

Zentralmatura – Schulversuch 2012

Standardizirani pismeni ispit zrelosti iz matematike

Austrija, 9. svibnja 2012.

$$\vec{t} = \begin{pmatrix} 23.0 \\ 24.1 \\ 24.3 \\ 23.8 \end{pmatrix}, \quad \vec{e} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Zadaci tipa I

I.1. Preračunavanje različitih temperaturnih jedinica. Za preračunavanje Celzijevih stupnjeva ($^{\circ}\text{C}$) u Fahrenheitove ($^{\circ}\text{F}$) primjenjuje se sljedeća formula:

$$F = \frac{9}{5} \cdot C + 32.$$

Zadatak: Preoblikujte formulu tako da izrazite C (odnosno tako da se, ukoliko su poznati stupnjevi Fahrenheita, mogu izravno izračunati stupnjevi Celzija).

I.2. Promet. U prvoj godini nakon osnivanja poduzeće ostvaruje promet u visini U_1 , a u drugoj godini U_2 . Donosi se zaključak:

$$\frac{U_2 - U_1}{U_1} = -0.04.$$

Zadatak: Objasnite što izraz

$$\frac{U_2 - U_1}{U_1} = -0.04$$

znači u navedenom kontekstu.

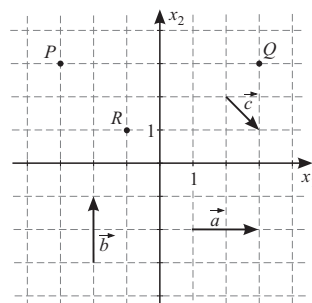
I.3. Kvadratna jednadžba. Zadana je jednadžba $x^2 + 5x + a = 0$, ($a \in \mathbf{R}$).

Zadatak: Za koje vrijednosti parametra a ta jednadžba ima 2 različita realna rješenja? (Odgovor mora sadržavati sve moguće vrijednosti od a .)

I.4. Trening trčanja. Trkač na srednje staze trenira brzinu trčanja tako da pet puta pretrči stazu od 200 m s kratkim stankama između svakog trčanja. Njegova trenerica zapisuje vrijeme trčanja (u sekundama) kao vektor \vec{t} dok vektor \vec{e} sadrži samo jedinice.

Zadatak: Objasnite što predstavlja izraz $\frac{1}{5} \cdot \vec{t} \cdot \vec{e}$ u danom kontekstu.

I.5. Točke i vektori. Na slici su prikazane točke P , Q i R i vektori \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} .



Zadatak: U donjoj tablici u svakom redu označite vrijedi li jednakost iz lijevog stupca ili ne. Ako vrijedi, navedite odgovarajuću vrijednost parametra t .

$R = P + t \cdot \vec{c}, t \in \mathbf{R}$	<input type="checkbox"/> Vrijedi ako je $t =$	<input type="checkbox"/> Ne vrijedi
$\vec{b} = t \cdot \vec{a}, t \in \mathbf{R}$	<input type="checkbox"/> Vrijedi ako je $t =$	<input type="checkbox"/> Ne vrijedi
$P = Q + t \cdot \vec{a}, t \in \mathbf{R}$	<input type="checkbox"/> Vrijedi ako je $t =$	<input type="checkbox"/> Ne vrijedi

I.6. Okomiti pravci. Zadan je pravac $g: 2x_1 - x_2 = 6$.

Zadatak: Odredite jednadžbu pravca h koji je okomit na pravac g i prolazi točkom $P = (3, 0)$.

I.7. Okomiti vektori. Zadani su vektori $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ i $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ b_2 \\ 1 \end{pmatrix}$ gdje je $b_2 \in \mathbf{R}$.

Zadatak: Odredite b_2 tako da vektori a i b budu međusobno okomiti.

I.8. Paralelni pravci. Zadan je pravac g :

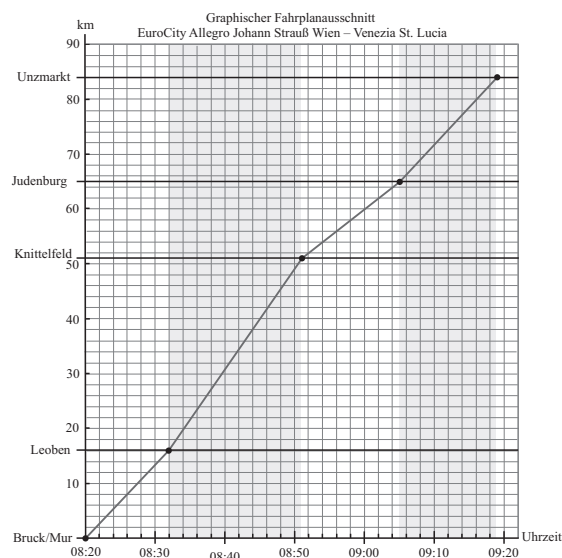
$$X = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Zadatak: Odredite parametarsku jednadžbu pravca h paralelnog pravcu g koji prolazi ishodištem koordinatnog sustava.

I.9. Vučnica. Skijaška vučnica duljine s (izražene u metrima) jednoliko se uspinje pod kutom α .

Zadatak: Napišite što izražava zapis $s \cdot \sin(\alpha)$.

I.10. Vozni red. Graf prikazuje plan puta vlaka "Allegro Johann Strauss" željezničkog prijevoznika EuroCity, koji prometuje između Brucka na Muri i Unzmarkta.

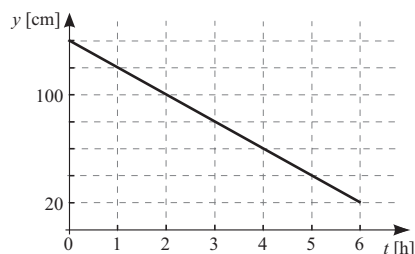


Zadatak:

- 1) Prema tom planu, koliko je vlak udaljen od Leobena u 9.00 sati?
- 2) Na kojoj je dionici (prosječna) brzina vlaka najmanja? Izračunajte tu brzinu (km/h).

I.11. Dubina vode. Graf prikazuje promjenu razine vode u prvih 6 sati nakon otvaranja odvoda u bazenu. Pritom t označava broj sati od otvaranja

odvoda, a y (u cm) označava razinu vode u danom trenutku.



Zadatak: Napišite jednadžbu u obliku $y = f(t)$, koja opisuje ovisnost između broja sati i razine vode.

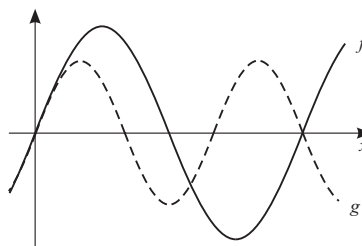
I.12. Taksi tarifa. Ako se netko vozi taksijem i prijeđe put od x kilometara, onda mora za tu vožnju platiti iznos $T(x)$. Vežu između prijeđenih kilometara i cijene opisuje jednadžba $T(x) = k \cdot x + d$.

Zadatak: Napišite koje značenje imaju parametri d i k u navedenom kontekstu.

I.13. Radioaktivni raspad. Pri radioaktivnom raspadu neke tvari, broj atoma te tvari s vremenom se smanjuje. To smanjenje izraženo je u postotku. Kod radioaktivnog izotopa joda 131 raspadne se 8% tvari na dan odnosno na kraju dana tvari ima za 8% manje nego na početku dana.

Zadatak: Izračunajte vrijeme poluraspada joda 131. (Uputa: Vrijeme poluraspada je vrijeme potrebno da se količina tvari smanji točno na polovinu.)

I.14. Parametri funkcije sinus. Na slici su prikazani grafovi funkcija $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ i $g(x) = c \cdot \sin(d \cdot x)$. Pritom su $a, b, c, d \in \mathbf{R}$ i $a, b, c, d > 0$.



Zadatak: Promatrajući sliku, označite križićem istinite tvrdnje.

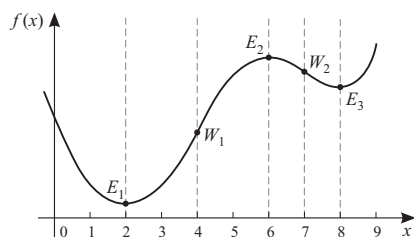
- $a < c$ $b < d$
 $a = c$ $b = d$
 $a > c$ $b > d$

I.15. Svojstva funkcija. Zadane su jednačbe dviju realnih funkcija f_1 i f_2 i navedena su neka svojstva funkcija.

Zadatak: Za svaku funkciju f_1 i f_2 označite samo ona svojstva koja se odnose na njih.

	$f_1(x)=x^2+3$	$f_2(x)=5-2\cdot x$
... $\forall x > 0$ je pozitivna	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
... $\forall x < 0$ monotono pada	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
...ima lokalni minimum	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

I.16. Prva i druga derivacija. Na crtežu je prikazan graf polinoma f s ekstremima E_1, E_2 i E_3 i točkama infleksije W_1 i W_2 :



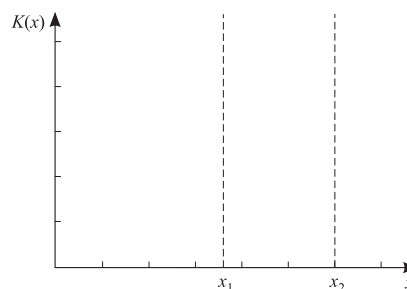
Zadatak: Za svaku od sljedećih tvrdnji označite vrijedi li ona ili ne.

	DA	NE
$f'(7) > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$f''(4) = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$f''(2) < 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Na intervalu $[1, 4]$ sve su vrijednosti od f' pozitivne.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Na intervalu $[5, 6.5]$ sve su vrijednosti f'' negativne.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

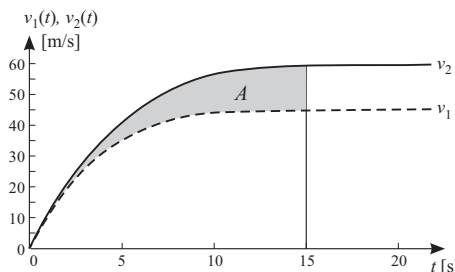
I.17. Nelinearna funkcija ukupnih troškova. Pri proizvodnji određene količine x (npr. komada) nekog proizvoda nastaju ukupni troškovi u visini $K(x)$ novčanih jedinica (npr. eura). Odnos između proizvedene količine i ukupnih troškova obično se opisuje polinomom oblika $K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Zadatak: Skicirajte kako bi mogao izgledati graf funkcije ukupnih troškova K , ako pritom vrijedi sljedeće:

- K je definirana na intervalu $[0, x_2]$;
- $d > 0$;
- $K'(x) > 0$ u cijelom području definicije;
- U x_1 nalazi se točka infleksije ("točka promjene u troškovima");
- $K''(x) < 0$ na intervalu $[0, x_1]$.



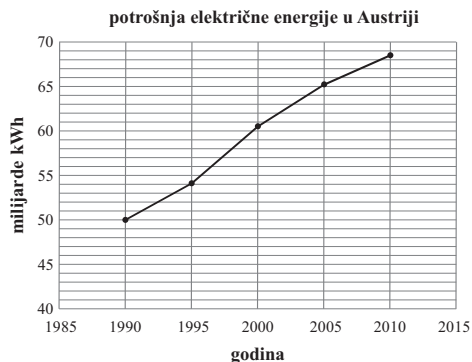
I.18. Slobodni pad. Slika prikazuje na koji se način mijenjaju brzine v_1 i v_2 dvaju padajućih tijela (uzimajući u obzir otpor zraka).



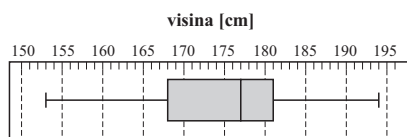
Zadatak: Izračunajte površinu A (površinu između dva grafa) pomoću integrala i opišite tu površinu u zadanom kontekstu.

I.19. Potrošnja električne energije u Austriji. Na sljedećoj slici jasno se vidi nagli porast potrošnje električne energije u Austriji u razdoblju od 1990.–2010.

Zadatak: Koristeći vrijednosti ucrtane na zadanom grafu, nacrtajte ponovo isti graf (koji prikazuje potrošnju električne energije u Austriji 1990.–2010.), ali tako da porast izgleda blaži (tj. da graf ne raste tako naglo).



I.20. Visina tijela. U nekoj strukovnoj školi izmjerena je visina 180 učenika (dječaka). Dobiveni podaci prikazani su grafički na sljedećem *Box-Plot* dijagramu.



Zadatak: Za svaku od sljedećih izjava odredite vrijedi li za sve promatrane učenike ili ne.

	DA	NE
Približno polovina učenika visoka je najmanje 177 cm.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Približno 75% svih učenika je visoko 168 cm ili više od 168 cm.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Prosječna visina svih 180 učenika iznosi $\frac{153+194}{2} = 173.5$ cm.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ima značajno više učenika čija je visina između 168 i 177 cm nego onih čija je visina između 177 i 181 cm	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Približno 90 učenika visoko je između 168 i 181 cm.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

I.21. Obljetnica poslovanja. Sljedeća tablica sadrži informacije o bračnom statusu 155 radnika i radnica nekog poduzeća.

	U braku	Nije u braku	Ukupno
Žene	42	53	95
Muškarci	48	12	60
Ukupno	90	65	155

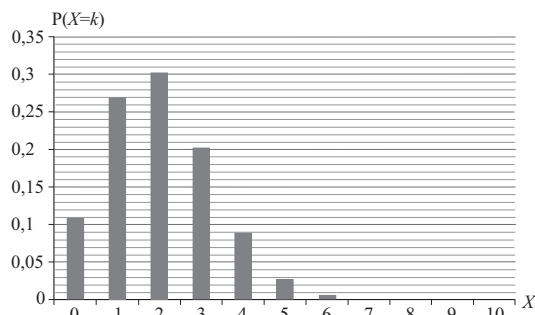
Povodom 25. obljetnice rada poduzeća jedan od radnika ili radnica osvojiti će jednodnevno nagradno putovanje.

Zadatak:

- 1) Kolika je vjerojatnost da će nagradu osvojiti osoba koja nije u braku?
- 2) Nakon izvlačenja dobitnika, saznalo se da je putovanje osvojila žena. Kolika je vjerojatnost da se radi o neudanoj ženi?

I.22. Zadaci višestrukog izbora. Ispit sa zadacima višestrukog izbora sastoji se od 10 pitanja. Za svako pitanje ponuđeno je 5 odgovora od kojih je samo jedan točan.

Ako se ispit rješavao pogađanjem, slučajna varijabla X označava broj točnih odgovora, a slika prikazuje njezinu razdiobu. Za pozitivnu ocjenu potrebno je točno odgovoriti na polovinu pitanja.



Zadatak: Na temelju slike izračunajte kolika je vjerojatnost polaganja ispita slučajnim odabirom odgovora.

I.23. Studenti Alpe-Adria-Sveučilišta u Klagenfurtu. Na Alpe-Adria Sveučilištu u Klagenfurtu u zimskom je semestru 2011./2012. bilo otprilike 10 000 studenata. U anketi putem interneta sudjelovalo je 150 slučajno odabranih studenata i studentica. Uz 95%-tnu pouzdanost procjene relativne frekvencije studentica unutar statističkog uzorka dobije se interval procjene [52%, 68%].

Zadatak: Za svaku od sljedećih izjava odredite je li istinita ili nije.

	DA	NE
S vjerojatnošću od 95% u statističkom uzorku bit će između 78 i 102 studentice.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	DA	NE
S vjerojatnošću od 95% u zimskom semestru 2011./2012. je na sveučilištu bilo između 52% i 68% studentica.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Na sveučilištu je u zimskom semestru 2011./2012. bilo približno 6000 studentica.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Uz 90%-tnu pouzdanost procjene relativne frekvencije studentica za isti statistički uzorak ($n = 150$) interval procjene bio bi manji.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kad bi u anketi sudjelovalo 300 ispitanika, uz 95%-tnu pouzdanost procjene relativne frekvencije studentica, interval procjene bio bi veći.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

I.24. Anketa. Velike dnevne novine provele su anketu među biračima odabравši statistički uzorak i postavivši pitanje: "Ako bi izbori za gradonačelnika bili ove nedjelje, kome biste dali svoj glas?" Od 300 ispitanih birača, njih 141 odlučilo se za kandidata A.

Zadatak: Odredite interval procjene za kandidata A s 95% pouzdanosti.

Zadaci tipa II

Od četiri ponuđena zadatka trebate odabrati tri, a jedan jasno prekrížite.

II.1. Polinomi. Polinomi su jedna od osnovnih i često primjenjivanih vrsta funkcija.

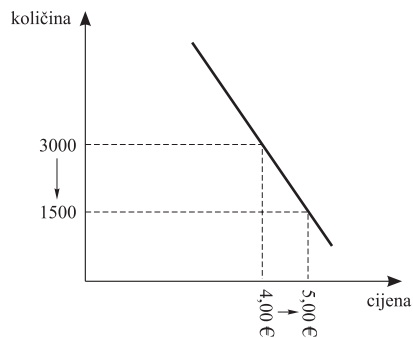
Zadatak:

- Navedite najvažnija svojstva polinoma n -tog stupnja (opća jednađžba, nultočke, ekstremi, točke infleksije) i skicirajte dva karakteristična grafa funkcije za $n > 3$. [3 boda]
- Uredno i pregledno navedite najvažnija svojstva polinoma drugog stupnja (opća jednađžba, dva karakteristična grafa, nultočke, ekstremi, točke infleksije; ako je polinom oblika $f(x) = ax^2 + b$, gdje su $a, b \in \mathbf{R}$: značenje parametara, dva karakteristična grafa funkcije). [3 boda]

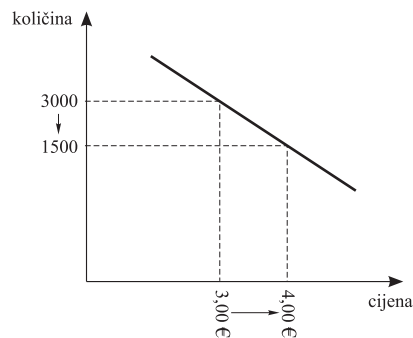
- Uredno i pregledno navedite najvažnija svojstva polinoma trećeg stupnja (opća jednađžba, dva karakteristična grafa, nultočke, ekstremi, točke infleksije). [2 boda]

II.2. Elastičnost potražnje. Elastičnost je podatak koji ekonomistima govori koliko "jako" neka veličina reagira na promjenu druge veličine. U razgovoru se na primjer kaže: "Potražnja je neelastična", što zapravo znači sljedeće: kad cijena proizvoda poraste za određeni postotak (npr. 10%), tražena količina robe će se smanjiti za nešto manji postotak (npr. 5%). Drugim riječima: ako je relativna promjena količine manja od relativne promjene cijene, tada je potražnja neelastična. U suprotnom, potražnja je elastična.

Grafovi prikazuju ovisnost količine tražene robe o cijeni (funkciju potražnje). Prvi graf prikazuje elastičnu, a drugi neelastičnu potražnju.



Elastična potražnja



Neelastična potražnja

Ekonomska matematika poznaje dvije veličine za elastičnost potražnje:

Prosječna elastičnost:

$$\bar{E}(p_1, p_2) = \frac{\frac{\Delta m}{\Delta p}}{p} = \frac{\frac{m_2 - m_1}{p_2 - p_1}}{p_1}$$

gdje su p_1 i p_2 cijene, a m_1 i m_2 odgovarajuće količine.

(Točna) elastičnost:

$$E(p) = \lim_{\Delta p \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta m}{m}}{\frac{\Delta p}{p}} = \frac{\frac{dm}{m}}{\frac{dp}{p}} = \frac{dm}{dp} \cdot \frac{p}{m(p)} = p \cdot \frac{m'(p)}{m(p)}$$

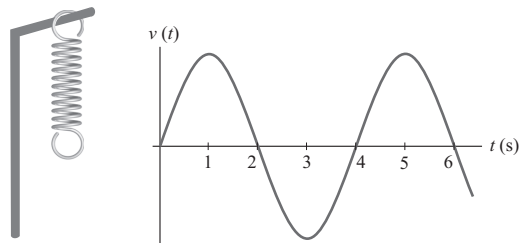
gdje je p cijena, a $m(p)$ tražena količina.

(Prosječna) elastičnost odgovara (prosječnoj) stopi promjene, dakle, elastičnost ne promatramo kao omjer apsolutnih nego relativnih promjena. Dakle, elastičnost ne ovisi o izboru mjernih jedinica (za cijenu, odnosno količinu robe).

Zadatak:

- a) Primjenjujući konkretne vrijednosti, za oba gore prikazana grafa izračunajte prosječnu elastičnost $E(p_1, p_2)$. Objasnite što znače te vrijednosti u danom kontekstu. [2 boda]
- b) Za koje vrijednosti $E(p_1, p_2)$ je funkcija potražnje $p \mapsto m(p)$ elastična, a za koje neelastična. [2 boda]
- c) Nelinearna funkcija potražnje ima jednadžbu $m(p) = p^2 - 60p + 900$ ($0 < p < 30$). Izračunajte za koje vrijednosti p je potražnja elastična, a za koje neelastična. [2 boda] (Uputa: za $E(p)$ vrijede iste granice elastičnosti kao za $E(p_1, p_2)$.)
- d) Potražnja je *izoelastična* kada elastičnost iznosi -1 na svakom mjestu. Kako to utječe na odnos između promjene cijene i promjene tražene količine? Pokažite da je funkcija potražnje $m(p) = 1/p$ izoelastična. [2 boda]

II.3. Opruga. Slika prikazuje oprugu s utegom u stanju mirovanja (tj. ravnoteži). Utteg se povuče prema dolje i u trenutku $t = 0$ (početno stanje) pusti. Graf opisuje brzinu titranja utega u ovisnosti o vremenu.



Zadatak:

- a) (i) Opišite titranje opruge u ovisnosti o položaju utega, njegovu brzinu i ubrzanje na vremenskom intervalu $[0, 4]$. [2 boda]
(ii) grafički prikazite odgovarajuću funkciju elongacije $s(t) : [0, 4] \mapsto \mathbf{R}$. [1 bod] (Uputa: $s(0) = 0$.)
- b) Prikazite udaljenost između najniže i najviše točke položaja utega pomoću integrala. [2 boda]
- c) S obzirom na zadani kontekst objasnite značenje integrala $\int_0^{t_1} v(t) dt$ gdje je $0 \leq t_1 \leq 4$. [2 boda]
- d) Što znači sljedeći izraz $\frac{\int_0^2 v(t) dt}{\int_0^2 dt}$ u zadanom kontekstu? [1 bod] (Uputa: Pripazite na fizikalne veličine koje su iskazane u oba integrala.)

II.4. Očekivani životni vijek. Tablice mortaliteta igraju važnu ulogu u demografskim analizama stanovništva. One su osnova za mnoge izračune u osiguravajućoj djelatnosti pri utvrđivanju trajanja životnog vijeka.

Tablica prikazuje podatke za Austriju za 2010. godinu. U njoj možemo očitati sljedeće veličine:

- x — starost u godinama (x -ti rođendan), pri rođenju je $x = 0$;
- $q(x)$ — vjerojatnost smrti označava rizik od smrti u dobnom intervalu $[x, x+1]$ (ukoliko osoba ima navršених x godina);
- $l(x)$ — broj preživjelih proizvoljno odabrane kohorte* od 100 000 osoba u dobi od x godina (odnosno svih koji imaju $(x+1)$ godina života);
- $d(x)$ — broj smrtnih slučajeva u dobnom intervalu $[x, x+1]$.

* Kohorta je pojam iz demografije i označava osobe rođene u istoj godini.

Tablica mortaliteta 2010. (Izvor: Statistika, Austrija)

starost x	muškarci			žene			starost x	muškarci			žene		
	$q(x)$	$l(x)$	$d(x)$	$q(x)$	$l(x)$	$d(x)$		$q(x)$	$l(x)$	$d(x)$	$q(x)$	$l(x)$	$d(x)$
0	0,0043391	100.000	434	0,0034365	100.000	344	48	0,0028470	95.958	273	0,0015857	97.909	155
1	0,0003493	99.566	35	0,0003429	99.656	34	49	0,0036912	95.685	353	0,0018866	97.754	184
2	0,0001979	99.531	20	0,0001568	99.622	16	50	0,0039323	95.331	375	0,0019664	97.569	192
3	0,0001987	99.512	20	0,0001546	99.607	15	51	0,0041578	94.957	395	0,0019953	97.378	194
4	0,0000733	99.492	7	0,0000510	99.591	5	52	0,0050193	94.562	475	0,0024897	97.183	242
5	0,0000240	99.485	2	0,0001767	99.586	18	53	0,0055841	94.087	525	0,0026120	96.941	253
6	0,0000000	99.482	0	0,0000762	99.568	8	54	0,0060625	93.562	567	0,0026661	96.688	258
7	0,0000717	99.482	7	0,0000504	99.561	5	55	0,0055598	92.995	517	0,0027621	96.430	266
8	0,0001449	99.475	14	0,0001268	99.556	13	56	0,0073110	92.478	676	0,0037531	96.164	361
9	0,0000716	99.461	7	0,0000760	99.543	8	57	0,0075966	91.801	697	0,0032069	95.803	307
10	0,0000703	99.454	7	0,0000493	99.536	5	58	0,0088768	91.104	809	0,0043127	95.496	412
11	0,0000461	99.447	5	0,0000725	99.531	7	59	0,0089920	90.295	812	0,0043528	95.084	414
12	0,0001117	99.442	11	0,0000235	99.524	2	60	0,0105820	89.483	947	0,0055399	94.670	524
13	0,0001059	99.431	11	0,0000665	99.521	7	61	0,0118647	88.536	1.050	0,0053450	94.146	503
14	0,0001466	99.420	15	0,0001975	99.515	20	62	0,0124743	87.486	1.091	0,0058033	93.643	543
15	0,0004120	99.406	41	0,0001731	99.495	17	63	0,0138228	86.395	1.194	0,0069971	93.100	651
16	0,0003178	99.365	32	0,0002294	99.478	23	64	0,0144321	85.200	1.230	0,0077674	92.448	718
17	0,0005022	99.333	50	0,0002054	99.455	20	65	0,0144641	83.971	1.215	0,0080439	91.730	738
18	0,0005709	99.283	57	0,0000808	99.434	8	66	0,0173354	82.756	1.435	0,0076928	90.992	700
19	0,0008547	99.227	85	0,0002189	99.426	22	67	0,0175803	81.322	1.430	0,0080004	90.292	722
20	0,0009785	99.142	97	0,0002970	99.405	30	68	0,0205350	79.892	1.641	0,0092869	89.570	832
21	0,0010056	99.045	100	0,0003711	99.375	37	69	0,0207228	78.251	1.622	0,0099501	88.738	883
22	0,0010399	98.945	103	0,0002709	99.338	27	70	0,0218368	76.630	1.673	0,0116708	87.855	1.025
23	0,0009134	98.842	90	0,0001351	99.311	13	71	0,0236755	74.957	1.775	0,0120311	86.830	1.045
24	0,0006183	98.752	61	0,0002093	99.298	21	72	0,0254107	73.182	1.860	0,0130012	85.785	1.115
25	0,0007706	98.691	76	0,0001855	99.277	18	73	0,0280883	71.322	2.003	0,0151936	84.670	1.286
26	0,0007455	98.615	74	0,0002009	99.259	20	74	0,0319750	69.319	2.216	0,0173935	83.383	1.450
27	0,0006776	98.541	67	0,0003750	99.239	37	75	0,0357744	67.102	2.401	0,0183439	81.933	1.503
28	0,0006136	98.475	60	0,0002453	99.202	24	76	0,0408754	64.702	2.645	0,0217586	80.430	1.750
29	0,0006507	98.414	64	0,0002846	99.177	28	77	0,0425217	62.057	2.639	0,0252586	78.680	1.987
30	0,0006602	98.350	65	0,0002620	99.149	26	78	0,0466621	59.418	2.773	0,0303705	76.693	2.329
31	0,0007917	98.285	78	0,0001916	99.123	19	79	0,0520599	56.646	2.974	0,0327640	74.363	2.436
32	0,0006124	98.207	60	0,0005212	99.104	52	80	0,0597912	53.671	3.209	0,0386133	71.927	2.777
33	0,0008031	98.147	79	0,0002483	99.052	25	81	0,0700151	50.462	3.533	0,0438960	69.150	3.035
34	0,0011139	98.068	109	0,0003530	99.028	35	82	0,0770660	46.929	3.617	0,0530002	66.114	3.504
35	0,0010780	97.959	106	0,0003543	98.993	35	83	0,0858680	43.313	3.719	0,0611447	62.610	3.828
36	0,0007847	97.854	77	0,0005926	98.958	59	84	0,0964328	39.593	3.818	0,0705455	58.782	4.147
37	0,0011027	97.777	108	0,0006086	98.899	60	85	0,1075407	35.775	3.847	0,0822692	54.635	4.495
38	0,0011886	97.669	116	0,0006595	98.839	65	86	0,1224982	31.928	3.911	0,0927014	50.140	4.648
39	0,0012122	97.553	118	0,0005472	98.774	54	87	0,1311108	28.017	3.673	0,1027482	45.492	4.674
40	0,0011074	97.435	108	0,0005260	98.720	52	88	0,1588082	24.344	3.866	0,1199598	40.818	4.897
41	0,0016189	97.327	158	0,0006609	98.668	65	89	0,1639643	20.478	3.358	0,1347105	35.921	4.839
42	0,0014419	97.169	140	0,0008380	98.603	83	90	0,1896321	17.120	3.247	0,1544589	31.082	4.801
43	0,0019275	97.029	187	0,0008985	98.520	89	91	0,1980654	13.873	2.748	0,1669142	26.282	4.387
44	0,0015801	96.842	153	0,0011120	98.431	109	92	0,2117647	11.126	2.356	0,1823802	21.895	3.993
45	0,0021401	96.689	207	0,0012982	98.322	128	93	0,2472119	8.770	2.168	0,2110740	17.902	3.779
46	0,0024123	96.482	233	0,0014947	98.194	147	94	0,2779420	6.602	1.835	0,2319202	14.123	3.275
47	0,0030285	96.249	291	0,0014126	98.048	139	95	0,3293769	4.767	1.570	0,2930901	10.848	3.179

- c) Kolika je vjerojatnost p_{21} da će djevojčica rođena u Austriji 2010. godine umrijeti baš u 21. godini života? Napišite formulu po kojoj se može izračunati vjerojatnost p_x da osoba rođena u Austriji 2010. godine, umre u x -toj godini života? [2 boda]
- d) Pod pojmom očekivani životni vijek žigov bića podrazumijevamo statistički očekivano vrijeme života, koje mu preostaje od nekog trenutka do smrti. (On u Austriji za dječake rođene u 2010. godini iznosi 77.7 godina, a za djevojčice 83.16 godina.) Očekivani životni vijek može se tumačiti kao očekivanje $E(X)$ pri čemu su godine života koje osoba može doživjeti iskazane slučajnom varijablom X . Za očekivanje diskretne slučajne varijable X vrijedi:

$$E(X) = \sum_{i=1}^n a_i \cdot p_i,$$

pri čemu su a_i one vrijednosti koje slučajna varijabla X može poprimiti, a p_i je vjerojatnost da slučajna varijabla X poprimi vrijednost a_i .

- (i) Napišite formulu po kojoj uz pomoć tablice mortaliteta možete izračunati očekivani životni vijek osoba rođenih u Austriji u 2010. godini. [2 boda]
(Uputa: Za n uzmite najveću vrijednost koja se može iščitati iz priložene tablice mortaliteta, a za a_i uzmite sredinu odgovarajućeg intervala.)
- (ii) Izračunajte prva tri pribrojnika u formuli za izračun očekivanog životnog vijeka dječaka rođenih u Austriji 2010. godine. [1 bod]

S njemačkog prevela:
Ivana Elezović

Zadaci:

- a) Odredite vezu između $q(x)$, $l(x)$ i $l(x + 1)$ u obliku jednadžbe. [1 bod]
- b) Kolika je vjerojatnost da, u Austriji 2010. godine
(i) novorođena djevojčica,
(ii) 10-godišnja djevojčica
doživi 21. godinu života? [2 boda]