

Vrijednosti poučavanja matematike, 1. dio



Philipp Legner, London, Ujedinjeno Kraljevstvo

U MiŠ-u broj 84 Šime Šuljić pisao je o mladom matematičaru i programeru **Philippu Legneru** i o njegovom fantastičnom i ambicioznom internetskom projektu **Mathigon.org**[©]. U vrijeme kad se kod nas provodi reforma obrazovanja i uvode veće promjene u nastavi i predmetnim kurikulumima, donosimo vam prijevod članka tog mladog genijalca i njegova promišljanja o vrijednostima učenja i poučavanja matematike temeljena na istraživanjima i njegovu osobnom iskustvu. Jesmo li u Hrvatskoj na dobrom putu? Članak je napisan još početkom 2013. godine i još uvijek je aktualan. U ovom broju možete pročitati 1. dio, a nastavak slijedi u MiŠ-u broj 98.

Uvod

Iako država i gospodarstvo neprestano hvale korisnost i važnost matematike u životu, djeci je teško shvatiti čemu služe i kako im funkcije, jednadžbe ili geometrijski oblici mogu pomoći u svakodnevnom životu. Uz njezinu težinu, i to može biti jedan od razloga zbog kojih je matematika većini učenika neprivaćna ili nezanimljiva.

No *praktična vrijednost* samo je jedan od razloga zbog kojih učimo matematiku. U izvještaju UNESCO-a iz 1996. godine pod naslovom *Learning: The Treasures Within* [1], Jacques Delors opisuje četiri stupa obrazovanja: učiti da bi se znalo (engl. *learning to know*), učiti da bi se radilo (engl. *learning to do*), učiti da bi se živjelo u zajednici (engl. *learning to live together*) i učiti da bi se bilo/postalo (engl. *learning to be*).

Slična podjela (temeljena također i na podjeli Petera Gilla u [2] i Eiza Nagasakija u [3]), je sljedeća:

- Najočiglednije, u školi učimo informacije koje imaju **praktičnu vrijednost**: jednostavnu aritmetiku, gramatiku, glavne gradove svijeta ili jednostavnu biologiju čovjeka. To uglavnom odgovara Delorsovu *učiti da bi se znalo*.
- Ipak, mnoge teme nisu uvijek izravno korisne u svakodnevnom životu. Škola nas također uči vrijednostima koje pojedini predmeti posjeduju kao **discipline** (područja znanosti). Primjerice, uči nas efikasnom radu, zaključivanju, timskom radu, kako se pridržavati rasporeda – izvršavanju stvari u kojima baš i ne uživamo (poput domaće zadaće). To uglavnom odgovara Delorsovima stupovima *učiti da bi se radilo* i *živjelo u zajednici*.
- Konačno, mnogi predmeti u školi imaju **kulturološku vrijednost**, poput glazbenog i likovnog odgoja, povijesti i geografije. Tehnički, prirodoslovni predmeti i matematika, kao znanja o našem svemiru, također u svojoj suštini mogu imati kulturološku vrijednost. To uglavnom odgovara Delorsovu *učiti da bi se bilo*.

Philipp Legner, magistar matematičkog obrazovanja, softverski inženjer u Googleu, London, UK, philipp@legner.com
Naslov originala: *The Value of Teaching Mathematics* by Philipp Legner, February 2013.
Izvor: <https://mathigon.org/downloads/value-of-mathematics.pdf>

Matematika je jedan od rijetkih predmeta koji imaju potencijal obuhvatiti sva tri spomenuta područja, a tablica 1 prikazuje primjere onoga što bi se moglo poučavati u pojedinom slučaju.

Praktična vrijednost "numeričnost"
<ul style="list-style-type: none"> ● brojevi i računanje ● algebra, geometrija, funkcije, derivacije, integrali... ● vjerojatnost, statistika i analiza podataka
Vrijednost discipline zaključivanje i logika
<ul style="list-style-type: none"> ● pronalaženje novih, originalnih rješenja problema ● dokazi jednostavnih poučaka s pomoću logike
Kulturološka vrijednost "temeljna" matematika
<ul style="list-style-type: none"> ● slagalice, teorija brojeva, kombinatorika itd. ● povijest matematike ● biografije ● neriješeni problemi

Tablica 1. Aspekti matematičkog obrazovanja

Naslovi ovih kategorija mogu nas možda zavarati, a kategorije se mogu poprilično preklapati. Primjerice, *zaključivanje* očigledno ima i praktičnu vrijednost u svakodnevnom životu, dok teme poput derivacija i integrala gotovo da nemaju nikakvu praktičnu vrijednost izvan područja inženjerstva, znanstvenog istraživanja ili financija.

U ovom će se članku *praktična vrijednost* odnositi na učenje konkretnih metoda i algoritama za rješavanje određenih problema ili za tumačenje podataka. Oni mogu, ali i ne moraju biti "korisni" u svakodnevnom životu.

Vrijednost discipline odnosit će se na *matematički način razmišljanja* – rješavanje problema, zaključivanje, logiku i dokaze – ovdje se pod disciplinom ne misli na ponašanje nego na vrijednost područja znanosti. Te se vještine mogu naučiti u matematici, ali mogu biti korisne u mnogim drugim predmetima.

Da bi matematika postala što privlačnija, zanimljivija i važnija, matematički kurikulum trebao bi biti kombinacija svih triju aspekata. Nažalost, trenutačno se u fokusu matematičkog obrazovanja, posebice u Ujedinjenom Kraljevstvu, nalazi samo prvi aspekt

iz tablice 1: pamćenje metoda za rješavanje pojedinih problema, kao što je primjerice postupak rješavanja kvadratnih jednadžbi i njegova primjena pri rješavanju uobičajenog zadatka u nekom testu. To nije moguće izvesti bez jednostavnog zaključivanja, ali rijetko vodi do razine na kojoj bismo mogli reći da se *bavimo matematikom*.

U ovom ću članku razmotriti važnost matematike i matematičkog obrazovanja, oslanjajući se na široki raspon znanstvenih istraživanja i osobno iskustvo te slijedeći tri gore navedene kategorije.

Konkretno, želim dokazati da je pogrešno sveopće mišljenje izneseno u Bramallovom i Whiteovom radu *Why Learn Maths?* [4], u kojem se tvrdi kako je privilegirani položaj matematike u školama neopravdan jer većina ljudi u svakodnevnom životu ne koristi ništa teže od osnovnoškolske matematike.

1. Praktična vrijednost matematike

Brojevi postoje samo u našem umu. Ne postoji fizički entitet koji je broj 1. Kada bi on postojao, stajao bi na počasnim mjestu u nekom sjajnom muzeju znanosti, a pored njega bi u koloni marširala neprekidna rijeka matematičara, zureći u 1 s čuđenjem i divljenjem.

Fraleigh i Beaugregard, *Linear Algebra*

Veza sa školskom matematikom

U ovom ću poglavlju pokušati ocijeniti praktičnu vrijednost matematike. Povući ću finu razliku između korisnosti matematike i učinkovitosti škole da pripremi djecu za primjenu matematike. Razmotrit ću također učinak uporabe kalkulatora i osobnih računala te navesti neke primjere.

U fokusu ove rasprave neće biti to kako matematiku primjenjuju inženjeri ili znanstvenici (premda i to treba uzeti u obzir), već to kako matematiku *u svakodnevnom životu* primjenjuje većina populacije. Pod svakodnevnim životom misli se na radna mjesta poput onih u bolnici ili banci, ali ne na poslove koji zahtijevaju matematičko ili znanstveno obrazovanje iznad A-razine, kao što su primjerice softversko inženjerstvo ili trgovanje dionicama.

Matematika u životu

Vrlo je teško navesti područje matematike koje nema primjene u životu.

- Prosti brojevi, primjerice, temelj su digitalne kriptografije i primjenjuju se svaki put kad se pošalje neka elektronička pošta ili kad se pristupa nekoj osiguranoj internetskoj stranici – od osobnog internetskog bankarstva do tajnih službi. Pritom se koristi proces koji se naziva RSA kriptografija.
- Fraktali su jedan od najnerealnijih objekata u geometriji, s beskonačnim detaljiziranjem i razlomljenim dimenzijama. Međutim, primjenjuju se za sažimanje slika pri smanjivanju veličine dokumenta.
- Vektori se primjenjuju pri definiranju 3-dimenzionalnih okruženja u računalnim igrama ili u softverskom inženjerstvu, a pri rotaciji ili transformaciji još se i množe s matricama.
- Teorija grupa može se primijeniti u proučavanju simetrija temeljnih čestica i osnova je teorije struna i drugih dijelova fizike čestica.
- Logika i teorija skupova važne su u informatici, posebice u teoriji računarstva.

Naprednija područja matematike, kao što su algebarska topologija ili teorija kategorija, možda nemaju očiglednu primjenu u stvarnom životu. Međutim, njihovo se proučavanje lako može opravdati jer nije moguće predvidjeti gdje bi se u budućnosti ta područja mogla primijeniti ili jer nije neobično da se pojave veze između nekih, na prvi pogled sasvim nepovezanih područja matematike.

Bez sumnje, matematika ima iznimnu praktičnu vrijednost u životu. Pa ipak, svi navedeni primjeri odnose se na matematičare, informatičare ili inženjere računarstva koji kreiraju informatičke sustave, dok ostali ne trebaju poznavati matrice da bi igrali 3D računalnu igricu!

S obzirom na to da je matematika sastavni dio baš svakog djelića naših života, u trećem poglavlju ovog rada¹⁾ raspraviti ću detaljnije o tome kako je ona zbog toga i važan dio naše kulture pa bismo trebali znati barem o čemu se u pojedinim

područjima radi, iako ih nikad nećemo moći primjenjivati. Vratimo se u ovom poglavlju matematici koja se primjenjuje *u svakodnevnom životu* – kao što je ranije navedeno.

Matematika u svakodnevnom životu

Matematiku redovito primjenjujemo u svakodnevnom životu: pri mjerenju udaljenosti ili mase, pri čitanju rasporeda ili reda letenja, kad procjenjujemo iznos koji smo potrošili pri kupnji ili kad tumačimo postotke u novinama. Mnoge od ovih vještina poučavaju se u osnovnoj školi.

U poglavlju 6 u [3], John White navodi: *osnovna aritmetika koju zahtijevaju mnogi poslovi bit će uglavnom usvojena do kraja osnovne škole*. Naravno, neki poslovi *zaista* zahtijevaju puno napredniju matematiku, ali to je samo manjina koja – prema Johnu Whiteu – ne opravdava važnost koja je u školskom kurikulumu dana matematici.

Veliki dio kurikula srednjoškolske matematike zaista se *ne čini* primjenjivim u svakodnevnom životu: od rješavanja kvadratnih jednadžbi do crtanja grafova, ručnog dijeljenja višeznamenastih brojeva ili trigonometrije. Važnost dodijeljena ovom gradivu u kurikulumu i na testovima opravdava mišljenja poput navedenog.

Međutim, sigurno postoje neki dijelovi više srednjoškolske matematike koji *moгу* biti korisni u životu, ili barem učinkovitiji od pukog oslanjanja na intuiciju. (Osim toga, većina učenika koji u srednjoj školi uče višu ili A-razinu matematike namjerava nastaviti školovanje na tehničkim, prirodoslovnim ili ekonomskim fakultetima.) Evo nekoliko životnih primjera:

- na temelju korisnikove prosječne uporabe mobilnih, internetskih i TV-usluga, odabirati povoljan ugovor između različitih ponuda teleoperatera, ako se ponude sastoje od fiksne i varijabilne cijene (linearne funkcije i jednadžbe)
- razumjeti i protumačiti postotke i grafove u novinama, primjerice u vremenskim izvještajima temeljenim na vjerojatnosti, u izbornim rezultatima ili u procjenama rizika

¹⁾ Poglavlje pročitajte u idućem broju MiŠ-a.

- izračunati jednostavne i složene kamate, poraz, hipoteku ili neke druge osobne financije jer, premda postoji bezbroj *online* alata za to, ipak treba znati što razni brojevi i rezultati znače.

Osim toga, učenje srednjoškolske više ili A-razine matematike može kasnije u životu otvoriti brojne prilike – primjerice, za radno mjesto upravitelja potrebna je određena količina poslovne strategije te sposobnost analiziranja i financijskog planiranja. Zapravo, prema [5], učenje A-razine matematike podiže prosjek očekivane plaće čak za 10 %!

S obzirom na to da ovdje mislimo prvenstveno na školsku matematiku, treba naglasiti da su mnoge vještine naučene na matematici potrebne u drugim predmetima. Jasno je da to vrijedi i za tehničke i prirodoslovne predmete, ali vrijedi i za geografiju gdje djeca trebaju primjerice izračunati površinu neke države ili udaljenost između dvaju gradova, ili pak za politiku i gospodarstvo gdje djeca moraju protumačiti podatke koji opisuju naš život. Provode se važna istraživanja tih prenosivih vještina i ispituje se primjenjuju li ih djeca zapravo (vidi primjerice [6]), ali to prelazi okvire ovoga rada.

Napomenimo da su problemi u tehničkim i prirodoslovnim predmetima ili geografiji u suštini matematički problemi. Prenosiva vještina općenitijeg matematičkog razmišljanja i zaključivanja bit će razmotrena u sljedećem poglavlju.

Matematika koja se poučava u školama

Bilo da mislimo na jednostavnu aritmetiku ili izračunavanje premije u financijama, ključno je pitanje priprema li školski matematički kurikulum djecu dovoljno dobro za primjenu matematike u svakodnevnom životu. Donje istraživanje nažalost pokazuje da to nije uvijek slučaj.

U [7] i [8] Hoyles, Noss i Pozzi usporedili su matematičke ideje koje primjenjuju medicinske sestre na pedijatriji, bankari koji se bave investicijama i piloti putničkih aviona s načinom na koji su ti osnovni koncepti poučavani u školama. Rezultat je bio sljedeći: te su dvije metode najčešće bile potpuno različite. Primjerice, medicinske sestre računaju doze lijekova uspoređujući ih s poznatim količinama karakterističnim za određene lijekove i proporcionalno

zaključujući, a ne primjenjuju opće metode proporcionalnosti naučene u školi. One dođu do točnog odgovora i možda ne razumiju kako njihova metoda djeluje, nego se potpuno oslanjaju na iskustvo i intuiciju.

To znači da bi škole trebale više poučavati djecu **matematičkoj intuiciji**: brzo procijeniti rješenja, uočiti kad se rješenja čine nerazumnima i odlučiti što napraviti pri suočavanju s nepoznatim problemom. To je moguće samo ako učenici dobiju primjere iz realnog života, kao što je doziranje lijekova, na koje se kasnije mogu osloniti pa ćemo u nastavku raspraviti o učinku tih realnih životnih primjera.

Neki znanstvenici čak tvrde da uobičajena praksa slijepog slijeđenja algoritama i procedura kako bi se došlo do rješenja *smanjuje* dječju prirodnu matematičku intuiciju. Takav je primjer naveo E. Fischbein u [9]. On je istraživao vjerojatnosnu intuiciju u djece vrtičke dobi i otkrio da je njihova intuicija u vjerojatnosti puno bolja od one koja bi se očekivala od srednjoškolskih učenika. U stvarnom životu rijetko bismo *računali* vjerojatnost, radije ćemo se poslužiti intuicijom i iskustvom. U školama bi možda veću pažnju trebalo posvetiti tome.

Postoji puno nezavisnih i od države pokrenutih istraživanja o tome kako se školska matematika suočava sa zahtjevima *višeg obrazovanja, zapošljavanja i općenito života odraslih*. Jedan od najpoznatijih primjera je Crockfortov izvještaj iz 1978. godine [10]. Jedan od rezultata istraživanja bio je da mnogim učenicima uopće nije potrebno formalno matematičko znanje koje se uči u školi da bi rješavali probleme koji su u suštini bili matematičke prirode. U [11], Paul Dowling to naziva **zabludom o odnosu** matematike i životnih problema (engl. *Myth of Reference*). Primjeri koje navodi Dowling su poznavanje gradiva o kutovima i popločavanju, ako nije potrebno za kreiranje uzoraka pločnika, ili poznavanje napredne aerodinamike, ako nije potrebno za izradu komore za hlađenje avionskog motora.

Američki *National Council on Education and the Disciplines* (NCED), pod vodstvom Lynn Arthur Steen objavio je noviji izvještaj pod naslovom *Mathematics and Democracy: The Case for Quantitative Literacy*, [12]. Kao što je spomenuto u [13], i oni razlikuju kvantitativne vještine (primjerice mjerenje) i

matematičke alate i jezik (kao što je formalna algebra). Nema sumnje da je formalan matematički jezik potreban za rješavanje naprednijih matematičkih problema, no s obzirom na vrstu matematike kakvu će djeca primjenjivati u svakodnevnom životu, čini se da on ne bi trebao biti u fokusu školske matematike.

Primjena matematike za modeliranje stvarnog svijeta

Školska se matematika može učenicima prikazati puno korisnijom na način da se zadatci postave u kontekst realnog svijeta. Dowling navodi brojne primjere u [11] i primjećuje kako su svi ti slučajevi nerealni i nevjerojatni te da je idealno matematičko rješenje od slabe koristi u realnom životu. To dovodi do **zablude o odnosu** – da se matematika može primjenjivati i drugdje u praksi, izvan sebe same.

Vjerujem da problem nije u tome što se matematika u školskom okruženju ne može odnositi na realni svijet, nego da se pitanja u školi postavljaju na pogrešan način. Nastavnici i autori udžbenika obično započinju s matematičkom idejom koju učenik treba naučiti pa onda oko te ideje izmišljaju zadatke iz realnog svijeta. Puno realniji pristup bio bi započeti s problemom iz realnog svijeta, razmišljati – zajedno s učenicima – o vrsti matematike potrebnoj za rješavanje tog problema i onda to povezati s raznim dijelovima kurikula. Brojni zanimljivi primjeri takve vrste dani su u [14].

Uporaba kalkulatora i osobnih računala

Još jedan razlog ne ide u prilog praktičnoj vrijednosti matematike: uporaba računala. Mnoga računanja koja su se prije samo 20 godina morala izvršavati ručno, danas se jednostavno izvršavaju s pomoću računala, a mogućnosti računala kontinuirano rastu i rasti će i ubuduće. Trebaju li učenici i dalje učiti ikakvu matematiku [15]?

Ovo je svakako važna tema koju treba razmotriti. Računala mogu rješavati aritmetičke probleme, ali ipak ne mogu pretvoriti probleme iz stvarnog

života u aritmetičke ili algebarske zadatke i ne mogu protumačiti što dobivena rješenja postavljenog problema znače.

Vjerujem da umjesto smanjivanja količine matematike koju treba naučiti, računala za matematički kurikulum u budućnosti predstavljaju ogromnu povoljnu priliku. Učenici više neće trebati učiti postupak dijeljenja ili kako se rješavaju kvadratne jednačbe. To će u kurikulumu otvoriti prostor za puno naprednije probleme. U prošlosti je to bilo nemoguće zbog složenosti računanja – danas računala mogu obavljati dosadan i zamoran dio matematike, a učenici se mogu usredotočiti na primjene, na temeljne ideje i principe te na *matematičko razmišljanje*, o kojem ćemo detaljnije raspravljati u sljedećem poglavlju.

Kompanija *Wolfram Research*, kreator programa *Mathematica*, financira pokret pod nazivom *Computer Based Math Project* [16], koji pokušava uporabom računala pojačati matematiku, umjesto da ju zamijeni. Učenici bi s pomoću računalnih mogućnosti *Mathematice* mogli rješavati potpuno realne i korisne probleme iz stvarnog života, od dizajniranja "vlaka smrti" (engl. *roller coaster*) do povijesnog analiziranja cijena dionica. Na njihovoj internetskoj stranici možemo pročitati:

Učenici bi trebali znati postaviti problem, pitati prava pitanja, pretvoriti ih u matematiku, precizirati izračun te protumačiti i provjeriti rješenja. Uzmite 80 % vremena potrošenog za "ručno" računanje i pretvorite ga u vrijeme za učenje koncepta i kreativnih vještina. Neka računala računaju.

S pomoću internetske stranice **computerbased-math.org** učenici uče sasvim drukčiju vrstu matematike koja može biti puno korisnija, zanimljivija i uzbudljivija. Ove će godine²⁾ to biti ugrađeno u estonski matematički kurikulum i bit će zanimljivo promatrati rezultate.

Primjena matematike za procjenu, kritiku i tumačenje

Na kraju želim ukratko spomenuti da matematika ima i važnu društvenu ulogu. Osnovna aritmetika i procjena potrebni su u svakodnevnom životu. Razumijevanje i pravilno tumačenje podataka važno je

²⁾ Napomena: članak je napisan 2013. godine.

ako ne želite upasti u neku od zamki koje postavlja ju pristrane reklame ili tekstovi u novinama. Na još naprednijoj razini, moći ćete kritizirati matematičke i statističke modele, pristupe i rezultate. Frankenstein u [17] ide još dalje, navodeći kako se statistika može primijeniti da bi se *otkrile proturječnosti skrivene ispod površine i da bi se pokrenule društvene promjene*.

Ovi problemi dobar su primjer Delorova učenja *da bi se živjelo u zajednici*, ali nažalost, ograničenja ovog rada ne dopuštaju daljnju raspravu.

Sažetak

Prvo poglavlje sažetak je nekoliko različitih mišljenja o praktičnoj vrijednosti matematike. Jedni kažu da je matematika jako važna u životu, a drugi tvrde da većina djece kroz život zapravo nikad neće primjenjivati srednjoškolsku matematiku.

Zaključak bi mogao biti taj da je matematika koja se poučava u školama pogrešna vrsta matematike, ona koja se usredotočuje previše na pamćenje postupaka i na računanje. Jedan pristup u rješavanju tog problema mogao bi biti pomicanje fokusa prema matematičkoj intuiciji i matematičkom razmišljanju, o čemu će se raspravljati u sljedećem poglavlju. Drugi pristup mogao bi biti pomicanje fokusa prema matematičkom računarstvu uz uvođenje puno realnijih problema.

Konačno, važno je napomenuti da mnogi poslovi u naprednim tehnologijama i u društvu kao cjelini – od računalnog programiranja do elektrotehničkog ili strojarskog inženjerstva, znanstvenih istraživanja, upravljanja kompanijama ili financija – zahtijevaju značajnu količinu matematike. Stoga je jasno zašto su država i gospodarstvo jako zabrinuti zbog opadanja broja učenika s naprednim razumijevanjem matematike [18]. Čak i oni koji vjeruju da je srednjoškolska matematika od male praktične vrijednosti za pojedinca, moraju se složiti s time da je poučavanje matematike od ogromne praktične vrijednosti za društvo u cjelini.

* * *

Nastavak u idućem broju.

Prevela: Sandra Gračan

LITERATURA

Prema redoslijedu navođenja u članku:

- 1/ International Commission on Education for the Twenty-First Century, Jacques Delors (Chairman) (1996.): *Learning: The Treasure Within*, UNESCO Publishing, www.unesco.org/delors/.
- 2/ P. Gill, J. White (ur.) (2004.): *Rethinking the School Curriculum: Values, Aims and Purposes*, Chapter 8: Mathematics, Routledge, 104–116.
- 3/ E. Nagasaki (2012.): *Mathematical Literacy for Living in the Highly Information and Technology Oriented 21st Century*, 12th International Congress on Mathematical Education, www.icme12.org/upload/submission/1951_F.pdf.
- 4/ S. Bramall i J. White (ur.) (2000.): *Why Learn Maths?*, Institute of Education, London.
- 5/ G. Paton (2012.): *Pupils to study maths up to 18 to address numeracy crisis*, telegraph.co.uk/education/educationnews/9381862/Pupils-to-study-maths-up-to-18-to-address-numeracy-crisis.html.
- 6/ N. S. Rebello, L. Cui, A.G. Bennett, D.A. Zollman i D. Ozimek (2007.): *Transfer of learning in problem solving in the context of mathematics and physics*, Lawrence Erlbaum, Mahwah.
- 7/ C. Hoyles, R. Noss i S. Pozzi (1999.): *Mathematising in practice*, in "Rethinking the mathematics curriculum", Falmer Press, London, 48–62.
- 8/ C. Hoyles, R. Noss i S. Pozzi (2001.): Proportional Reasoning in Nursing Practice, *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 32, No 1.
- 9/ E. Fischbein (1975.): *The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children*, Springer.
- 10/ W. Cockcroft (1982.): *Mathematics Counts*, Her Majesty's Stationery Office, London.
- 11/ P. Dowling (1998.): *The Sociology of Mathematics Education: Mathematical Myths*, Pedagogic Texts, Routledge.
- 12/ L. Arthur Steen (ur.) (2001.): *Mathematics and Democracy: The Case for Quantitative Literacy*, National Council on Education and the Disciplines, Princeton, www.maa.org/ql/mathanddemocracy.html.
- 13/ A. G. Howson, *What Mathematics for All?*, Mathematical Association of America, https://www.maa.org/external_archive/QL/pgs225_228.pdf.
- 14/ Dan Meyer's Blog, blog.mrmeyer.com/.
- 15/ A. Hacker (2012.): *Is Algebra Necessary?* www.nytimes.com/2012/07/29/opinion/sunday/is-algebra-necessary.html
- 16/ *Computer Based Math Project*, www.computerbasedmath.com
- 17/ M. Frankenstein (1983.): *Overcoming math anxiety by learning about learning*, Unpublished manuscript, University of Massachusetts.
- 18/ G. Paton (2012.): *Teenagers 'worse at maths than in 1970s', figures show*, telegraph.co.uk/education/educationnews/9344505/Teenagers-worse-at-maths-than-in-1970s-figures-show.html.