

Početak i prvi val pandemije COVID-19¹

Predrag Novaković, Vukovar

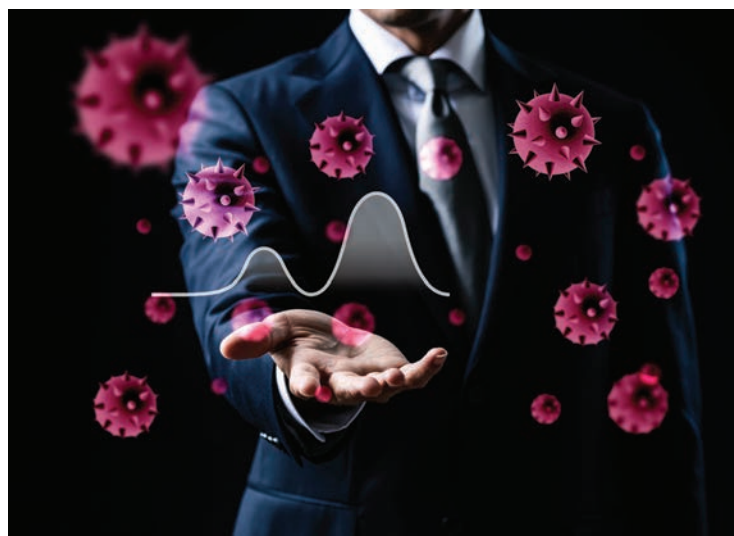
Uvod

Prvi puta registrirana 2019. u Kini, bolest COVID-19 vrlo je brzo stigla i u Hrvatsku, tako da smo bili primorani upoznati je već početkom 2020. U razdoblju od 2. ožujka do 1. travnja 2020. godine aktualna virusna infekcija pokazuje trend rasta broja novo-zaraženih u jedinici vremena. Sam rast novo-oboljelih promjenljive je naravi, u nekim trenutcima raste brže, u nekima sporije, ponekad stagnira, ponekad opada.

Najjednostavniji prikaz vremenskog trenda i razvoja ove bolesti jest grafički prikaz broja zaraženih u vremenskoj jedinici. Kronološki prikupljeni i razvrstani podatci uneseni u koordinatni sustav kao točke s apscisom kao vremenskom osi i ordinatom kao kvantitativnom osi pregledno prikazuju tijek bolesti. Ponekad slijed točaka ostavlja dojam njihova nasumična odabira, no često je primjetno i nekakvo pravilo ili zakonitost, a tada se matematika poziva istražiti takve pojave.

Do danas su poznate razne vrste funkcija koje opisuju različite pojave i u prirodi i u društvu, a svoje su mjesto našle u mnogim udžbenicima. Najčešće spominjane su linearne, kvadratne i eksponencijalne funkcije i zanimljivo, sve tri su se pronašle na početku i u prvom valu pandemije COVID-19.

Promatrano je razdoblje samog početka pandemije od 2. ožujka do 31. svibnja 2020. godine, a



korišteni su podatci dostupni na službenoj stranici Vlade za pravodobne i točne informacije o koronavirusu². Kronološki razvrstani podatci prikazani su grafičkom na slici 1.

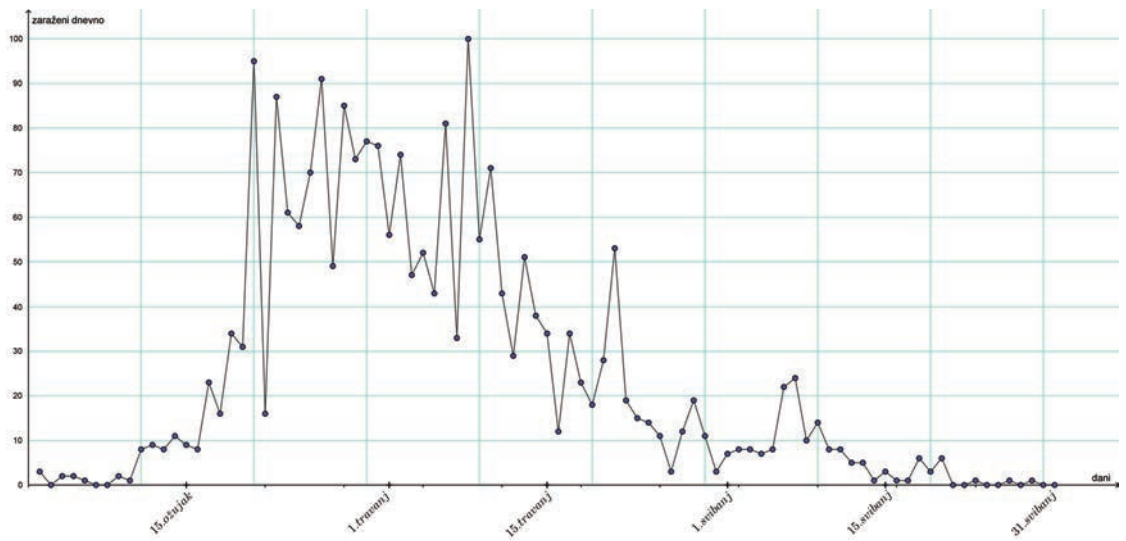
Iz obrisa ovoga grafa jasno je zašto je prihvaćen naziv "val" pandemije, grubo su primjetni porast, stagnacija i pad broja zaraženih, ali i veća odstupanja u kraćim vremenskim razdobljima. Preglednija i kvalitetnija analiza trenda rasta broja zaraženih zahtijeva određivanje funkcije koja što bolje prati dobivene podatke. Obično se odabire takva funkcija čije vrijednosti najmanje odstupaju od eksperimentalnih vrijednosti, a pokazano je kako najbolje rezultate daje metoda najmanjih kvadrata³. Određivanje

Predrag Novaković, profesor matematike i fizike, Tehnička škola Nikole Tesle, Vukovar, predrag.novakovic1507@gmail.com

¹ sjećajući se rano preminuloga kolege i nastavnika Tehničke škole Nikole Tesle iz Vukovara, Zorana Konjevića

² <https://www.koronavirus.hr/>

³ Potrebno je minimizirati zbroj kvadrata razlike između mjerenih i traženih vrijednosti.



Slika 1.

funkcije koja najbolje “priliježe” realnim vrijednostima kada ih je veći broj, zna biti zahtjevan. Danas postoje različiti matematički softverski paketi, kao i *online* kalkulatorske usluge⁴ (većinom usmjerene na naredbe **Fit**, **FindFit**, **Curve fitting**, **FitExp**, ...), a korištene su i za naše potrebe.

Eksponecijalna ovisnost

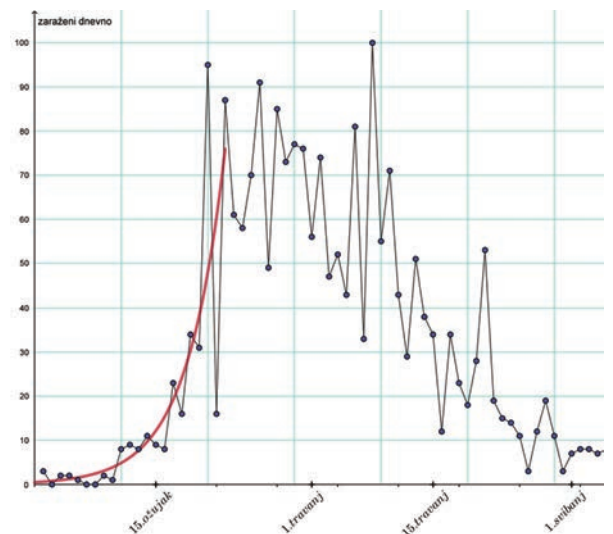
Za prvi dio prvog vala, na grafu prikazano razdoblje od 2. do 23. ožujka, može se reći kako vrijedi eksponecijalna ovisnost, odnosno, kako broj zaraženih slijedi eksponecijalni rast (slika 2).

Opći oblik eksponecijalne funkcije koja najbolje prati prikazanu promjenu rasta novozaraženih jest:

$$z(t) = z_0 e^{kt}$$

gdje je parametar z_0 broj zaraženih u trenutku $t = 0$, a parametar k brzina rasta broja novozaraženih. Najbolje podudaranje vrijednosti funkcije i stvarnih vrijednosti postiže se za sljedeći odabir parametara z_0 i k :

$$z(t) = 0.495481e^{0.228714t}; \quad 0 \leq t \leq 21.$$

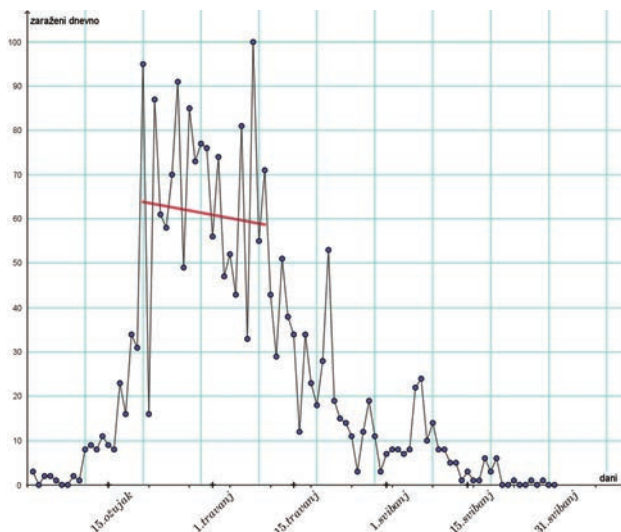


Slika 2.

Linearna ovisnost

Nakon eksponecijalnog rasta primjetan je trend stagnacije ili vrlo blagog pada broja novozaraženih u razdoblju od 21 dan, od 22. ožujka do 11. travnja. Ovom drugom, po trajanju približno jednako dugom, dijelu pripada linearna ovisnost koju opi-

⁴ <https://www.wolframalpha.com/input/?i=curve+fitting+&lk=2>



Slika 3.

suje opća linearna funkcija:

$$z(t) = kt + z_0$$

u kojoj slobodni član z_0 predstavlja broj zaraženih u trenutku $t = 20$ (kada je prestao eksponencijalni rast), a linearni parametar k brzinu rasta, odnosno pada broja novozaraženih. Dužina na grafu (slika 3) promatrani je omeđeni dio tražene linearne funkcije koju opisuju konkretni parametri:

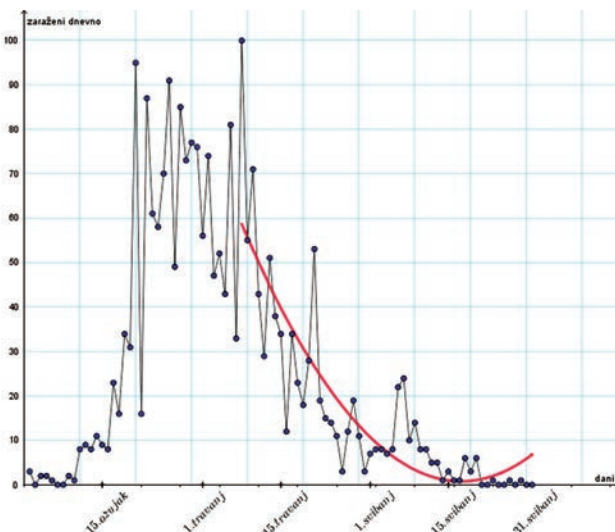
$$z(t) = -0.24393t + 68.7143; \quad 20 \leq t \leq 41.$$

Kvadratna ovisnost

Tridesetdevetoga dana od početka praćenja zabilježena je maksimalna vrijednost kada je incidencija iznosila 100 zaraženih, a od tog trenutka njihov broj je u padu. Lako je uočiti kako u vremenu od 9. travnja do 31. svibnja pad nije linearan, a izbor kvadratne funkcije temelji se na raznolikosti primjena matematičkih funkcija.

⁵ ili polinomijalna funkcija reda 2

⁶ S-shaped curve ili sigmoid curve



Slika 4.

Kvadratnu ovisnost opisuje opća kvadratna funkcija⁵ oblika:

$$z(t) = kt^2 + lt + z_0,$$

gdje kvadratni k , linearni l i slobodni z_0 parametar određuju oblik i položaj parabole ili jednog njenog dijela u koordinatnom sustavu. Na grafu (slika 4) prikazan dio kvadratne ovisnosti opisuje funkcija:

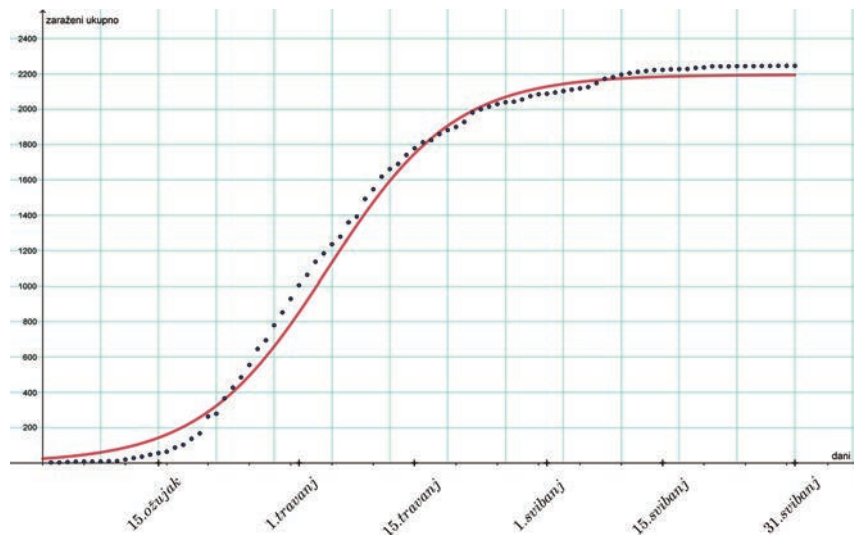
$$z(t) = 0.037t^2 - 5.858t + 230.172; \quad 39 \leq t \leq 91.$$

Logistička krivulja

U prethodnim je primjerima praćen dnevni prirast zaraženih, no vrlo je često praćenje ukupnog broja zaraženih iz dana u dan. Oblik takve krivulje sličan je obliku slova "S", u nekim literaturama koristi se izraz sigmoidna krivulja⁶, a prikazan je slikom 5 upravo na primjeru promatranoga prvog vala pandemije.

Opći oblik logističke krivulje jest:

$$z = \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right)e^{-rt}}$$



Slika 5.

gdje je $N_0 = N(0)$ broj populacije u početnom trenutku $t = 0$, K nosivi kapacitet (najveći broj koji populacija može doseći), a r intenzitet zaraze. Koristeći se naredbom **FitLogistic** u računalnom paketu GeoGebra, logistička krivulja prvog vala naše pandemije, prikazana crvenom bojom na slici, jest funkcija oblika:

$$z = \frac{2195.87}{1 + 88.72 \cdot e^{-0.13 \cdot t}}; \quad 0 \leq t \leq 91.$$

Na kraju

Primjeri i primjene zauzimaju vrlo važno mjesto u procesu učenja općenito i nerijetko se koriste u različitim fazama. Već na samom početku procesa učenja ponekad je važno pokazati određene primjere, ali i primjene nastavnih jedinica ili cjelina koje se obrađuju. Isto tako, pri evaluacijama i vrednovanjima, postupak pronalaženja primjera i postupak primjene naučenog ukazuju na vrlo visoku razinu i stupanj usvojenosti znanja (i teorijskog i operativnog).

Zato je, uz samu aktualnost događaja, poželjno podsjetiti učenike, prikazati pojmove linearnoga, kvadratnog i eksponencijalnog rasta usvajane u trajanju njihova srednjoškolskog obrazovanja i uputiti na njihovu primjenu u svijetu u kojemu živimo, što je i bio cilj ovog rada.

LITERATURA

- 1/ W. E. Boyce, R. C. DiPrima (1992.): *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, fifth edition, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- 2/ B. Dakić, N. Elezović (2019.): *Matematika 3, 1. dio*, udžbenik za 3. razred gimnazija i strukovnih škola (4 ili 5 sati nastave tjedno), Element, Zagreb.
- 3/ N. Elezović (2020.): Matematika u doba pandemije, *Matematika i škola*, br. 104., god. 21., travanj 2020., str. 163.
- 4/ <https://mathworld.wolfram.com/PopulationGrowth.html>
- 5/ <https://opentextbc.ca/calculusv2openstax/chapter/the-logistic-equation/>