

Učinkovita povratna informacija u nastavi matematike

Ljerka Jukić Matić
Mia Filipov,
Ivana Šustek, Osijek

*Pravo na kritiziranje ima onaj tko je
spreman pomoći.*

Abraham Lincoln



Ovaj članak započinjemo malim kvizom. Naveli smo neke izjave koje se često mogu čuti kao povratna informacija o učeničkom radu. Koje od navedenih izjava smatrate učinkovitom povratnom informacijom?

1. Predobro, odličan rad.
2. Kako ćeš provjeriti je li tvoja vrijednost za x točna?
3. Objasni nam zašto to misliš.
4. Razradi tu ideju detaljnije.
5. Kako si zaključio da je taj trokut pravokutan?
6. Ti si genijalna!
7. Odlično!
8. Reci nam više o tome. Po čemu su slični, a po čemu različiti dani likovi?
9. Lijepa skica.
10. Riješio si zadatak na dobar način. Možeš li ga riješiti još nekako?
11. 10/10

Među ovim izjavama točno je pet onih koje pripadaju učinkovitim povratnim informacijama. To su 2., 3., 5., 8. i 10. U nastavku članka objasniti ćemo što je povratna informacija, čemu ona služi i kada je učinkovita. Upravo nam ta pojašnjenja pokazuju zašto izjave 1., 4., 6., 7., 9. i 11. ne pripadaju među kvalitetne i učinkovite povratne informacije.

Što je povratna informacija?

Kako bismo razumjeli što je i čemu služi povratna informacija, poslužit ćemo se Sadlerovim (1989.) pojmom *raskoraka*: **povratnom informacijom želi se smanjiti jaz, tj. raskorak između toga gdje je učenik i gdje treba biti – odnosno, između trenutnog postignuća i postavljenih kriterija uspjeha**. Stoga, da bi povratne informacije bile učinkovite, učitelji moraju dobro razumjeti gdje se

izv. prof. dr. sc. Ljerka Jukić Matić, Odjel za matematiku Sveučilišta u Osijeku, Osijek, ljukic@mathos.hr
Mia Filipov, mag. paed. et mag. educ. philol. croat., Filozofski fakultet Osijek, Osijek, mia.filipov@gmail.com
dr. sc. Ivana Šustek, Filozofski fakultet Osijek, Osijek, isustek@ffos.hr

učenici nalaze i gdje bi trebali biti. Zapravo, učitelji trebaju prikupiti dokaze o onome što učenici rade, govore, izrađuju ili pišu kako bi mogli zaključiti što učenici razumiju, znaju, osjećaju ili misle. Takva zapažanja ili prikupljeni dokazi pomažu učiteljima modificirati svoje teorije o učenicima i prilagođavati nastavu.

Da bi povratne informacije bile učinkovite, mora postojati kontekst učenja u kojemu se ta povratna informacija upućuje. Dakle, kvalitetna povratna informacija ne može se davati u vakuumu. Ona je dio nastavnog procesa i slijedi nakon što je učenik radom na nekom zadatku odgovorio na početno poučavanje. Povratne informacije mogu se pružiti na mnogo načina: potvrđivanjem da je odgovor točan ili netočan, ukazivanjem na to da su dostupne ili potrebne dodatne informacije, davanjem uputa koje bi učenici mogli slijediti, ukazivanjem na alternativne strategije kojima se mogu razumjeti određene informacije ili fokusiranjem na afektivne procese (npr. povećanje motivacije).

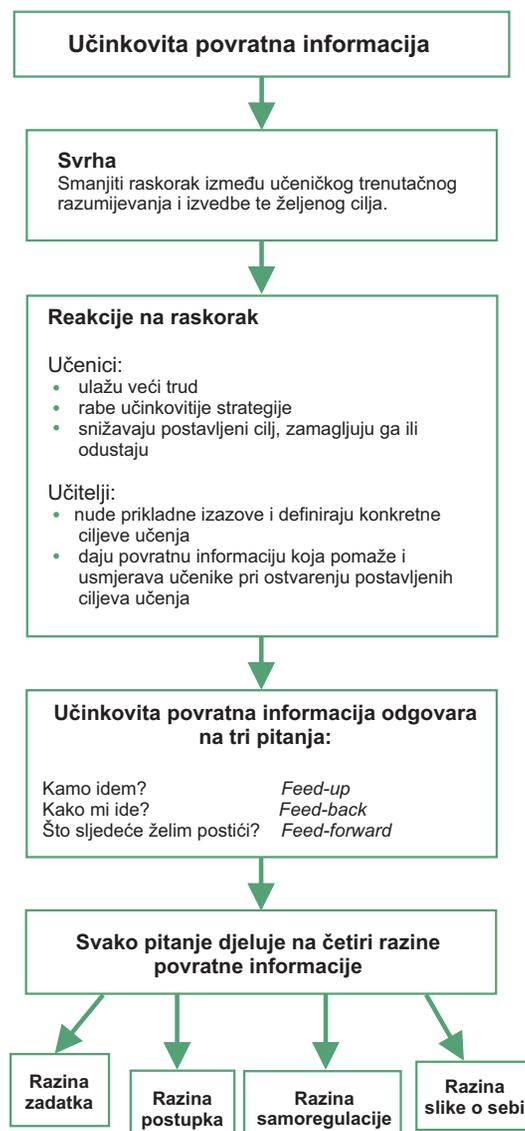
Povratne informacije povezane su s učeničkim pogreškama. Pogreške ne treba povezivati samo s učenicima koji imaju slabiji uspjeh te ih ne treba smatrati nečim negativnim. Priznavanje i uočavanje pogrešaka otvara mogućnosti učenja. Stoga pogrešku možemo promatrati kao razliku između *onoga što znamo i možemo učiniti* i *onoga što želimo znati i moći učiniti*.

Kako izgleda kvalitetna povratna informacija

Analizirajući brojne studije, australski pedagog John Hattie ustvrdio je da su kvalitetne povratne informacije među najčešćim značajkama uspješnog poučavanja i učenja. Do tih zapažanja došao je nakon višegodišnjeg prikupljanja informacija i meta-analiza čimbenika koji utječu na učenička školska postignuća (učenik, dom, škola, kurikulum, učitelj i pristupi učenju). Učinkovitost povratne informacije dokumentirana je u njegovoj knjizi *Vidljivo učenje*. Polazeći od informacija prikupljenih istraživanjem, Hattie (2012.) je izgradio model koji pomaže objasniti kako učinkovito rabiti povratne informacije u učionici. Kvalitetna povratna informacija mora se sastojati od tri dijela: *feed-up*, *feed-back* i *feed-*

-forward, koji su povezani u konceptualnu mapu (slika 1).

Prvi dio povratne informacije (*feed-up*) odnosi se na ciljeve učenja, a povezan je s pitanjem: *Kamo idem?* To znači da učitelji učenicima moraju pripočeti ciljeve nastavnog sadržaja koji uče. Povratne informacije obavještavaju učenike i o željenoj razini izvedbe. Tako učenici mogu pratiti svoj napredak



Slika 1. Mapa učinkovitih povratnih informacija

prema postavljenim ciljevima. Ako učenici već znaju sadržaj koji učitelj poučava ili im se sadržaj čini prelakim, tada će pružanje povratnih informacija imati malo učinka.

S druge strane, učenici će smanjiti trud koji ulažu u proces učenja ako povratne informacije ne dovedu do smanjenja raskoraka između trenutnog razumijevanja i postavljenih ciljeva učenja. I loše postavljen cilj učenja može utjecati na učenički napor. Ako učitelj nejasno definira cilj učenja, povratne informacije koje daje neće učenicima imati smisla jer učenici neće razumjeti zašto njihovo trenutačno razumijevanje ili izvedba nije adekvatna.

Drugi dio povratne informacije (**feed-back**) odgovara na pitanja: *Kako mi ide? Kako napredujem?* Ovdje učitelj daje informacije u vezi sa zadatkom ili ciljem izvedbe, često u odnosu na neki očekivani ishod, prethodni učinak ili (ne)uspjeh u određenom dijelu zadatka. Povratne su informacije učinkovite kada se sastoje od informacija o napretku i/ili o tome kako dalje. Primjerice "Tvoje razumijevanje u ovom zadatku je takvo da..." ili "Tvoje zaključivanje u ovom zadatku je takvo da..." Učenici često traže informacije o tome kako stoje. No za kvalitetnu povratnu informaciju nije potrebno zadržati se samo na ovom dijelu, već je učinkovitije usmjeriti se na treći dio povratne informacije koji odgovara na pitanje: *Kamo dalje? Što sljedeće želim postići?*

Treći dio povratne informacije (**feed-forward**) može pomoći učeniku u odabiru idućih izazova, prikladnih baš za njega, dovesti do razvoja samoregulacije u procesu učenja, veće fluentnosti i automatizma, učenja različitih strategija i procesa za rad na zadacima, dubljeg razumijevanja i boljih informacija o tome što se (ne) razumije. Zapravo *Kamo dalje?* je pitanje koje najviše zanima učenike, a cilj je ne samo pružiti odgovor na to pitanje već i naučiti ih da imaju vlastite odgovore na njega. Ovakve povratne informacije važno je davati tijekom učenja, a ne nakon njega, kako bi učenik pravovremeno doznao što treba učiniti kako bi uspješnije učio. One se daju u obliku refleksivnih pitanja primjerice: "Jesi li na pravom putu? Kako to znaš?", "Koji je idući korak u tvom učenju?", "Kako možeš produbiti svoje razumijevanje?" *Feed-forward* pomaže učeniku

razumjeti što sljedeće može učiniti u svome učenju kako bi stigao do veće razine razumijevanja i primjene svoga znanja.

Razine povratnih informacija

Povratne informacije usmjerene su na četiri razine (slika 2): zadatak, postupak, razinu samoregulacije te razinu svijesti o sebi. Razina na koju je povratna informacija usmjerena utječe na njezinu učinkovitost (Hattie, Timperley, 2007.).

Zadatak

Ova razina uključuje povratne informacije o tome koliko se dobro zadatak izvršava, poput razlikovanja točnih od netočnih odgovora. Ova je razina povratnih informacija najčešća i često se naziva korektivnom povratnom informacijom, a može se odnositi na ispravnost, urednost, ponašanje ili neki drugi kriterij koji se odnosi na izvršenje zadatka. Povratna je informacija važnija kada se radi o pogrešnim interpretacijama, a ne o nedostatku znanja. Ako učenicima nedostaje potrebno znanje, daljnje je poučavanje korisnije od povratnih informacija. Jedan od problema s povratnim informacijama na razini zadatka je taj što se ne može izbjeći generalizacija. Postoje značajni dokazi da je davanje pisanih komentara učinkovitije od davanja brojčanih bodova. Stoga je važno učeniku dati opisni komentar iz kojega će razumjeti što je učinio u zadatku.

Postupak

Glavna razina povratnih informacija odnosi se na informacije koje učitelji učenicima daju kako bi otkrili pogreške u postupku ili zaključivanju. Hoće li se učenici uključiti u ispravljanje pogrešaka nakon povratne informacije ovisi o njihovoj motivaciji da nastave slijediti cilj ili da smanje raskorak između trenutačnog znanja i postavljenog cilja. Povratna informacija o matematičkim procesima koji se primjenjuju pri rješavanju zadatka također može djelovati kao mehanizam usmjeravanja i navesti učenika da učinkovitije pretražuje svoje postojeće znanje.

Učinak i učinkovitost razina povratnih informacija			
PI usmjerena na zadatak	PI usmjerena na postupak	PI usmjerena na samoregulaciju	PI usmjerena na učenikovu sliku o sebi
površinsko razumijevanje učenja (stjecanje, pohranjivanje, reprodukcija i uporaba znanja)	dubinsko razumijevanje učenja (izgradnja razumijevanja i prenošenje kognitivnih obrazaca prilikom rješavanja zadataka na druge, teže ili neiskusane zadatke)	način na koji učenici nadgledaju, usmjeravaju i reguliraju svoje učenje prema cilju	PI usmjerene na osobu najmanje su učinkovite
najučinkovitija je kad pomaže u stvaranju unutarnjih povratnih informacija u vezi s pogrešnim pretpostavkama i idejama (miskonceptijama)	učeničke strategije prepoznavanja pogrešaka, strategije za obradu i razumijevanje materijala	dovodi do većeg ulaganja napora i truda u učenju i rješavanju zadataka, a time i do veće samoučinkovitosti	pohvale su rijetko usmjerene na tri pitanja na koja bi povratna informacija trebala odgovoriti, stoga imaju mali učinak na učenje
previše ovakvih PI može potaknuti učenike da se usredotoče na neposredni cilj, a ne na strategije za njihovo postizanje	najučinkovitija je kada pomaže učenicima odbaciti pogrešne pretpostavke i planirati daljnje postupke u rješavanju zadataka i planiranju učenja	kada su PI usmjerene na procese regulacije koji su potrebni za rješavanje zadataka, učenikova vjerovanja o važnosti truda i svijesti o procesu učenja mogu biti važni čimbenici u procesu učenja	kada je PI usmjerena na sliku o sebi, učenici se boje pogriješiti kako bi smanjili rizik njezina narušavanja

Slika 2. Razine povratnih informacija.

Samoregulacija

Treća razina povratnih informacije usmjerena je na razinu samoregulacije ili na učeničko praćenje vlastitih procesa učenja. Povratne informacije na ovoj razini mogu poboljšati učeničke vještine u samoevaluaciji, osnažiti njihovo samopouzdanje za daljnje sudjelovanje u zadatku, povećati spremnost da ulože napor u bavljenje zadatkom te pomoći u traženju i prihvaćanju povratnih informacija. Kada učenici mogu nadgledati i samoregulirati svoje učenje, mogu učinkovitije koristiti povratne informacije kako bi smanjili raskorak između onoga gdje su trenutno i željenih ishoda ili kriterija uspjeha svog učenja. Ovdje je važno učeniku ne nuditi gotova rješenja, nego ga potaknuti na samostalno promišljanje o zadatku.

Slika o sebi

Učitelj treba pohvaliti učenike i učiniti da se osjećaju dobrodošlo u razredu te shvate kako se isplati učiti, ali ako želimo promijeniti učenikovo učenje, pohvale ne treba uključivati u povratne informacije o učenju. Stoga je važno razlikovati pohvalu koja pomiče pozornost sa zadatka i stavlja je na učenika

(jer takva pohvala ima malu informativnu vrijednost za postignuća i učenje) i pohvalu usmjerenu na napor, samoregulaciju, angažman ili procese koji se odnose na zadatak i njegovu izvedbu (npr. "Stvarno ste sjajno primijenili računanje s postotcima u ovom zadatku."). Takva vrsta pohvale može pomoći u povećanju samoeфикаsnosti.

Kada je povratna informacija učinkovita?

Povratna informacija trebala bi biti usmjerena na (1) zadatak, zatim na (2) postupak njegova rješavanja i na (3) strategije samoregulacije koje se nalaze u pozadini rješavanja zadataka.

Cilj je pružiti učeniku povratne informacije koje su *pravovremene i autentične*, tj. odnose se točno na tog učenika i na to gdje se on nalazi u svom procesu učenja. Takve su povratne informacije upravo ono što učeniku treba da bi mogao krenuti naprijed. Postoje značajni dokazi da davanje ocjena

ili bodova ne predstavlja učinkovitu povratnu informaciju jer ne pomaže učeniku smanjiti postojeći raskorak niti ga usmjerava kamo dalje. Carless (2006.) je pokazao da većinu povratnih informacija koje učitelji daju cijelom razredu ne prima nijedan učenik – jer ni jedan učenik ne vjeruje da se te informacije odnose baš na njega!

Primjeri učinkovitih povratnih informacija u nastavi matematike

Swan (2005.) ističe da u matematici učenicima možemo pomoći pri dodatnom napredovanju sažimajući njihove poteškoće kao popis poticajnih pitanja. U nastavku slijede primjeri s konkretnim povratnim informacijama koje su prikladne za matematiku, s fokusom na *feed-forward*.

Zadatak. Je li broj 91 prost ili složen?

Promotrimo primjer učeničkog rada (slika 3).

$$\begin{array}{l}
 91 : 1 = 91 \\
 \\
 91 : 2 = 45 \\
 \begin{array}{r} 11 \\ 1 \\ = \end{array} \\
 \\
 91 : 3 = 30 \\
 \begin{array}{r} 1 \\ = \end{array} \\
 \\
 91 : 4 = 22 \\
 \begin{array}{r} 11 \\ 3 \\ = \end{array} \\
 \\
 91 : 5 = 18 \\
 \begin{array}{r} 61 \\ 1 \\ = \end{array} \\
 \\
 91 : 6 = 15 \\
 \begin{array}{r} 31 \\ 1 \\ = \end{array} \\
 \\
 91 : 7 = 13 \\
 \begin{array}{r} 21 \\ 0 \\ = \end{array} \\
 \\
 91 : 8 = 11 \\
 \begin{array}{r} 11 \\ 3 \\ = \end{array}
 \end{array}$$

Slika 3. Primjer učeničkog rada.

I dalje u ovom postupku učenik nastavlja dijeliti broj 91 sa svakim brojem do 91.

Učitelj bi želio da učenici rano shvate kako je dijeljenje s 1 gubitak vremena. Dijeljenje s 1 ne govori je li broj prost ili nije. U ovom je slučaju i dijeljenje s bilo kojim parnim brojem gubljenje vremena jer je 91 neparan. Dijeljenje s 9 je također gubitak vremena ako dijeljenje s 3 nije uspjelo. Dijeljenje s 5 gubitak je vremena jer 91 ne završava s 0 ili 5. Dijeljenje s 10 bilo je gubljenje vremena jer zadnja znamenka broja 91 nije 0. No učitelj bi mogao dati povratne informacije koje se odnose na gornje situacije. Na primjer, učitelj može reći:

- Primijetio sam da ste pokušali podijeliti broj 91 s 2, 4, 6 i 8. Pogledajte svoje ostatke svaki put. Što primjećujete?
- Kad ste 91 podijelili sa 7, dobili ste 13. Što vam to govori o ostalim faktorima broja 91?

Zadatak. Redovna cijena plišane igrčke u trgovini iznosi 59.95 kn. Na blagajni je na danu cijenu obračunat popust od 30%. Koliko je igrčka plaćena?

Pogledajmo primjer učeničkog rada. Učenik piše:

$$0.30 \cdot 59.95 = 17.985.$$

Očito postoji nekoliko problema s ovim odgovorom. Učitelj bi mogao upotrijebiti povratne informacije koje će potaknuti samoispravljanje i primjerice pitati:

- Dakle, kad je prodajna cijena snižena 30%, bi li trebao/la platiti više od polovice ili manje od polovice pune cijene?

Umjesto toga učitelj može objasniti učenicima: kada je zadatak vezan za određeni kontekst, u ovom slučaju novac, matematički ispravni odgovori ponekad nemaju smisla. Zadatak se mora tumačiti u danom kontekstu. Ovdje bi učenik trebao odabrati 17.98 ili 17.99 kn (za oba se može argumentirati), ali ne i 17.985 kn. U ovom trenutku učitelj može dati ovakvu povratnu informaciju:

- Kako biste taj iznos prikazali novčanicama i kovanicama?

Zadatak. Promotrimo primjer učeničkog rada u temi kvadriranje racionalnih brojeva.

Kvadriranje racionalnih brojeva - izlazna kartica	
1. Jesu li navedene tvrdnje točne? $-8^2 = 64$ $\frac{7^2}{9} = \frac{49}{81}$ $\frac{-(-1)^2}{3} = -\frac{1}{3}$	TOČNO TOČNO TOČNO
2. Što znači kvadrirati broj?	Pomnožiti broj samim sobom.
3. Kvadrirajte: $\left(-3\frac{1}{2}\right)^2$	$\left(-3\frac{1}{2}\right)^2 = 3\frac{1}{2}$

Slika 4. Primjer učeničkog rada.

Iz učeničkog rješenja (slika 4) uočavamo da učenik zna što znači kvadrirati broj, ali pri rješavanju zadataka nailazi na prepreke. Zapravo, učenik ne primjenjuje pravilo za računanje s potencijama racionalnih baza i nenegativnih cjelobrojnih eksponenta na ispravan način. Povratne informacije trebale bi biti usmjerene na uočavanje pogrešaka i njihovo ispravljanje. Učitelj može postaviti pitanja učeniku:

- Je li 8^2 isto što i -8^2 ? Zašto?
- Kako kvadriramo razlomak ako je zagrada izostavljena, a kako kada se cijeli razlomak nalazi u zagradi?

Zadatak. *Krajnje su točke promjera kružnice (6, 0) i (-6, 0).*

- Kako glase koordinate središta kružnice?*
- Kako glasi jednadžba ove kružnice? Objasnite svoje rješenje.*
- Točka na ovoj kružnici ima koordinate (2, m). Napišite moguće vrijednosti za m. Objasnite svoje rješenje.*

U zadatku koji se sastoji od više podzadataka učenik može iskusiti brojne poteškoće. Primjerice, učenik pogrešno određuje jednadžbu kružnice ili ne odgovara na pitanje. Na primjer, učenik piše $x^2 + y^2 = 6$. Kako bi ga potaknuo na ispravljanje pogrešaka, učitelj može oblikovati povratnu informaciju na sljedeći način:

- Koje su koordinate središta?

- Što već znate o kružnici?
- Kako možete prikazati ove podatke?
- Kako možete koristiti ove podatke za provjeru?
- Je li dobivena jednadžba točna?
- Možda će vam pomoći ako skicirate kružnicu.
- Matematički odredite koordinate točaka (x, y) . Opišite svoju metodu.

S druge strane, ako učenik daje malo objašnjenja u odgovorima, učitelj ga može usmjeriti tako da učenik zapiše još neka objašnjenja za osobu koja nije upoznata s matematikom.

Dakle, povratne informacije stvaraju temelj za usmjeravanje učenika u daljnjem unaprjeđivanju i poboljšavanju učenja. Povratna informacija neizostavno je dio vrednovanja za učenje. Upravo nas je rad s učiteljima matematike u okviru projekta SURFRIMA Hrvatske zaklade za znanost (IP-2018-01-8363) potaknuo na izučavanje uloge i važnosti koju ima povratna informacija u svakodnevnoj nastavi. Učitelji koji su sudjelovali u projektu nastojali su poboljšati kvalitetu svoje nastave dajući učinkovite povratne informacije, a sve radi poboljšanja učeničkih postignuća. Dati kvalitetnu povratnu informaciju, kao što smo opisali, može postati dio rutine svakog učitelja, no to se također treba kontinuirano vježbati.

LITERATURA

- 1/ I. Batrac (2021.): *Vrednovanja u nastavi matematike*, Diplomski rad, Odjel za matematiku Sveučilišta u Osijeku, Osijek.
- 2/ D. Carless (2006.): Differing perceptions in the feedback process, *Studies in Higher Education*, 31(2), str. 219.–233.
- 3/ J. Hattie (2009.): *Visible learning: A synthesis of 800+ meta-analyses on achievement*, Routledge, New York.
- 4/ J. Hattie (2012.): *Visible learning for teachers: Maximizing impact on learning*, Routledge, New York.
- 5/ J. Hattie, H. Timperley (2007.): The power of feedback, *Review of Educational Research*, 77(1), str. 81.–112.
- 6/ J. Hattie, K. Zierer (2019.): *Visible learning insights*, Routledge, New York.
- 7/ M. Small (2009.): *Math that matters: Targeted assessment and feedback for grades 3-8*, Teachers College Press, New York.
- 8/ M. Swan (2005.): *Improving learning in mathematics: Challenges and strategies*, Teaching and Learning Division, Department for Education and Skills Standards Unit, Sheffield.