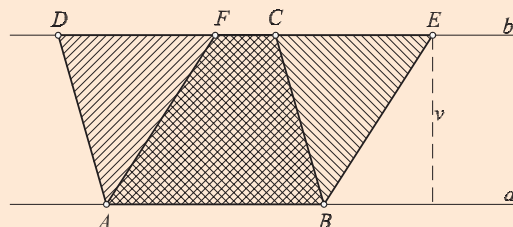
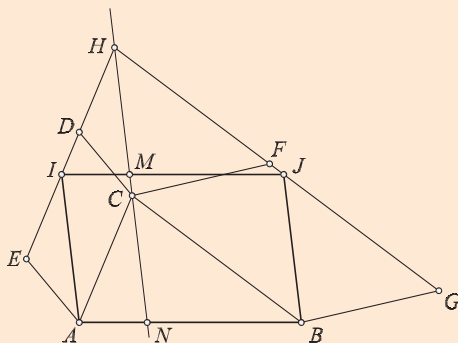


Papusov poučak

Ovdje će se obraditi Paposov poučak koji vrijedi za svaki trokut, bilo kosokutan ili pravokutan, tako da se može kazati da je Pitagorin poučak specijalan slučaj Paposovog poučka. Krenimo od činjenice da svi paralelogrami, čije dvije stranice pripadaju usporednim pravcima i imaju zajedničku osnovicu, imaju jednaku površinu.



Nad stranicama \overline{AC} i \overline{BC} trokuta ABC zadaju se paralelogrami $ACDE$ i $BCFG$ po volji. Neka je H sjecište pravaca ED i GF . Paralele AI i BJ s pravcem HC određuju četverokut $ABJI$.



Papusov poučak: Četverokut $ABJI$ je paralelogram čija je površina jednaka zbroju površina početnih dvaju paralelograma.

Dokažimo da je taj četverokut paralelogram. Prema konstrukciji je $ACHI$ paralelogram, pa je $|AC| = |IH|$. Na isti način je $|BC| = |JH|$. Prema poučku o kutovima s paralelnim kracima, kutovi $\sphericalangle ACB$ i $\sphericalangle EHG$ su sukladni, pa su trokuti ABC i IJH sukladni. Zato je $IJ \parallel AB$ i četverokut $ABJI$ je paralelogram. Dokažimo da je njegova površina jednaka zbroju površina početnih dvaju paralelograma. Imamo redom

$$P(ACDE) = P(ACHI) = P(ANMI),$$

$$P(BGFC) = P(BJHC) = P(BJMN).$$

Zato je

$$P(ACDE) + P(BGFC) = P(ABJI).$$

Vinko Bajrović, Split