



Vjerojatnost i statistika u srednju školu? Da!

Petar Vranjković, Zadar

Nikada kroz povijest nije toliko naglašavano da je matematika ušla u sve ljudske djelatnosti kao danas. Matematika, naravno, nije sama sebi dovoljna, ali nema značajnijeg projekta ili pothvata u kojemu nije potrebna matematika. Suvremeni pak život stavlja težište na tehnološko obrazovanje, a ono se realizira jednim permanentnim intelektualnim obrazovanjem, ali pretežito kroz matematičko obrazovanje. No, neovisno od tehnološkog, matematičko obrazovanje je nužno svakom članu suvremenog društva, bez obzira na njegov posao ili funkciju.

Ali, da li se danas mlade generacije obrazuju matematički u skladu sa zahtjevima suvremenog života? Na žalost rezultati dosadašnjeg obrazovanja i kvantitativno i kvalitativno su minimalni, pogotovo u općekulturnom pogledu. No, drugačije i nije bilo očekivati, jer se matematičko obrazovanje svodilo, pretežito, na “prenošenje znanja”. U većini slučajeva, čim učenik napusti školu, napušta i matematika njega, jer nije postala sastavni dio njegove kulture. To je zato što su u tradicionalnoj nastavi klasične matematike rijetki

oni nastavnici koji su u svoje učenike “usađivali” matematičku kulturu. Osim toga i matematički sadržaji imaju utjecaja na spomenuti rezultat. Tako, između ostalog postizemo da nastava matematike bude aktualna, privlačna i učinkovita.

Ovdje će biti osvrt samo na neke matematičke sadržaje vezane za program srednje škole.

Iako današnja matematika uči učenika mnogim stvarima, njeno je središte mišljenje. A njena važna zadaća je izgraditi ljude za život sutrašnjice. Da bi odgovorila tom zahtjevu, ona mora, između ostalog, osuvremeniti i unositi nove sadržaje u matematičke programe na srednjoškolskoj razini. Na koje sadržaje se misli? To se prije svega odnosi na kombinatoriku, vjerojatnost i statistiku.

Svjedoci smo, već dugi niz godina, kako ovi sadržaji sporo i stidljivo ulaze u programe, a kada i uđu ne realiziraju se ni posvuda a niti potpuno. Poznato je da su ti sadržaji zastupljeni u gimnaziji prirodoslovno matematičkog smjera, u nekim smjerovima tehničke škole i u ekonomskoj školi. Međutim,

nema ozbiljnih prepreka, osim možda opsega određenog gradiva, da ti sadržaji uđu u sve srednje škole koje u zadnjoj godini imaju bar 3 sata matematike. Nitko, zasigurno, ne spori činjenicu da oni sadrže znanje potrebno u svakodnevnom životu, ali i kao odgovor na zahtjev za općom naobrazbom. S druge strane, da se i ne govori koliko je to znanje neophodno na mnogim studijima, pa i onima društvene provenijencije. Pokušajmo jednim dijelom argumentirati spomenuto stajalište.

Famozni je Leonardo Fibonacci, negdje na svojim putovanjima, naišao na jedan niz brojeva:

$$\begin{array}{cccccccc} 1, & 1, & 2, & 3, & 5, & 8, & \dots \\ 1, & 1, & 1+1, & 1+2, & 2+3, & 3+5, & \dots \end{array}$$

Poznato je da je to jedna vrsta rekurzijskog niza. Možda je tužna činjenica da je trebalo proći više od 700 godina do spoznaje da ovakvi nizovi (i drugi) nisu samo zgodna igra, nego mogu biti od koristi. Naime, takvi su nizovi ušli u biologiju u kojoj je genetičaru važan odgovor na pitanje: ako znamo genski sastav djedova i roditelja različitog genotipa, kako izračunati genski sastav za svaku novu generaciju? Usuprot očekivanju, odgovor nije jednostavan. Njega valja jednim dijelom potražiti u kombinatorici.

Iako njena priča započinje u sferi zabavne matematike, raznih igara, zagonetki, a osobito iz početaka teorije vjerojatnosti, danas je ona vrlo važna matematička disciplina, koja snažno utječe na matematiku i na ostale znanosti. Tome je pridonio razvoj brzih računala, te njihov utjecaj na razvoj civilizacije u cjelini. Ima, međutim, razmišljanja da nam, zakoračivši snažno u informatičko doba, ne treba više “toliko” matematike, kao nekada. To je posve krivo. Matematika će i dalje biti fundamentalna znanstvena disciplina, i jedan od najznačajnijih nastavnih predmeta. Jer, ne zaboravimo, u osnovi rada računala su matematički principi. Ili, preciznije rečeno, osnovu za programe računala često čine kombinatorni algoritmi za rješavanje problema.

Osim toga, kombinatorika se može primijeniti i na one znanosti koje gotovo da nemaju nikakve veze s matematikom, kao npr. medicina, antropologija, lingvistika, psihologija, sociologija, i još neke društvene znanosti, a da posebno ne naglašavamo primjenu u fizici, astronomiji, tehnici, kemiji.

Glavni razlog nije u tome što je ona jedna od vodećih matematičkih disciplina, već u činjenici što se probabilističke metode primjenjuju danas češće nego bilo koje druge matematičke metode. Doista, u svojoj praksi, njih rabi fizičar, biolog (posebno u genetici), električar, meteorolog, liječnik (narочito u dijagnostici i prognostici), ekonomist, agronom, astronom, sociolog, pedagog, lingvist,...

Po načinu svog nastanka i sveukupnog razvoja Teorija vjerojatnosti jedinstvena je među matematičkim disciplinama. Uzima se da je stvarno nastala prije nekih 350 godina u vezi s igrama na kocku, i dugo (1933. g. je aksiomatizirana) se razvijala pod utjecajem vrlo praktičnih problema, na osnovu empirijsko–intuitivnih motivacija.

Na Teoriji vjerojatnosti zasnovana je suvremena statistika (matematička i primijenjena). Statistika se dugo razvijala izvan pravog uporišta na teoriju vjerojatnosti (deskriptivna statistika). No, pokazalo se da su statističke metode istraživanja prikladne za sva proučavanja koja se temelje na velikom broju promatranja, mjerenja i eksperimentiranja. Tako danas gotovo da nema ljudske djelatnosti u kojoj se ne primjenjuje statistika.

Teorija vjerojatnosti i Matematička statistika su imale određenog odjeka i u filozofskom tumačenju svijeta, tako da su za te discipline zainteresirani filozofi kao i znanstvenici–prirodnjaci. Mnogi filozofi čak drže da su one i filozofske discipline modernog doba koje obuhvaćaju u filozofskom smislu “učenje onoga što postoji i učenje načina kojim se pronalazi ono što postoji”.

Možda bi još valjalo naglasiti, kada je u pitanju nastava vjerojatnosti i statistike, da stvari treba tako postaviti da učenik ne nauči samo izračunavati vjerojatnosti nekih događaja nego da shvati smisao tih izračunavanja, da ih zna interpretirati i da je u stanju primijeniti ih u danoj konkretnoj situaciji. Naime, za primjenu vjerojatnosti nužno je bar do nekog stupnja ovladati probabilističkim metodama, odnosno statističkim načinom zaključivanja. Probabilistička su rasuđivanja osobito vezana za realni svijet, za iskustvo, za eksperimente. Osim toga traže posebnu intuiciju (pa i simulaciju). Stoga bacanje novčića, bacanje kocke, izvlačenje kuglica iz kutije, odnosno karata iz skupa karata, i slično, nisu dovoljne pripreme aktivnosti. Važno je da učenik bliže i, svakako, svestranije upozna stvarnost, da uočava probabilističke probleme koje ona postavlja, pa i da vrši pokuse iz kojih izlaze ti problemi.

Evo o čemu se radi.

Postoje prirodne pojave koje možemo interpretirati u obliku nekog modela pomoću kojega možemo oponašati svojstva koja nas zanimaju, a model je konstruiran tako da se na njega može primijeniti određena teorija. Npr. kao model za interpretiranje dugotrajnih rezultata postignutih uzgajanjem potomaka

roditelja s posebnim genetskim ustrojstvom, možemo upotrijebiti slučajne uzorke dobivene pomoću dvije kutije s kuglicama raznih boja, a što odgovara različitom genetskom sastavu jajeta (u jednoj kutiji) i spermija (u drugoj kutiji). Naravno, da na pitanje da li je takav model prihvatljiv ili ne, odgovor može dati samo pokus. A pokusi su mnogo puta potvrdili korisnost statističkih modela, i to ne samo u biologiji. Te potvrde su znak da vjerojatnost i statistika imaju sigurnu budućnost u mnogim (eksperimentalnim) znanostima.

Na početku prošlog stoljeća na prste jedne ruke mogle su se nabrojiti one znanosti koje su koristile kombinatoriku, vjerojatnost i statistiku. A, evo početkom ovog stoljeća na prste jedne ruke mogu se nabrojiti znanosti koje ne koriste kombinatoriku, vjerojatnost i statistiku.

Kombinatorika, vjerojatnost i statistika potrebne su i korisne; one su tu i mislimo da će tu i ostati, samo nisu ušle posvuda (u sve srednje škole?!). A njihovo forsiranje u nastavi treba svesti na pravu mjeru.

Mi nastavnici moramo biti svjesni da u svom poslu nismo pozvani da budemo čuvari prošlosti, pa ma kako ona grandiozna bila, nego da sudjelujemo u krčenju puta u budućnost.

Matematičar se boji letenja

Matematičar N. nikad nije putovao avionom. Kad ga je prijatelj uvjeravao u sigurnost leta u današnje doba, on mu je odgovorio:

— *Pa ne bojim se ja leta, mene je strah bombe u avionu. Svako se malo dogodi da se u nekoj letjelici otkrije eksplozivna naprava.*

No jednom je zgodom N. ipak sjeo u avion.

— *Kako sad to, zapita ga prijatelj, zar se više ne bojiš?*

— *Bojim se, bojim, kako da ne. Samo kolika je vjerojatnost da su u jednom avionu dvije bombe?, upita N. smiješeći se.*

