

# Peteljka-list dijagram. Medijan i mod



Sanja Varošaneć, Zagreb

Već se nekoliko godina u 7. razredu osnovne škole obrađuje tema **Prikazivanje i analiza podataka**. Nacionalnim okvirnim kurikulumom predviđeno je proširenje ove teme i to kako vertikalno kroz obrazovne cikluse tako i sadržajno.

Citirajmo dio NOK-a koji se odnosi na učeničke ishode vezane uz matematički koncept **Podatci** u ciklusima koji odgovaraju višim razredima osnovne škole:

## 2. ciklus

Učenici će:

- prikupiti, razvrstati i organizirati podatke te ih na prikladan način prikazati tablicom, tablicom frekvencija, piktogramom, stupčastim i kružnim dijagramom te sustavnom listom
- pročitati i protumačiti podatke prikazane tablicama, slikama, listama te različitim grafovima i dijagramima
- odrediti i primijeniti aritmetičku sredinu, raspon i medijan niza numeričkih podataka.

## 3. ciklus

Učenici će:

- prikupiti, klasificirati i organizirati podatke te ih na prikladan način, s pomoću računala i bez njega, prikazati sustavnom listom, tablicom, tablicom frekvencija, linijskim, stupčastim i kružnim dijagramom, grafikonom, "brkatom kutijom" (*box and whiskers* dijagram) i grafovima
- pročitati, tumačiti i analizirati podatke prikazane na različite načine
- odrediti i primijeniti frekvenciju i relativnu frekvenciju za dane podatke te aritmetičku sredinu, medijan, kvartile, mod, raspon i interkvartilni raspon niza numeričkih podataka.

Većina se od ovih ishoda već postiže kroz postojeći nastavni program, ali pojavile su se i neke nove teme. Nekoliko sljedećih članaka posvetit ćemo

ovom dijelu matematike koji se intenzivno koristi u različitim područjima kao što su ekonomija, medicina, tehničke struke itd, zapravo u svim strukturama u kojima se prikupljaju i analiziraju podatci različitih vrsta.

## Peteljka-list dijagram

Osim prikaza podataka s pomoću tablice frekvencija i različitim grafičkim prikazima koji se već obrađuju u 7. razredu, postoji još jedan vrlo zoran prikaz — peteljka-list dijagram (engl. *stem and leaf diagram*). Ilustrirajmo ga primjerom.

**Primjer 1.** Učenicima 7.c razreda izmjerena je visina i dobivene su ove visine izražene u centimetrima:

145 147 156 181 163 148 176 156 155 162  
155 177 152 165 165 171 174 168 170 163

Ovo je skup **primarnih** podataka. Podatci su numerički (brojčani, kvantitativni), ali skup je nesređen. Iz ovog prikaza skupa podataka teško je odgovoriti na pitanja koja se prirodno javljaju kao što su: koja je visina najveća, koja najmanja, postoji li neka visina koja se javlja mnogo puta ili oko koje se grupiraju visine itd. Stoga ove podatke grupirajmo u ovisnosti o tome kojoj dekadi pripadaju. Tako će podatci **156, 156, 155, 155, 152** pripadati jednoj grupi, a pri zapisu ćemo iskoristiti činjenicu da se broj **15** javlja u svih pet brojeva. Dakle, zapisat ćemo ih ovako:

$$15 | 66552$$

odnosno u rastućem poretku:

$$15 | 25566.$$

Broj **15** je peteljka zapisa, a znamenke jedinica su lišće. Zapišimo sve podatke ovako.

14	5	7	8			
15	2	5	5	6	6	
16	2	3	3	5	5	8
17	0	1	4	6	7	
18	1					

Uz peteljka-list dijagram obavezno zapisujemo i legendu:  $14|5$  je 145 cm.

Zamijetimo da lišće može, ali i ne mora biti u rastućem poretku. Ovakav je prikaz posebno pogodan za usporedbu dvaju skupova numeričkih podataka.

**Primjer 2.** Dani su rezultati testa iz hrvatskog jezika u 7.a i 7.b razredu. Nacrtajmo peteljka-list dijagram.

7.a: 39 50 23 25 27 23 22 34 30 46 37 46  
16 14 27 29 34 36 37 37 48 48 33

7.b: 34 35 5 38 45 44 12 7 19 19 23 22  
46 26 27 27 8 19 22 34 37 18 20

Budući da se u oba razreda rezultati kreću od 0 do 50, napraviti ćemo peteljka-list dijagrame tako da im "peteljka" bude zajednička.

7.a razred	7.b razred
	0   5 7 8
6 4	1   2 8 9 9 9
9 7 7 5 3 3 2	2   0 2 2 3 6 7 7
9 7 7 7 6 4 4 3 0	3   4 4 5 7 8
8 8 6 6	4   4 5 6
	0   5

Legenda:  $1|2$  je 12 bodova.

Kad su podatci ovako zorno prikazani, odmah možemo i ponešto zaključiti o ovim rezultatima: u 7.a razredu najlošiji rezultat je 14 bodova, dok su u 7.b razredu čak tri rezultata ispod 10 bodova. U 7.a postignut je maksimalni broj bodova, što se nije dogodilo u 7.b. Međutim, rezultati u 7.b su manje raspršeni i imaju tendenciju grupiranja u nižim vrijednostima. Kod rezultata 7.a razreda ističe se grupa od 30 do 39 u kojoj se nalazi najveći broj podataka.

Kad imamo numeričke podatke prirodno se nameće pitanje kolika je prosječna vrijednost tih rezultata, odnosno kolika je aritmetička sredina skupa podataka. S ovom su mjerom učenici vrlo dobro upoznati jer često računaju prosjek svojih ocjena (iako je sa stanovišta značenja ocjene kao rangiranog podatka to nepravilno). Prosječni rezultat u



**Primjer 5.** Odredimo medijan i aritmetičku sredinu danih skupova podataka:

a) 2, 3, 3, 4, 5, 7, 8

b) 2, 3, 3, 4, 5, 7, 235.

Rješenje a) zadatka je

$$M = 4, \bar{x} = \frac{2+3+3+4+5+7+8}{7} = \frac{32}{7} = 4.6.$$

Rješenje b) zadatka je

$$M = 4, \bar{x} = \frac{2+3+3+4+5+7+235}{7} = \frac{259}{7} = 37.$$

Uočimo sličnosti i razlike ovih dvaju nizova. Oba imaju isti broj podataka, čak su im i prvih šest podataka jednaki. Stoga su im srednji članovi niza, tj. medijani jednaki. Dakle, polovina podataka je manja od 4, a polovina je veća od 4 u oba niza. No, u b) nizu se kao zadnji podatak pojavio ekstremno velik broj 235 koji je bitno utjecao na iznos aritmetičke sredine u b) zadatku. Tako se kao prosjek u b) zadatku pojavio broj 37 koji i sam odskoče od svih članova niza. Kad bismo se pitali koji pokazatelj: medijan ili aritmetička sredina bolje opisuje ove nizove, odgovor bi za b) zadatak bio: medijan. Dakle, aritmetička je sredina jako osjetljiva na ekstremno male ili velike podatke i u takvim slučajevima taj broj ne daje adekvatnu sliku. Pogledajmo još jedan sličan primjer.

**Primjer 6.** U tablici je prikazana raspodjela plaća zaposlenika u jednoj tvrtki.

iznos plaće (u kn)	broj zaposlenika koji su dobili tu plaću
25 000	1
14 000	3
4000	20
2500	4

Kolika je prosječna plaća u tom poduzeću? Znajući činjenicu da je u tom mjesecu prosječna plaća

u državi bila 5300 kn, možemo li zaključiti da zaposlenici tog poduzeća dobivaju iznadprosječno velike plaće?

Izračunajmo aritmetičku sredinu plaća:

$$\bar{x} = \frac{25\,000 + 3 \cdot 14\,000 + 20 \cdot 4000 + 4 \cdot 2500}{28} = 5607.1$$

Dakle, prosječna plaća u toj tvrtki je **5607.1** kn. Kad bismo poznavali samo podatak o prosječnoj plaći u poduzeću, bez okolišanja bismo zaključili da zaposlenici tog poduzeća dobivaju plaće koje su iznad državnog prosjeka. Međutim, stvarnost je nešto drukčija: samo 4 zaposlenika dobiva iznadprosječnu plaću, dok ostalih 24 dobiva plaću puno ispod prosjeka. Tu je došlo do izražaja svojstvo aritmetičke sredine na koju jako utječu značajno velike (ili male) vrijednosti podataka. U ovom je primjeru medijan puno pogodnija mjera centralne vrijednosti. Kad bismo plaće poredali po veličini i odredili medijan tog niza, dobili bismo da je  $M = 4000$  kn.

**Primjena tehnologije.** Budući da se pri statističkim istraživanjima pojavljuje obično velik broj podataka, upotreba računala i raznih statističkih programa je potpuno uobičajena pri izračunavanju raznih numeričkih pokazatelja. U nastavi obično nećemo raspolagati specijalnim statističkim programima, no obično džepno računalo i proračunske tablice (kao što je primjerice Excel) su dovoljni za sva potrebna računanja.

#### LITERATURA

- 1/ A. G. Bluman: *Elementary Statistics*, McGraw Hill, Boston, 2001.
- 2/ J. Gusić: *Peteljke i listovi*, Matka, 49 (2004), 8–9.
- 3/ S. Varošaneć: *Matematika 1*, udžbenik za prvi razred medicinskih škola, Element, 2012.