



Kalkulatori u nastavi matematike — da ili ne?

Gordan Lovrić, Podstrana

O virtualnom aktivu (<http://groups.yahoo.com/group/nastava-matematike>) nastavnika matematike već je u MŠ-u bilo riječi. O sadržajima i temama te o članovima aktiva također. Da je Lista već postala kulturno mjesto, jasno je svakome tko je bar nakratko provirio u njega. Jedna od rasprava kojom je počela ova kalendarska godina bila je dvojba: dopustiti ili ne uporabu kalkulatora u školama?

Ova tema nije obećavala osobito opsežnu raspravu, jer su u nas kalkulatori u osnovnim školama uobičajeno zabranjeni. Naime, uče se osnovne računске operacije koje treba usvojiti do razine automatizma. U srednjoj školi pak, pojedina područja nezamislivo je obrađivati bez uporabe kalkulatora. Međutim, već površan pogled na provedenu anketu među članovima Liste govori da stavovi baš i nisu ujednačeni. Naime, među srednjoškolskim nastavnicima postignuta je visoka suglasnost o selektivnom dopuštanju uporabe kalkulatora, ali učitelji osnovnih škola bili su podijeljeni, i to pola-pola. Dok neki zabranjuju bilo kakvu uporabu tih elektronskih pomagala, drugi ih dopuštaju u osmom razre-

du, a neki već od sedmog, točnije od cjeline proporcionalnost. Pravu buru reakcija izazvale su ideje i primjeri primjene kalkulatora u nastavi matematike od prvog sata petog razreda.

Za i protiv

Članovi Liste uglavnom su kao razloge protiv uporabe kalkulatora navodili:

1. Računanje brojevima mora se dobro savladati “napamet” jer je to dio matematike koji koristimo u svakodnevnom životu.
2. Važne su i procjene rezultata, a ne samo puko računanje.
3. Potrebno je što bolje ovladati tehnikom traženja najvećeg zajedničkog djelitelja i najmanjeg zajedničkog višekratnika, računanjem s razlomcima, rastavljanjem brojeva na proste faktore itd., što je nužno za potpunije razumijevanje i rad s kasnijim sadržajima učenja.

4. U srednjim strukovnim školama gotovo polovina učenika ne zna niti najjednostavnije račune s cijelim brojevima, primjerice $-10 + 15 = \dots$, $10 - 15 = \dots$, $-10 - 15 = \dots$, $-15 + 10 = \dots$.

5. Kako kalkulatorom riješiti ovakav zadatak:

$$-5 \cdot (2 - 3 \cdot (-5 + 7) + 12 : (-3)) + 1 = ?$$

U njemu se traži poznavanje redoslijeda računskih operacija.

6. U 8. razredu, rješavajući zadatak "Djelomično korjenuj. . ." učenici počnu tipkati po kalkulatoru. Manje se trude zapisivati postupak, a kad dobiju krivi rezultat njihov je izgovor: "Tako mi je pokazao kalkulator — mora biti točno."

7. Učenici osnovnoškolske dobi moraju svladati vještinu računanja s manjim brojevima jer je to preduvjet i temelj razumijevanja kasnije uporabe kalkulatora pri računanju s većim brojevima.

Naravno, bilo je i protuargumenata i argumenata **za**. Primjerice:

1. Kalkulatori su toliko rašireni da su sastavni dio svakodnevnog života.
2. Procjena rezultata ne ovisi o tehnici računanja, ali kalkulator ipak ima svojih prednosti. Želja nam je da učenici upotrebe kalkulator za provjeru svoje procjene.
3. Upotreba kalkulatora neće umanjiti značaj niti zapostaviti usvajanje nekih postupaka kao što je primjerice rastavljanje brojeva na proste faktore.
4. Je li kalkulator kriv što neki učenici ne znaju "napamet" provoditi ni najjednostavnije račune, kao što je $-2 + 1$? Dajmo takvima kalkulator pa ćemo vidjeti kako imaju problem upisati -2 . Njima je i kalkulator nepoznanica.
5. Ako zahtijevamo da se računski zadatak rješava postupno, poštujući redoslijed računskih operacija, potpuno je nebitno je li račun proveden uz pomoć kalkulatora ili napamet. A svaki učenik koji je dobro uvježbao računске operacije,

ionako će riješiti zadatak brže i točno "pješke" nego kalkulatorom.

6. U 8. razredu učenici bi već trebali biti naviknuti na kalkulatore. Oni shvaćaju da neke stvari kalkulator ipak ne može napraviti umjesto njih.

7. Kada učenik 10 puta otipka na kalkulatoru $6 \cdot 7 =$ i pročita rezultat, neće li to dovesti do automatizacije? Automatizacija se postiže drilom, a ne tehnikom računanja.

Kalkulator — sasvim novi medij

Nakon iznesenih početnih subjektivnih i manje više površnih stavova o primjeni kalkulatora i trenutnom stanju u školama, pojavila su se i objektivnija razmišljanja o potrebama i ciljevima nastave matematike, i u tom kontekstu se tražilo mjesto i uloga kalkulatora. Zaokret rasprave u ovom pravcu najbolje ocrtava sljedeći dio jedne poruke:

Međutim, nisam zadovoljan sa situacijom da "dopuštam" kalkulator i da ga u nastavi upotrebljavamo samo kada u zadatku treba izračunati nešto složenije. Sada sam siguran da bi njegovu uporabu trebalo poticati, i to ne samo na samom kraju nekog matematičkog postupka. Za gimnazije i tehničke škole morao bi biti obavezan grafički kalkulator.

Kalkulator bi trebalo koristiti i za naslućivanje, procjenu rezultata, ali i za svojevrсни uvod u mnoge nove nastavne jedinice kroz ispitivanja i istraživanja. Nemam jasnu ideju kako bi sve to trebalo izgledati.

Pa jasno, još nemamo jasnu sliku o svim mogućim aspektima primjene kalkulatora, ali smo uočili i prihvatili činjenicu da su kalkulatori postali toliko uobičajeni u svakodnevnom životu, i toliko dostupni da ih učenici koriste htjeli mi to ili ne. Na nama je da odlučimo

želimo li u nastavnom procesu imati aktivnu ili pasivnu ulogu. Hoćemo li pristati na to da se stvari odvijaju izvan naše kontrole ili ćemo utjecati na trenutne tokove i trendove. Na Listi je prevladalo mišljenje da je naša zadaća kao učitelja i nastavnika matematike kreirati i voditi nastavni proces i da djecu u školi moramo naučiti kada i kako posegnuti za kalkulatorom, a kada je bolje tražiti rješenje na drugi način.

Pod utjecajem rasprave i iznesenih razmišljanja i iskustava, mnogi su počeli preispitivati svoje početne stavove, pa smo mogli pročitati i poruke slične ovima:

- *“Vidjevši neka vaša razmišljanja, odlučila sam da ubuduće tu cjelinu (proporcionalnost) obradim uz uporabu kalkulatora. Mišljenja sam da neka djeca nikad neće uspjeti u potpunosti svladati vršenje računskih operacija s nekim brojevima, ali da ipak imaju dovoljno sposobnosti da shvate i usvoje neke pojmove. Zašto ih onda ograničavati?”*
- *“Sviđaju mi se i Lidijini i Gordanovi argumenti o kalkulatorima i morat ću dobro razmisliti da i sama uvedem nešto od toga u nastavu. Do sada nisam dopuštala kalkulator na satu, osim u 8. razredu kada sam 1 ili 2 školska sata odvojila da im pokažem kako se računa na njima i da nauče neke “cake” s memoriranjem itd.”*

Kada se određuju planovi i programi ili opisuje neka nastavna metoda, uglavnom naglasak se stavlja na prosječnog učenika i njegove potrebe i mogućnosti. Često se zapostavljaju učenici s posebnim potrebama, bilo oni nadareni, bilo oni s određenim teškoćama u učenju. U našim raspravama nismo željeli zapostaviti ni ove dvije kategorije učenika. Ovdje se sa svojim iskustvima uključila i vrijedna članica Liste, majka djeteta s diskalkulijom:

O djeci s disleksijom, disgrafijom i diskalkulijom i kalkulatorima (Ada Cottiero)

Većina takve djece u prva 4 razreda osnovne škole znatno zaostaje za programom, budući da ne razumiju pojam broja, matematičke simbole, brojevi im se vrte (čas vide 342, čas 432, čas 234 itd.), nemaju nikakvu mogućnost procjene, ne razumiju brojevni pravac itd. Dok druga djeca nauče osnovne operacije itd., oni uglavnom stječu strah od matematike. Uzmite u obzir i to da mnogima prođe nekoliko godina dok se ne otkrije da imaju disleksiju i da trebaju terapiju. Kasnije, kada počnu kompliciranije stvari, a oni su malo stariji (otprilike od 5. razreda) obično ili više baš ništa ne razumiju (ako u međuvremenu nisu imali nikakvu pomoć i terapiju ili sami nisu našli neki način da si pomognu), ili su u to vrijeme kako-tako savladali čitanje, pisanje i razumijevanje teksta, pa počnu razumijevati i matematiku.

Međutim, izgubili su nekoliko godina rada i suvislog vježbanja elementarnih računskih operacija i tablice množenja, jer dok su druga djeca to uvježbavala, oni ništa nisu razumjeli.

Tako im se često događa da mogu konceptualno riješiti i teži zadatak, ali ga ne mogu izračunati, jer ne znaju koliko je 4×8 , ili im treba puno vremena da nešto pomnože ili podijele.

Naravno da im je kalkulator od velike pomoći. Negativna strana toga je da ukoliko im date kalkulator, oni uopće neće vježbati osnovne operacije i tablicu množenja. Protuargument je tome da je sada kasno da to uvježbavaju, nedostaju im 2-3 godine vježbanja. Osim toga, zbog lošeg računanja konstantno moraju imati loše ocjene, što ih jako demoralizira. Isto to se tiče i tablice množenja, za koju bi bilo najbolje da je od početka (od

kada je uče) trajno mogu imati na klupi, što bi im silno pomoglo. Kalkulatori katkada ne pomažu nekim učenicima s disleksijom koji imaju teže probleme čitanja, pa nisu u stanju pritisnuti pravu tipku jer im “bježe” brojevi. Također, nekima je veliki problem stavljati decimalni zarez gdje je potrebno, pa će ga i u kalkulator staviti krivo. Ali, čini se da bi i takvim učenicima kalkulator pomogao jer bi im uštedio dio energije tamo gdje ne pogriješe. Naime, osobe s disleksijom na samo čitanje i pisanje troše nekoliko puta više energije od ljudi koji nemaju disleksiju.

Također, postoji psihološki problem ako im date nešto što drugi ne smiju. Budući da disleksija i slične teškoće kod nas uopće nisu poznate, a kamoli općeprihvaćene kao nešto normalno (iako ih ima 10% stanovništva), djeca ne vole da se o tome priča. Npr. ja sam došla do zaključka da bi bilo dobro da moja kći (6. razred) ima na klupi tablicu množenja i htjela sam pitati profesoricu da joj to dopusti (mislim da bi joj dopustila), ali kći nije htjela, jer “što bi rekli drugi klinici, pa to nitko nema, pa bi mi se rugali” itd. (inače baš nije sramežljiva). Taj problem bi mogli riješiti sami profesori kada bi na svoju inicijativu učenicima koji imaju takvih problema odmah dali tablicu ili nešto slično kao normalnu i uobičajenu stvar, i razred bi to sigurno prihvatio, ali mislim da to nikome ne pada na pamet. Ukratko, po mišljenju većine stručnjaka iz literature, a i po mom osobnom iskustvu i sličnim iskustvima koje sam čula, u većini su slučajeva kalkulator i vidljiva tablica množenja korisni. Ne možete pogriješiti, djeci od toga možda neće biti bolje, ali sigurno im neće biti gore. Uporaba kalkulatora se naravno odnosi na više razrede osnovne škole, ne bi imalo smisla da se u prva četiri razreda upotrebljava kalkulator (a ponekad ni kasnije — tu je vaša uloga važna, da vi kažete kada se kalkulator smije uporabiti), ali bi imalo puno smisla da se tada upotrebljava vidljiva tablica množenja, jer ona predstavlja nepremostivu zapreku, nekima cijeli život. A

na kraju ne mogu odoljeti da ne kažem da mi se čini da problemi leže najviše u prva 4 razreda osnovne škole — tko ne usvoji elementarne pojmove u to vrijeme, kasnije će teško uhvatiti tempo. Čitajući vaše mailove o temama neuspjeha učenika, često prepoznajem posljedicu one metode “apstraktnog” učenja koja se sada isključivo prakticira u osnovnim školama i koja jednostavno “otpisuje” dio populacije.

Kako od zabrane dogurati do uporabe u eksperimentalne svrhe?

Siguran sam da bi u udžbenicima kalkulatoru trebalo dati vidno mjesto. On ne bi trebao biti samo nadomjestak tzv. “logaritamskim tablicama”, to je sasvim novi medij prema kojem se hrvatska nastava matematike na žalost nije jasno odredila. I zbirke zadataka trebale bi uvažiti suvremeni život i postojanje kalkulatora. Konkretno, ako danas dobijemo rješenje ($-1.2509, 10.658$), nekog nasumce izabranog sustava jednadžbi iz zbirke, bit ćemo uvjereni da smo pogriješili u rješavanju. A to bi trebalo biti rješenje kao i svako drugo jer su u stvarnosti takva rješenja najčešća.

Bilo je govora i o nazivu

Kako smo oslovljavali ovu malu popularnu elektronsku napravu za računanje?

1. *kalkulator*
Iako je ova riječ tuđica, ona je prilično raširena i jednoznačno određuje o kojem se uređaju radi.
2. *“digitron”*
Naziv potječe od imena hrvatske tvornice koja je prva u nas proizvodila elektronske naprave ovakvog tipa. On tako-

đer jednoznačno određuje pojam, i prema nekima, nepravedno je zapostavljen.

3. džepno računalo

To je kovanica sastavljena po uzoru na džepnu knjigu. Naglašava male dimenzije, ali jednoznačno ne definira ono što bismo željeli, već predstavlja tip računala. A u eri minimizacije već postoje računala džepnog formata kojima je ovaj izraz primjereniji nego uređaju za računanje, pa ga ne preporučujemo.

4. "računaljka"

Izraz je nastao na Listi, jednoznačno bi mogao određivati napravu, zvuči dopadljivo i milo, a u sveopćoj feminizaciji hrvatskog školstva red je da i imenica kojom nazivamo elektronski uređaj za računanje bude ženskog roda.

Umjesto zaključka

Ne koristiti kalkulator u nastavi jer ga do sada nitko u školi nije koristio, isto je što i ne koristiti ga jer se ni stoljećima prije u poučavanju matematike nije koristio. Ma koliko mi žalili za "dobrim starim vremenima", promjene se događaju i mi ne možemo biti njihovi nijemi promatrači. To što su naše dosadašnje nastavne metode nekompatibilne s novim tehnologijama ne znači da treba spriječiti širenje tih tehnologija u škole, već sasvim suprotno, da su naše nastavne metode zastarjele i da njih treba mijenjati i prilagođavati današnjim potrebama.

Dakle, ovdje nije pitanje: "Kalkulatori – da ili ne?", već "Kalkulatori – kako?"

Karel Zahradnik, David Segen:

Planimetrija i stereometrija, geometrijska vježbenica

U "Elementovoj" biblioteci **Elementarna matematika** (broj 21) objavljena je knjižica *Planimetrija i stereometrija — geometrijska vježbenica za više razrede srednjih škola*, što je 1905. g. kao drugo izdanje objavljena u Zagrebu, a čiji su autori vrlo poznati sveučilišni profesori dr. Karel Zahradnik i dr. David Segen.

U Predgovoru ovoj nevelikoj knjizi prof. dr. sc. Neven Elezović piše:

Geometrijska vježbenica obnovljeno je izdanje knjige koja se pojavila pred kraj Zahradnikovog boravka u Zagrebu, 1896. godine. Tekst je slagan na temelju drugog izdanja te knjige, tiskanog 1905. g. S otklonom od jednog stoljeća možemo lakše promišljati i o knjizi i o njezinim autorima. Moramo imati u vidu da je krajem 19. stoljeća, kad je Vježbenica izašla iz tiska, u Hrvatskoj bilo daleko manje gimnazijalaca nego što danas ima studenata prirodoslovih i tehničkih fakulteta. To znači da su učenici koji su se koristili ovom knjigom bili izabrani dio naroda. Knjiga je pak bila namijenjena nastavi geometrije kroz nekoliko razreda srednje škole. Iako se do danas u tom pogledu situacija nije mnogo promijenila — sadržaji opisani u ovoj knjizi obrađuju se uglavnom u prvom i drugom razredu srednje škole — broj sati nastave geometrije se smanjio. U tom se kontekstu može razmišljati o opterećenosti programom matematike nekad i sad.

Valja dodati kako knjiga nije doslovan pretisak, jer je original iz kojega je proveden prijepis slabe kvalitete. No razlike su ipak neznatne, tako da je zadržan duh i stil originala.