

3n+1 problem

Zamislite bilo koji prirodni broj. Ako je paran, podijelite ga s dva, ako je neparan pomnožite ga s 3 i dodajte 1. Sad ste dobili novi broj. Ponovite postupak s dobivenim brojem i nastavite dok ne dođete do 1.

Ako nikako ne uspjete doći do broja 1, čestitam, pronašli ste broj za koji Collatzova pretpostavka ne vrijedi! Ipak, malo je vjerojatno da će se to dogoditi budući da je uz pomoć računala ispitano prvih 2.95×10^{20} prirodnih brojeva i uvijek se došlo do jedinice.

Zadatak koji je opisan u uvodu najčešće se naziva Collatzova pretpostavka ili $3n + 1$ problem, iako postoje i brojni drugi nazivi (Ulmanova pretpostavka, Kakutanijev problem...). Problem je 1937. godine postavio njemački matematičar Lothar Collatz i na prvi pogled se činio vrlo jednostavnim. No, Collatzova pretpostavka do danas nije dokazana, odnosno nije sigurno da ćemo krenuvši od bilo kojeg prirodnog broja provodeći opisani postupak uistinu doći do broja 1 (odnosno do beskonačne petlje 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, ...).

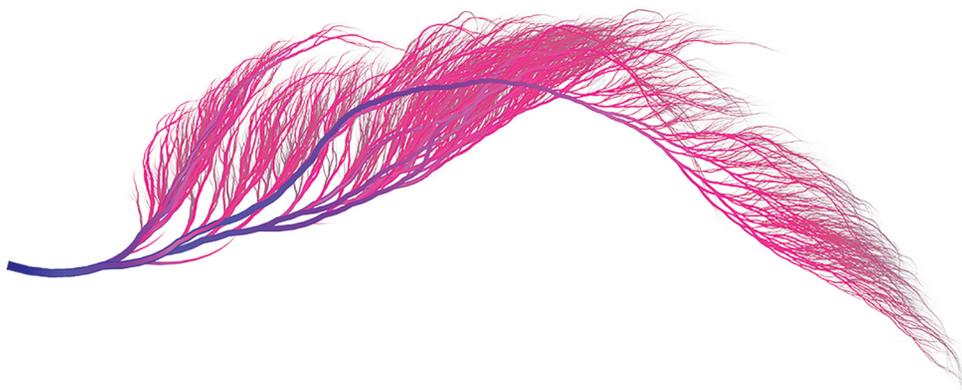
Zapišimo formulaciju matematički. Broj a_1 je zadani prirodni broj, a svaki naredni računa se kao:

$$a_{n+1} = \begin{cases} 3a_n + 1, & \text{ako je } a_n \text{ neparan} \\ \frac{a_n}{2}, & \text{ako je } a_n \text{ paran.} \end{cases}$$

Primjerice, ako je $a_1 = 12$ dobivamo niz 12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, a za $a_1 = 19$ dobivamo 19, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1. Za $a_1 = 27$ dobit ćemo 111 članova prije nego dođemo do broja 1, a najveći član bit će 9232. Na stranici <https://www.dcode.fr/collatz-conjecture> nalazi se kalkulator koji za upisani broj daje niz svih brojeva do 1 te još nekoliko podataka poput najvećeg broja u nizu.

Matematičari za ovaj problem često kažu da je *najjednostavniji nemogući problem*, dok je mađarski matematičar Paul Erdős izjavio da *matematika još nije spremna za ovakve probleme*.

Ako vam treba motivacije za rješavanje ovog problema, dobro je znati da se, osim vječne slave, nudi i nagrada od milijun dolara.



Slika predstavlja jednu vizualizaciju Collatzovog niza za prvih 50 000 prirodnih brojeva. Izvor: <https://imgur.com/gallery/NSSEz>.