u odabiru mjernih jedinica i načina označavanja na koordinatnim osima kako bi pojasnili vezu među veličinama koje se pojavljuju u problemu. Računaju točno i učinkovito, izražavaju numeričke rezultate s odgovarajućim stupnjem točnosti, ovisno o kontekstu problema. U nižim razredima učenici jedni drugima

daju pažljivo formulirana objašnjenja. Do srednje škole naučili su propitivati tvrdnje i na jasan način upotrebljavati definicije.

7) Prepoznati i koristiti se strukturom.

Matematički osposobljeni učenici nastoje otkriti neki uzorak ili prepoznati neku strukturu. Mlađi bi učenici, primjerice, mogli uočiti da je tri više sedam isto što i sedam više tri, ili mogu razvrstati elemente skupa mnogokuta prema broju stranica. Poslije će učenici uočiti da je $7 \cdot 8$ isto što i $7 \cdot 5 + 7 \cdot 3$, a to je priprema za usvajanje svojstva distributivnosti. U izrazu $x^2 + 9x + 14$, stariji učenici mogu vidjeti 14 kao $2 \cdot 7$ i 9 kao $2 + 7$. Oni prepoznaju značenje neke crte na geometrijskom crtežu i mogu povlačiti pomoćne linije kako bi riješili zadatak. Također, mogu se vratiti korak unatrag i promijeniti pogled. Mogu vidjeti složene stvari, poput nekih algebarskih izraza, kao pojedine objekte ili kompoziciju od nekoliko objekata. Primjerice, oni mogu izraz $5 - 3(x - y)^2$ vidjeti kao 5 minus pozitivan broj pomnožen kvadratom i to iskoristiti kako bi shvatili da ta vrijednost ne može biti veća od 5 ni za koje realne brojeve x i y .

8) Potražiti i iskazati pravilnosti u postupcima koji se ponavljaju.

Matematički osposobljeni učenici uočavaju ponavljanje postupaka pri računanju i traže dvije stvari: opću metodu i kraći način rješavanja. Učenici viših razreda osnovne škole mogli bi uočiti da se pri dijeljenju broja 25 sa 11 nakon nekog vremena ponavljaju dvije decimale. Srednjoškolci bi pri provjeri pripada li neka točka pravcu koji prolazi točkom (1, 2) i ima nagib 3 mogli doći do apstraktne jednadžbe $\frac{y - 2}{x - 1} = 3$. Uočavanje pravilnosti, kojom se pri računanju izraza $(x - 1)(x + 1)$, $(x - 1)(x^2 + x + 1)$, i $(x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1)$ neki članovi poništavaju, može učenike dovesti do opće formule za zbroj geometrijskog reda. Dok pokušavaju riješiti zadatak, matematički osposobljeni učenici zadržavaju uvid nad postupcima, iako se u pojedinim trenucima bave detaljima. Oni kontinuirano procjenjuju imaju li njihovi međurezultati smisla.

Povezivanje Standarda za matematičke vještine sa Standardima za matematički sadržaj

Standardi za matematičke vještine opisuju koje matematičke sposobnosti učenici trebaju razvijati, ali to ovisi o matematičkoj zrelosti i njihovoj dobi. Drugim riječima, kako učenici rastu od nižih razreda osnovne pa do kraja srednje škole i postaju matematički sve zreliji i vještiji, isti zahtjevi moraju ulaziti sve dublje u sadržaj. Pisci kurikuluma, vrednovatelji i matematički stručnjaci trebali bi zajedno ustrajati na tome da u svojim uputama za nastavnike povežu matematičke vještine i matematički sadržaj sukladno dobi učenika.

Standardi za matematički sadržaj uravnotežena su kombinacija postupaka i razumijevanja. Zahtjevi koji započinju riječju "razumjeti" posebno su dobra mjesta gdje se vještina u izvođenju matematičkih radnji treba povezati sa sadržajem. Učenici koji ne razumiju neku temu, previše će se osloniti na postupke. U nedostatku razumijevanja na osnovi kojeg bi gradili vještinu, oni neće biti voljni razmatrati analogne probleme, skladno postaviti zadane probleme, pravdati zaključke, primjenjivati matematiku u praktičnim, životnim situacijama, koristiti se tehnologijom, objasniti matematiku ostalim učenicima, koraknuti unatrag radi provjere ili skrenuti s poznatog puta da bi pronašli kraći način. Ukratko, nedostatak razumijevanja uspješno sprečava učenike da se zainteresiraju i uključe u matematičke aktivnosti.

U tom pogledu, standardi koji zahtijevaju razumijevanje, točke su presjeka između *Standarda za matematičke vještine* i *Standarda za matematički sadržaj*. Te točke presjeka trebale bi voditi k najvažnijim i plodonosnim novim idejama u školskom matematičkom kurikulumu. One zasigurno zaslužuju vrijeme, sredstva i energiju u usredotočuju se na kvalitativno poboljšanje kurikuluma, nastave, vrednovanja, stručnog usavršavanja i učeničkih postignuća u matematici.

(Priredila: Sandra Gračan)