

# Diferencirana nastava. Homogene grupe



*Zdravko Kurnik, Zagreb*

Mnogi zahtjevi suvremene nastave matematike mogu se ostvariti primjerenim izborom nastavnih oblika i metoda. Među važnijim je zahtjev da se matematika treba dobrim dijelom naučiti na nastavnom satu. Preduvjet je za to bez sumnje aktivnost svih učenika.

To nije uvijek lako postići jer se učenici razlikuju svojim psihofizičkim osobinama, matematičkim sposobnostima i predznanjima. Jedan od načina da se postigne gore postavljeni cilj jest primjena oblika nastave koji se naziva **diferenciranom nastavom**.

Diferencirana nastava vodi računa o konkretnoj situaciji u razredu, uvažava razlike među učenicima i nastoji da se optimalno izraze matematičke i druge sposobnosti svakoga pojedinog učenika. U njoj se uspostavlja jedinstvo nastavne djelatnosti nastavnika matematike i školske djelatnosti učenika.

Postoji nekoliko podoblika diferencirane nastave. Evo glavnih: **individualni rad**, **rad u parovima**, **grupni rad**, **timski rad** i **homogene grupe**.

U ovom članku opisat ćemo ukratko sve podoblike, ali je težište na posljednjem zbog njegove jednostavnosti, široke primjene, djelotvornosti i posebne važnosti za poboljšanje nastavnog procesa.

## Individualni rad

Napredniji učenici u redovitoj nastavi s lakoćom usvajaju gradivo propisano programom i stječu znanja koja se temelje na nizu pravila, formula i umijeća rješavanja standardnih zadataka. Ali mogu više.

Slabiji učenici često imaju znatnih teškoća pri svladavanju nastavnog gradiva. I često zaostaju.

Navedene činjenice stvaraju nastavniku matematike niz problema. On treba pratiti i poticati optimalan razvoj naprednijih učenika, a istovremeno pomagati slabijim učenicima da i oni napreduju, da ne zaostaju. Svi se sudionici nastave moraju primjereno uvažavati, pripremati i razvijati. Preduvjet za uspješnost nastave jest poznavanje i uvažavanje osobina učenika kao što su matematičke sposobnosti, mišljenje, pamćenje, sluh, vid, volja, karakter.

Prema tome, da bi nastava bila uspješna potrebno je poduzeti odgovarajuće mjere. Jedna od djelotvornih mjera jest **individualizacija** nastave.

U tradicionalnoj organizaciji nastavnog procesa individualni pristup i njegovo ostvarenje nailaze na ozbiljne poteškoće. Nije lako u razredu s većim brojem učenika voditi brigu o individualnim brzinama usvajanja gradiva. Pogotovo kad je riječ o matematičkim sadržajima za čije je usvajanje potreban veći misaoni napor i viši stupanj apstrahiranja i poopćavanja.

Kako u razrednoj organizaciji nastave matematike ostvariti individualni pristup učenicima?

Više o ovom pitanju i primjerima matematičkih sadržaja pogodnim za ostvarenje individualizacije nastave možete naći u [8].

## Rad u parovima

Budući da individualizacija na neki način narušava razredni kolektiv, slabi povezanost učenika u razredu i smanjuje komunikaciju među njima, potrebno je misliti i na oblike rada gdje su te slabosti manje izražene.

Podoblik diferencirane nastave koji je u radnom smislu najbliži individualizaciji jest **rad u parovima**. Organizacija razrednog kolektiva s redovima kupa omogućuje jednostavnu primjenu ovog oblika rada. Može se primjenjivati u svim etapama nastavnog procesa, ali je najpogodniji za vježbanje i ponavljanje, posebno zajedničkog rješavanja zadataka i uporabe džepnog računala.

Dobre strane rada u parovima: učvršćuje psihološki odnos među članovima pojedinih parova, poboljšava radnu atmosferu u razredu, stvara pozitivan odnos prema radu, potiče aktivnost učenika.

Rad u parovima obično počinje i završava frontalnim oblikom rada, a prema svojim značajkama on je prijelazni oblik između individualnog i grupnog rada.

## Grupni rad

Grupni je rad izrazito djelotvoran način stjecanja znanja. Povezan s individualnim radom učenika, u nastavnom procesu daje najbolje rezultate. Osim toga, taj oblik nastave ima i veliko odgojno značenje: navikava učenike na promjenu radnog ozračja, povećava njihovo samopouzdanje, razvija pojedinačne odgovornosti, pospješuje komunikaciju, navikava učenike da pružaju pomoć jedan drugom, produbljuje odnose među učenicima i dr.

Uspješnost primjene grupnog rada ovisi o nekoliko činitelja. Navodimo neke od njih: učestalost primjene, dobru pripremu, kakvoću pisanih i drugih materijala, vrijeme koje je nastavnik matematike predvidio za izvođenje.

Načela organizacije i izvođenja grupnog rada kao i primjere primjene u nekoliko nastavnih jedinica možete naći u [7].

## Timski rad

Uobičajeni opis tima je sljedeći:

**Tim** je manja grupa ljudi sa znanjima i vještinama koje se nadopunjuju, koji rade individualno a cilj ostvaruju zajedno, koji su zaduženi za posebne poslove, koji imaju određen stupanj samostalnosti i koji su svi zajedno odgovorni za ostvarenje cilja.

Ako se ovom opisu još dodaju neke značajke uspješnosti tima kao što su otvorena komunikacija, poštovanje razlika, djelotvorno donošenje odluka, konstruktivno rješavanje konflikata, imenovanje vođe i njegova pomoćnika, onda izgleda kao da se opis u prvom redu odnosi na **timski rad** u okviru neke društvene organizacije.

Što se tiče nastavnog procesa, stvar je nešto drukčija. Sasvim je jasno da će se mnogi učenici nakon završenog školovanja i izbora životnog poziva sigurno sresti s opisanim oblikom rada, ali u okviru nastavnog procesa neki su zahtjevi timskog rada prestrogi. Za učenike je mnogo primjereni-

ji naziv grupni rad. Grupni je rad vrlo star oblik nastave. Tijekom vremena se mijenjao, dobivao nove značajke. Tako je i timski rad poseban oblik grupnog rada s posebno naglašenim nekim značajkama. Međutim, kako je danas naziv timski rad u širokoj uporabi, nije loše da se naziv zadrži i u nastavi matematike, ali uz uvažavanje dobi, različitosti matematičkih sposobnosti i psihičkih osobina učenika.

Primjere zadataka obrađenih primjenom timskog rada možete naći u [2], [3] i [4].

### Homogene grupe

Obratimo sada više pozornosti na posljednji podoblik diferencirane nastave. Ovaj podoblik nije najracionalniji, ali u okviru tradicionalne nastave matematike on ima određene prednosti pred opisanim podoblicima.

Kao prvo, podoblik homogene grupe ne zahtijeva nikakav preustroj razrednog kolektiva.

Kao drugo, za rad s homogenim grupama pripremu pravi samo nastavnik matematike i o toj njegovoj pripremi isključivo ovisi uspješnost nastave.

Kao treće, podoblik se može izvoditi i treba se izvoditi na svakome nastavnom satu matematike neovisno o naravi matematičkih sadržaja obrade, osim u slučaju kad je nastavnik matematike predvidio rad s nekim boljim oblikom nastave.

Vrijeme je za opis!

**Homogene grupe** su takav podoblik diferencirane nastave u kojemu nastavnik **prividno** dijeli razred na grupe prema predznanju i matematičkim sposobnostima učenika. Obično je riječ o ove tri grupe:

- I. grupi učenika s ocjenama 1 i 2,
- II. grupi učenika s ocjenom 3,
- III. grupi učenika s ocjenama 4 i 5.

Bitno je da pritom razred ostaje kolektiv u pravom smislu te riječi, a **za grupe zna samo nastavnik matematike**.

Tijekom nastavnog procesa nastavnik postavlja učenicima svake od navedenih grupa pitanja primjerena upravo njihovu predznanju. Budući da pri obradi nekog matematičkog sadržaja uvijek ima lakših i težih dijelova, moguće je gotovo na svakome nastavnom satu primijeniti rad s homogenim grupama.

Osnovni cilj rada s homogenim grupama: **aktiviranje** svih učenika.

Poželjan cilj: **pomicanje** učenika iz niže grupe u višu na temelju postignutih rezultata rada, što bi bio znak i uspješnosti nastavnikova poučavanja i napredovanja učenika.

Zato je sasvim razumljivo da se u našoj nastavnoj praksi najčešće primjenjuje ili bi se trebao primjenjivati upravo ovaj oblik diferencirane nastave.

Tako imamo jedan standardni par oblika i metode za izvođenje nastave matematike: **homogene grupe** i **metodu dijaloga**.

*Dobre strane.* Aktivnost svih učenika, zadržavanje duže koncentracije i pozornosti svih učenika, razvijanje interesa za matematiku, učenje na satu, mogućnost stalnog praćenja napredovanja svih učenika, povišenje učinkovitosti nastave matematike.

*Slabe strane.* Nemogućnost primjerene komunikacije u razredu s većim brojem učenika, postoji mogućnost otkrivanja prividne podjele s negativnim psihološkim posljedicama.

*Pretpostavka.* Nastavnikovo dobro poznavanje osobina svih učenika u pogledu razine znanja, interesa i matematičkih sposobnosti, dobra pripremljenost nastavnika matematike (analiza težine novog nastavnog gradiva, priprema pitanja i radnih materijala za svaku pojedinu grupu).

## Primjeri iz nastave

Već smo naglasili da je matematika zbog svoje raznolikosti i različitih težina pojedinih dijelova nastavnog gradiva vrlo pogodna za primjenu homogenih grupa. Dugogodišnji rad sa studentima nastavnih profila u okviru njihova metodičkog obrazovanja ukazuje na niz slabosti koje mogu nastati kad na njihov rad u školi snažno utječu opsežan nastavni program i pomanjkanje vremena. Ti problemi tište i svakog iskusnijeg nastavnika matematike.

U ovom odjeljku dajemo jedan izbor matematičkih sadržaja u kojima su uočene slabosti, posebno u matematičkom obrazovanju učenika prve homogene grupe, ali koji omogućuju i lako postizanje poboljšanja rada s tom grupom.

### 1) Konkretni primjeri

Djelotvorna i uspješna nastava matematike teško se može zamisliti bez navođenja konkretnih primjera. Nastavnik matematike treba svim učenicima, a to znači i slabijima, pružiti priliku da sudjeluju u tome navođenju. Tri su važne takve nastavne situacije.

- Konkretni primjeri u procesu uvođenja novih matematičkih pojmova pospješuju postizanje jasnoće, razumijevanja i njihova brzog usvajanja. Evo samo nekih pojmova gdje konkretni primjeri dolaze do punog izražaja: prosti broj, višekratnik, linearna jednažba, linearna funkcija, potencija s prirodnim eksponentom, drugi korijen, iracionalni broj, vektor, kvadratna jednažba, sustavi jednažbi.
- Konkretni primjeri u procesu ustanovljivanja zakonitosti među srodnim objektima prethode postupku apstrahiranja i formuliranja generalizacija. To je vrlo osjetljivo mjesto za razvoj stvaralačkog mišljenja učenika, posebno ako se nakon toga ne ide na dokazivanje iskazanih tvrdnji!
- Konkretni primjeri u procesu ovladavanja različitim metodama rješavanja matematičkih problema. Tako bi, primjerice, i učenici slabijeg pred-

znanja trebali bez poteškoća metodom supstitucije riješiti sustav:

$$x + y = 0, \quad 5x + 2y = 9$$

ili metodom suprotnih koeficijenata sustav:

$$10x - 4y = 3, \quad 7x + 4y = 14.$$

Samo im treba dati priliku.

### 2) Posebni slučajevi

Mnogi matematički sadržaji lakše se usvajaju ako se najprije ispituju posebni slučajevi. To je uostalom u skladu s načelom od lakšeg prema težem.

- Pri obradi kvadratne jednažbe  $ax^2 + bx + c = 0$  nameću se dva posebna slučaja. Prvi je:

$$ax^2 + bx = 0 \quad (c = 0),$$

a drugi:

$$ax^2 + c = 0 \quad (b = 0).$$

Oba se jednostavno rješavaju. Za prvi je potrebno znanje izlučivanja, a za drugi vađenje drugog korijena.

- Pri obradi kvadratne funkcije  $f(x) = ax^2 + bx + c$  razlikujemo nekoliko posebnih slučajeva. Već za prvi posebni slučaj  $f(x) = ax^2$  potrebno je promatrati dva podslučaja:  $a > 0$  i  $a < 0$ . Slijede posebni slučajevi:

$$\begin{aligned} f(x) &= ax^2 + c, \\ f(x) &= a(x - m)^2, \\ f(x) &= a(x - m)^2 + n. \end{aligned}$$

Svi oni pomažu pri rješavanju općeg slučaja:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

i svodenju na oblik:

$$f(x) = a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}.$$

Time se stječe primjereno znanje o kvadratnoj funkciji.

- Obrada rotacije  $r(O, \alpha)$  uspješnija je ako se prije toga obradi centralna simetrija, koja nije ništa drugo nego posebna rotacija, rotacija za kut  $\alpha = 180^\circ$ .

## 3) Zornost

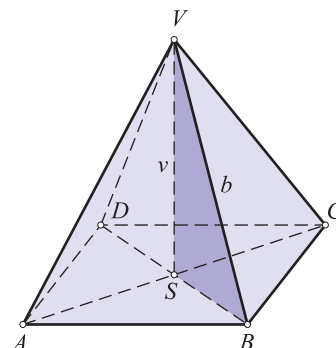
Zornost čine svi oni postupci kojima se apstraktni matematički sadržaji prevode u one zasnovane na iskustvu s ciljem da budu dostupni osjetilnoj spoznaji. Preko osjetilne spoznaje u mišljenju učenika stvaraju se slikovite predodžbe apstraktnih matematičkih pojmova i bolje se usvajaju apstraktni matematički odnosi. Potreban stupanj apstrakcije učenici će lakše postići ako promatraju i koriste realne modele. Zato načelu zornosti u nastavi treba posvetiti nužnu pozornost i zornost koristiti za pravilno shvaćanje i usvajanje nastavnog gradiva i za razvoj apstraktnog mišljenja svih učenika. Postoje razna zorna sredstva: ploča, crteži, slike, grafovi, sheme, tablice, formule, modeli geometrijskih likova, modeli geometrijskih tijela, križaljke, grafoskop, džepno računalo, računalo i dr.

**Ploča** je osnovno zorno sredstvo u nastavnikovu radu i posrednik u prenošenju znanja učenicima. Zato zapisi na ploči moraju biti dobro osmišljeni i uredni kako bi primjereno doprinijeli ostvarenju ciljeva nastave. Kako nastavnik popunjava ploču, tako učenici popunjavaju stranice svojih bilježnica. Radu na ploči i odnosu učitelj-ploča-učenici treba posvetiti pravu pozornost.

Nastavnik treba češće na ploči raditi s učenicima prve homogene grupe, a ne pretvarati ih u obične "prepisivače". Karakteristična mjesta za takav rad: rješavanje standardnih zadataka, grafikoni, predočivanje objekata u koordinatnom sustavu, pomoćni crteži, stereometrijske slike.

Evo par primjera iz nastavnikove prakse.

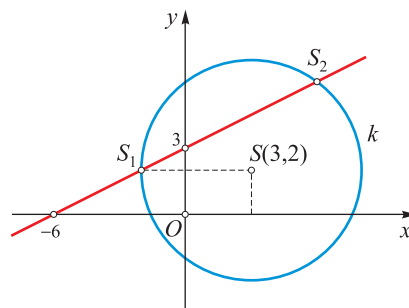
- Neka je  $ABCDV$  kvadratska piramida za koju je poznata duljina  $b$  pobočnog brida i duljina  $v$  visine. Za određivanje obujma ove piramide potrebno je poznavanje duljine stranice osnovke. Slika ukazuje na činjenicu da su  $v$  i  $b$  duljine dviju stranica pravokutnog trokuta  $BVS$ , pa se iz njega lako izračunava duljina polovice dijagonale osnovke, a onda i tražena duljina stranice. Slika očito prirodno vodi do rješenja.



- Ako trebamo naći sjecišta pravca  $p \dots x - 2y + 6 = 0$  i kružnice  $k \dots (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$ , onda koristimo standardni postupak: iz jednadžbe pravca izrazimo jednu nepoznanicu s pomoću druge, uvrstimo u jednadžbu kružnice i rješavamo dobivenu kvadratnu jednadžbu. Tako dobivamo sjecišta  $S_1(-2, 2)$ ,  $S_2(6, 6)$ .

Problem je uzet iz jednog udžbenika analitičke geometrije. U njemu je samo ovaj algebarski način rješavanja. Ali to nije dovoljno. Metodički je ispravno algebarskom rješenju priložiti sliku s geometrijskim rješenjem, i to iz dvaju razloga:

- Geometrijsko rješenje daje potrebnu uvjerljivost u ispravnost algebarskog rješenja, a sliku bi trebali znati izraditi svi učenici.
- Problem je iz analitičke geometrije, a analitička geometrija usko povezuje algebru i geometriju, pa je prirodno da se i pri rješavanju takvih problema zorno vidi ta veza.



#### 4) Domaće zadaće

Osnovni je problem u ovoj etapi nastavnog procesa što domaće zadaće najčešće ne rješavaju najslabiji učenici, učenici prve homogene grupe. A trebalo bi biti obratno! Domaća zadaća nije formalnost nego vrlo ozbiljan obrazovni element. S jedne strane, domaća zadaća služi utvrđivanju obrađenog gradiva i razrješenju eventualnih nejasnoća, a s druge strane ona igra ulogu određene motivacije za obradu sljedećih matematičkih sadržaja. Budući da je samostalno rješavanje domaćih zadaća jedan od uvjeta uspješnog učenja matematike, treba kod svih učenika razvijati tu naviku.

Aktivnosti i metodičke upute u vezi s domaćim zadaćama:

- nastavnik matematike zadaje zadatke različitih težina s napomenom da njegov izbor učenici mogu nadopuniti s par zadataka po svome izboru;
- da bi se postiglo razumijevanje zadanih zadataka, učenici čitaju tekstove i iznose mišljenja o načinu njihova rješavanja, posebno za standardne jednostavnije zadatke to čine učenici prve grupe;
- na sljedećem nastavnom satu bar po jedan učenik svake od triju grupa prezentira na ploči poneko rješenje;
- nastavnik dodatnim pitanjima ustanovljuje ima li među rješenjima originalnih i pohvaljuje sve učenike za izvršeni rad, a u svoje zabilješke unosi neka nova zapažanja.

Premalo vremena za ovakvo postupanje? Samo na prvi pogled.

### Završne napomene

Rad s homogenim grupama koliko je prividno jednostavan, toliko je stvarno zahtijevan.

Više se ne može govoriti o nekakvom "prosječnom" učeniku jer u razredima za vrijeme nastave mate-

matike sjede učenici s različitim psihičkim i fizičkim osobinama i različitim predznanjima. Svi trebaju biti subjekti nastave, svi trebaju aktivno raditi, a ne samo najbolji.

Ako se nastavnik matematike previše oslanja samo na pomoć najboljih učenika, stječe pogrešan dojam o uspješnosti svoje nastave. Možda i pored prividno dobro izvođene nastave matematike slabiji učenici zaostaju.

Zato je potrebno pojačati rad s učenicima prve homogene grupe tako da se oni prioritarno aktivnije uključe u nastavni proces na svim mjestima gdje to matematički sadržaji dopuštaju. U ovome radu ukazano je na niz takvih mjesta. Tek tada može se ozbiljnije govoriti o uspješnosti nastave.

Kad god ulazimo u razred, trebamo se podsjetiti na staru mudrost:

**Snaga lanca leži u najslabijoj karici!**

#### LITERATURA

- 1/ S. Banić – T. Vukas, *Zašto i kako uvesti grupni rad na satu matematike*, Zbornik 6. susreta nastavnika matematike, 17–26, HMD, Zagreb, 2002.
- 2/ S. Banić, *Kako pripremiti i voditi rad u timovima*, Matematika i škola 33, 117–123, 2006.
- 3/ S. Banić, *Kako pripremiti i voditi rad u timovima (3)*, Matematika i škola 35, 201–204, 2006.
- 4/ Z. Čurković, *Kako pripremiti i voditi rad u timovima (2)*, Matematika i škola 34, 154–157, 2006.
- 5/ W. Glasser, *Kvalitetna škola*, prijevod s engleskog, Educa, Zagreb, 1994.
- 6/ W. Glasser, *Kako uspješno učiti u timu*, Educa, Zagreb, 2001.
- 7/ Z. Kurnik, *Grupni rad*, Matematika i škola 22, 52–57, 2003.
- 8/ Z. Kurnik, *Individualizacija*, Matematika i škola 25, 196–201, 2004.
- 9/ J. Markovac, *Metodika početne nastave matematike*, Školska knjiga, Zagreb, 1992.
- 10/ Ž. Milin Šipuš, *Nastavni oblici i metode* (Google.hr–diferencirana nastava).