

Kritički pogled na ogleadni ispit državne mature

Šime Šuljić, Zadar

Otkako je uvedena državna matura 2010. godine, ispit iz matematike nije bitnije mijenjan sve do mature koja će uslijediti 2022. godine. Državna matura je gotovo jedina stvarna promjena koja se dogodila u našim srednjim školama u posljednjih trideset godina, do aktualne kurikularne reforme. Bio sam i ostao zagovornik mature kao vanjskog vrednovanja znanja. Matura je donijela više pozitivnih pomaka u sustavu:

- ujednačenost i pravednost ocjenjivanja učenika, dobru distribuciju bodova na velikom broju učenika
- transformaciju odnosa učenika i nastavnika u partnerski odnos sa zajedničkim ciljem
- stvaranje veće odgovornosti za uspjeh kod učenika i nastavnika, ali i razgraničenje tih odgovornosti
- strogu proceduru provođenja testa koja se donekle odrazila i na provođenje školskih ispita
- kvalitetniju zamjenu za prijamni ispit za fakultete.

Makar mnogi prigovaraju da je glavna uloga mature postala prijamni ispit, i tu je matura napravila veliki boljitak. Čak je i iz matematike bilo svakakvih prijamnih ispita na raznim fakultetima, od izvrsnih FER-ovih do jako loših na nekim fakultetima.

Naravno ima i negativnih posljedica. Učenje za ispit koristeći se uslugama obrta za poduku, a ne učenje predmeta kao takvog gotovo je nemoguće izbjeći. Nastavnici matematike najčešće se žale na "sramotno" nizak prag prolaznosti, koji se određuje na-



kon dobivenih rezultata. Obično odgovaram propitanjem. Kako to da netko tko je četiri razreda srednje škole svladao po kriteriju 50% za dovoljan, sada ne može preskočiti prepreku od 25%? A takvih nije malo! Nisu oni ni školske testove, koji obuhvaćaju tek jedno poglavlje udžbenika svladavali s traženim postotkom. Tu se gotovo uvijek radilo o famoznom "ispravljanju". Fenomenu koji bi trebalo što prije ukinuti kako bi nastava matematike ozdravila. Mislim da je takvo određivanje praga prolaznosti pravedno, ali prije svega realno i jedino moguće. Matematika je zahtjevna disciplina, može nas tištiti što je najniži prag prolaznosti iz matematike, ali isto tako na testu iz matematike učenici postižu veću stopostotnu riješenost nego na svim ostalim testovima zajedno! Učenici koji postižu visoke rezultate na testu iz matematike uglavnom ne idu na posebne pripreme za maturu ili na instrukcije. Znanje nose iz učionice, bolje rečeno iz učionica tijekom 12 godina školovanja.

Šime Šuljić, prof. matematike, Gimnazija Franje Petrića, Zadar, simesu@gmail.com

Novi ispitni katalog

O ispitnom katalogu pisano je u prethodnom broju MiŠ-a, a objavljeni ogledni ispit za maturu 2022. (<https://www.ncvvo.hr/ispitni-katalozi-za-drzavnu-maturu-2021-2022>) čini mi se zgodna prilika da se iskaže *kritičko mišljenje* o ispitu iz matematike, kada se taj pojam već toliko provlači u svim raspravama i dokumentima o obrazovanju. Svjestan sam toga da se pod jedinstvenim pojmom kriju različita značenja, pa bi ovaj članak trebalo više promatrati kao običan kritički osvrt. I to ne na temelju sustavne teorijske podloge, već kao upućivanje na ono što *bode oči*. Da se malo pozabavim ispitnim katalogom i oglednim ispitom iz matematike na višoj razini, ponukala me je objava bivše ministricе Blaženke Divjak na Facebooku: *Novi kurikulumi u sklopu kurikularne reforme "Škola za život" doneseni su početkom 2019. i od jeseni te godine sukcesivno su se uvodili u osnovne i srednje škole. Iduće će godine na državnu maturu po prvi puta maturanti koji su u srednjoj školi tri godine radili po novim kurikulumima u kojima je veći naglasak na rješavanje problema i kritičko razmišljanje.* (9. 7. 2021.) Naravno, tu se ne misli samo na matematiku, ali baš me je zanimalo ima li ovaj test više zadataka koji se ubrajaju u kategoriju *rješavanje problema*. Prema prvom dojmu ne bih se složio, odnosno ako i postoje, oni se zapravo ubrajaju u jednostavne probleme koje može riješiti i osnovnoškolac. Uočljivo je:

1. Dio gradiva je izostavljen, zbog čega je i knjižica formula reducirana. Vjerojatno je razlog taj što je većina ovogodišnjih maturanata ušla u kurikularnu reformu s trećim razredom. Time su izgubili dio nastavnih sadržaja koji je iz trećeg razreda prebačen u drugi razred. Na stanovit se način sada priznaje da je to bila ishitrena i nedovoljno promišljena odluka. Valja napomenuti da se i ranije u ispitu na višoj razini pojedine cjeline nisu nikad pojavljivale.
2. Bitno je **povećan broj zadataka višestrukog izbora**, s dosadašnjih 15 na 24 (za 60 %).
3. Prema mojem subjektivnom dojmu **povećan je broj trivijalnih zadataka**. Ako objektivno i nije, zadatci višestrukog izbora lako mogu postati trivijalni uz mogućnost uvrštavanja ponuđenih odgovora.

Zadatci višestrukog izbora ili zadatci slobodnog pogađanja?

U vezi s izostankom nastavnih sadržaja nema se što reći, učenici ne bi trebali biti zakinuti zbog možebitne ishitrene odluke o uvođenju reforme na preskok, ali sasvim su druga priča zadatci višestrukog izbora bez negativnih bodova za pogrešan odgovor.

Drugim riječima, radi se o zadacima s mogućnošću pogađanja točnog odgovora. Ako su četiri ponuđena odgovora, vjerojatnost pogotka je 0.25 u jednom zadatku. Očekivani broj točnih odgovora, a da se niti jedan zadatak od njih 24 i ne pročita, nego se samo zaokruži po jedan odgovor, jest 6! Ali u nekom konkretnom slučaju vjerojatnost pogotka može biti i 50 % jer se ponekad iz aviona vidi da dva odgovora nikako ne mogu biti rješenje zadatka! Pitamo li se pak kolika je vjerojatnost da će od dva zadatka učenik pogoditi bar jedan točan odgovor, onda to nije teško otkriti. Vjerojatnost pogreške u jednom zadatku je $\frac{3}{4}$, vjerojatnost pogreške u drugom isto $\frac{3}{4}$, pa je vjerojatnost dvostruke pogreške $\frac{9}{16}$. Komplement toga je barem jedan točan odgovor, vjerojatnost da će od dva zadatka pogoditi bar jedan odgovor je $\frac{7}{16}$. Mogli bismo tako nastaviti dalje, a to nas onda dovodi do vjerojatnosti pojavljivanja događaja kod ponavljajućih pokusa, odnosno do Bernoullijeve sheme. Da ćete pogoditi odgovore na bar četiri od 24 zadatka, vjerojatnost iznosi vrlo visokih 0.88. Možete se "poigrati" apletom koji sam još ranije izradio baš zbog zadataka "na pogađanje" na stranici <https://www.geogebra.org/m/Vvzysbsa>.

Teorijska bi vjerojatnost na velikom uzorku bila i potvrđena, a broj kandidata na maturi upravo je tako velik uzorak. Međutim, znatno je važnije što se događa na razini pojedinca. Netko će pogoditi možda samo jedan od 24 točna odgovora iako je vjerojatnost 0.88 da će pogoditi najmanje četiri. Drugi će pogoditi odgovore i na više od deset zadataka jer će *imati sreće*. Hoće li neki maturant "upasti" na odabrani studij često ovisi i o samo jednom bodu na ispitu iz matematike. Strogo provedena matura (kako se zadnjih godina provodi) ima anti-koruptivni karakter i osigurava pravedan upis na

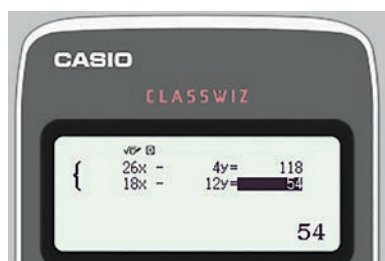
fakultete. Je li nam kao društvu važno da odgovorne i složenije pozicije zauzimaju nesposobniji i manje vrijedni? Vrijeme je da se pogađanje na maturi svede na najmanju moguću mjeru, a ne da se srećkovićima daje vjetar u leđa.

Razmišljajući tako, s nevjericom otkrivam u oglednom ispitu zadatak višestrukog izbora koji baš govori o tom problemu:

Zadatak 6. *Ispit na natjecanju iz matematike sadrži 30 zadataka. Svaki točno riješen zadatak boduje se jednim brojem bodova, a svaki netočno riješen određenim brojem negativnih bodova. Marko i Petar rješavali su sve zadatke u ispitu. Marko je točno riješio 26 zadataka i ostvario 118 bodova, a Petar je ostvario 54 boda s 18 točno riješenih zadataka. S koliko se negativnih bodova boduje svaki netočno riješen zadatak?*

Ponudeni odgovori su redom 2, 3, 4 i 5 negativnih bodova. Izgleda da je ispitno povjerenstvo svjesno problema, ali staviti taj zadatak u ispit državne mature na kojoj nema negativnih bodova za pogrešan odgovor, čini mi se ironično i drsko. Pristupnici mogu sa smiješkom reći kako su sretni jer mogu pogađati do mile volje sve što ne znaju. Ili će nekoga od njih nekoliko desetaka tisuća uloviti panika, pa na samom testu neće zaokružiti odgovor koji zna, ali nije potpuno siguran? Stresna je to situacija za takve igrarije.

Zadatak jest svojevrсно rješavanje problema svodenjem na sustav linearnih jednadžbi. Obraduje se u prvom razredu srednje škole, ali sa sustavom jednadžbi ovogodišnji su se maturanti sreli još u sedmom razredu osnovne škole i mnogi će od njih izravno postaviti sustav jednadžbi i zapisati ga u kalkulator (slika 1).



Slika 1.

Napomena: namjerno sam posegnuo baš za ovim modelom kalkulatora koji je na maturi dopušten, a vjerojatno ga ima velika većina pristupnika mature. Pritiskom gumba = kalkulator daje $x = 5$ i $y = 3$. Znači pet bodova za točno rješenje i tri negativna boda za svaki pogrešno zaokružen odgovor je ispravan odgovor. Usput, previše su tri negativna boda! Po svemu sudeći sastavljači se igraju strogoće, iako ne znamo koliko je u primjeru ponuđeno točnih odgovora. U slučaju kada se zadatak boduje s 5 bodova za točan odgovor, a ponuđena su četiri odgovora, pravedno bi bilo oduzeti $1/3$ od 5, što iznosi približno 1.67 bodova za pogrešan odgovor.

Osim pravednosti pri vanjskom vrednovanju bitan je ukupni rezultat populacije, odnosno koliki postotak učenika na nacionalnoj razini ili na razini škole zna riješiti neki zadatak. Recimo da nam je poznato kako je taj konkretni zadatak točno zaokružilo 65 % pristupnika. Mi ne možemo kazati da ih isto toliko zna riješiti jer ih je 15 % možda pogodilo, pa proizlazi da tek svaki drugi učenik zna to postaviti i riješiti. 24 zadatka višestrukog izbora čine gotovo polovicu ispita i mi za toliki dio ispita nemamo vjerodostojnu povratnu informaciju. Istina, postoji matematički model kojim se može s velikom točnošću na razini cjelokupne populacije odrediti koliki je postotak učenika stvarno znao, a koliki pogodio. Na razini škole to nije moguće, a pogotovo ne na razini pojedinca. Podsjećam, taj je ispit propusnica na fakultet. Je li pravedna?

Kalkulatori s prirodnim zapisom i velikom snagom

U ispitu moraju postojati vrlo jednostavni zadatci za koje očekujemo da će ih riješiti svi ili gotovo svi učenici. No, trebaju li biti uključeni baš takvi poput prvog zadatka u kojem se traži samo čitanje aritmetičkih operacija i njihovo "prepisivanje" pomoću tipki kalkulatora na zaslon kalkulatora?

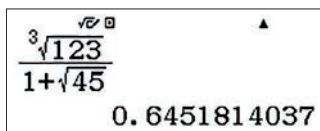
Zadatak 1. *Koja je vrijednost broja*

$$\frac{\sqrt[3]{123}}{1 + \sqrt{45}}$$

zaokružena na tri decimale?

A. 0.645 B. 1.653 C. 5.062 D. 11.681

Iako se u zadatku govori o zaokruživanju broja, iz ponuđenih je odgovora jasno da se zaokruživanje u biti ne traži. Ovdje se isključivo traži umijeće upisivanja zadanog izraza u kalkulator, a dobro znamo da to nisu više kalkulatori od prije nekoliko desetljeća s obrnutom notacijom i s mogućnošću izračunavanja jedne po jedne operacije, što je tražilo dobro promišljanje redoslijeda i svojstava računskih operacija. Može li uopće netko na tom zadatku pogriješiti ako ga krene izračunavati kalkulatorom? Može nešto krivo upisati, ali gotovo je nemoguće dobiti jedan od triju ponuđenih netočnih odgovora.



Slika 2.

Ali nije to jedini zadatak rješiv kalkulatorom, kako se čini na prvi pogled. Moćne su to "zvijeri". Gotovo na razini *PhotoMatha*, samo bez očitavanja zadatka putem kamere! Ima još zadataka koje može riješiti učenik i bez odgovarajućih matematičkih kompetencija koje se maturom utvrđuju. Izdvojit ću neke zadatke.

Zadatak 26. *Koliko je $|6 - 8i|$?*

Odgovor daje kalkulator, a učenik ga prepisuje na crtu za odgovor.



Slika 3.

Zadatak 30.1. *Nacrtajte graf funkcije*

$$f(x) = \log_2(x+1).$$

Odgovor u dvije sličice, zapis funkcije i tablica vrijednosti prikazani su na slici 4.



Slika 4.

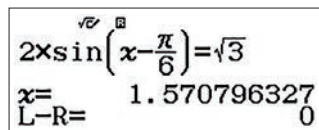
Neki modeli kalkulatora mogu i nacrtati graf, ali takvi kalkulatori nisu na maturi dopušteni. Mogućnost upisa funkcije i dobivanja tablice vrijednosti, s proizvoljnim vrijednostima sasvim je dovoljna. Pritom učenik ne mora mariti ni za prirodno područje definicije kao kod logaritamske funkcije, a niti za osobite točke kod recimo kvadratne funkcije. Kalkulator će izbaciti za slučaj nedefiniranosti funkcije ERROR, a s druge strane dobivene točke izvan danog koordinatnog sustava učenik neće crtati.

Zadatak 31.2. *Koja su rješenja jednadžbe*

$$2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3}$$

na intervalu $\langle 0, \pi \rangle$?

Čak i ovakve trigonometrijske jednadžbe kalkulator uspješno rješava. Evo snimke zaslona s upisanom jednadžbom i rješenjem u decimalnoj aproksimaciji broja $\frac{\pi}{2}$. Istina, ostaje pitanje drugog rješenja ove jednadžbe.



Slika 5.

Napomena: ključ ovog zapisa i rješenja je alternativni zapis znaka $=$ i SOLVE.

Zadatak 36.1. *Riješite nejednadžbu $x^2 - 7x > 0$ i rješenje zapišite uz pomoć intervala.*

Zgodan srednjoškolski zadatak koji se može riješiti na nekoliko načina. Recimo grafički ili rastaviti na faktore pa logički. Ali može i upisivanjem sljedećeg niza znakova:



Slika 6.

To izgleda kao besmislen algoritam znakova, ali riječ je o interakciji sa zaslonom kôu vrlo brzo usvoji onaj koji ima jasan cilj, riješiti nejednadžbu. I doista, kalkulator daje rješenje: $x < 0$, $7 < x$. Naravno da se ne zalažem za ovakav način rješavanja, ali mi izgleda nismo svjesni nastalih okolnosti.

Šablonizirani zadatci

Nije mi namjera kritizirati zadatke radi kritike, sve redom. U prva 24 zadatka, ali i u ostatku testa ima dobrih, zgodno postavljenih, pa i lijepih zadataka. Što je osobito bitno, ima zadataka koji na kraju dvanaestogodišnjeg školovanja provjeravaju ono što na maturi treba provjeravati. Dotaknuo bih se samo nekolicine koji su trenutno u modi, a koji možda nemaju neki osobito veliki smisao za sam nastavni predmet. Ma koliko smatrali matematiku okoštanim predmetom, nije bilo desetljeća da ju ne zahvati neka pomodnost. Otkako su počeli nacionalni ispiti i državna matura, vjerojatno nije bilo testa iz matematike bez formule koja simulira neku prirodnu ili društvenu pojavu te je trebalo odrediti vrijednost funkcije za zadani argument ili argument iz dane vrijednosti funkcije. Kurikularna reforma primjeni matematike u životu i drugim disciplinama pridaje ključno mjesto pa u tom smislu izdvajam jedan zadatak.

Zadatak 15. Aktivnost ugljika računa se prema izrazu $A = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$. Pritom je t starost nekog organskog materijala izražena u godinama, $T = 5730$ godina vrijeme poluraspada radioaktivnog ugljika $^{14}_6\text{C}$ i $A_0 = 250 \text{ Bq}$ aktivnost ugljika $^{14}_6\text{C}$ u živom organizmu po jedinici mase. Kolika je starost organskog materijala koji pokazuje aktivnost ugljika $^{14}_6\text{C}$ od $A = 140 \text{ Bq}$ po jedinici mase?

Napomena: Bq (Becquerel) mjerna je jedinica za aktivnost ugljika $^{14}_6\text{C}$.

- A. 1443 godine B. 4793 godine
C. 13 725 godina D. 22 755 godina

Zadatak izgleda složen i traži podosta vremena da se u tekstu punom stručnih pojmova, simbola, mjernih jedinica i formule polovi konce. Na kraju je tu i napomena konfuzno napisana kao da je riječ o definiciji Becquerela, koji se ako je riječ o mjernoj

jedinici piše zapravo *bekere!*. Eto kako može biti sklizak izlazak na teren drugih nastavnih disciplina, ali matematika po svojoj naravi razgrće šumu svih podataka, činjenica i tvrdnji i pronalazi obrazac ili model kojim rješava problem. Apstrahiranje je bit matematike, ali učenik sklon apstrahiranju, koji prepoznaje tip zadatka može reći: Aha, formula je tu, pa da vidimo koja se veličina traži, bez velikog zamaranja. Četiri su veličine: A , A_0 , t i T . Traži se t i ta je nepoznanica u eksponentu, znači riječ je o eksponencijalnoj jednadžbi koju se može riješiti uz pomoć logaritmiranja. Ali čemu se mučiti logaritmiranjem uz ponuđene odgovore i bilo kakav kalkulator? Krenimo s prvim odgovorom:

$$250 \times 2^{\frac{1443}{5730}} = 209.957254$$

Slika 7.

Taj rezultat ne daje zadani $A = 140$. Uvrstimo drugi ponuđeni odgovor:

$$250 \times 2^{\frac{4793}{5730}} = 140.0025787$$

Slika 8.

Znači odgovor B je točan! Dakle bez logaritama, bez nekog velikog razumijevanja samog problema i njegova značenja. Štoviše moglo je i bez kalkulatora, napamet. Množenjem broja 250 potencijom broja dva potrebno je dobiti umnožak 140, ugrubo polovinu od 250, a to samo može ako je eksponent nad bazom 2 otprilike -1 . Jedino se odgovor B uklapa.

Ima li učenik moderan kalkulator i ponešto umijeća rukovanja njime, može i ovako:

$$140 = 250 \times 2^{\frac{x}{5730}} \\ x = 4793.152264$$

Slika 9.

Shvaćam da cilj matematike može biti "razgrnuti" sve što se u nekom problemu javlja i otkriti mate-

11. NUKLEARNA FIZIKA - ZADACI

665

32. Kolika je starost predmeta organskog porijekla koji pokazuje aktivnost ugljika ^{14}C od 140Bq po jedinici mase, ako je ta aktivnost u živom organizmu 250Bq po istoj jedinici mase? Vrijeme poluraspada radioaktivnog ugljika je 5730 godina.

R: 4793 godine

Slika 10.

matički model. Međutim jezik i stil kojim je ovaj zadatak napisan vrlo je nezgrapčan, pa i zamoran, kao da namjerno postavlja prepreke da učenik dođe do cilja. Za usporedbu navodim izvornik baš ovog, istog (!) zadatka iz popularne "Plave zbirke" iz Fizike Nade Brković (slika 10).

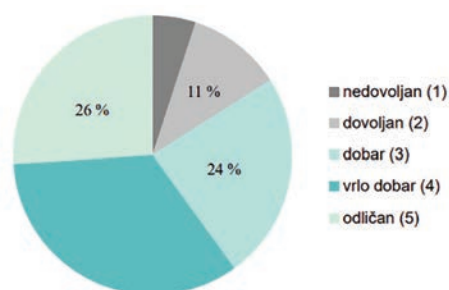
Obrazovni ishodi i pridruženi im zadatci

Kada smo već kod matematičkog pojma funkcije, ona se može primijeniti ne samo kao pridruživanje realnih broja realnim brojevima. Možemo promatrati pridruživanje ispitnih zadataka oglednog ispita obrazovnim ishodima ispitnog kataloga. Odmah imamo onu težu inačicu problema, znamo zadatak, odnosno vrijednost funkcije, a nije nam poznat ishod kojem je pridružen. Moglo bi biti da se tim zadatakom željela provjeriti usvojenost jednog od ovih triju ishoda:

1. *Modelira eksponencijalnom i logaritamskom jednadžbom* (MAT SŠ B.3.4.). Ne, učenik ovdje ništa ne "modelira", sve mu je servirano, izmodelirano. Samo uvrštava, ne stvara sam model.
2. *Primjenjuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju* (MAT SŠ B.3.3., MAT SŠ C.3.2.). Da nisu ponuđeni odgovori, bilo bi nužno primijeniti logaritamsku funkciju za izračunavanje vremena, a nije riječ ni o primjeni eksponencijalne funkcije od strane učenika.
3. *Primjenjuje pravila za računanje s potencijama racionalnoga eksponenta* (MAT SŠ A.3.1., MAT SŠ B.3.1.). Javlja se racionalni eksponent, ali za nalaženje rješenja ne treba znati pravila za računanje s potencijama.

Zadatak 38.2. Kružnim je dijagramom prikazana raspodjela ocjena završne provjere znanja 280 ma-

turanata. Kolika je prosječna ocjena svih maturanata ako je njih 60 % dobilo ocjenu vrlo dobar ili odličan?



Slika 11.

Zadatak 38.2. donekle se razlikuje od prijašnjih zadataka iz domene **podatci**. On bi mogao biti odraz novog matematičkog kurikula koji cilja na ishod *Barata podacima prikazanim na različite načine* (MAT SŠ E.1.1.). Ne znam koliko je ovdje uopće bio potreban kružni dijagram umjesto iskaza tekstom da je dovoljnih 11 %, dobrih 24 %, vrlo dobrih i odličnih zajedno 60 %, a samo odličnih 26 %, dok ostatak ima ocjenu nedovoljan. Vjerujem da bi znatan broj učenika osnovne škole po starom programu lako očitao ovaj dijagram i zaključio da se broj učenika s vrlo dobrim ocjenama dobije tako da se od 60 % oduzme 26 % i dobije 34 %, a nedovoljnih je 5 %, da bi ukupno bilo 100 %. Prosječne ocjene načelno bi, radi preciznosti, trebalo izračunavati na temelju broja učenika, ali ovdje se jednak rezultat dobije i ako to ne činimo (vidi sljedeće dvije sličice zaslona kalkulatora). Predviđena dva boda morat će se dati i onome tko nije gubio vrijeme na precizan postupak.

$$\frac{14 + 31 \times 2 + 67 \times 3 + 95 \times 4}{280}$$

3.65

$$\frac{5 \times 1 + 11 \times 2 + 24 \times 3 + 34 \times 4}{100}$$

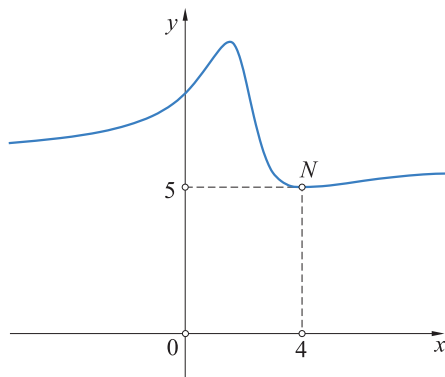
3.65

Slika 12.

Učenik koji razumije pojam postotka i zna ih izračunavati, koji razumije aritmetičku sredinu i dovoljno je uporan, riješit će taj zadatak. I to čak učenik prvog razreda srednje škole po starom programu. Dio učenika zasigurno neće. Koliki će to postotak biti u odnosu na stari program svakako bi bio zanimljiv podatak. Osobno se bojim da takozvana usmjerenost na učenika i njegove kompetencije, odnosno u ovom slučaju nemušto skovan ishod “barata podacima prikazanim na različite načine” neće puno pomoći.

Zadatak 40. *povezuje derivaciju funkcije i crtanje grafa funkcije* (MAT SŠ B.4.7.) ili možda *primjenjuje derivaciju funkcije u problemskim situacijama* – pitanje je sad. Vjerojatno ono prvo, ali način na koji je zadan, u neku ruku obrnuto s danim grafom i jednim ekstremom bit će mnogima čista problemska situacija zbog čega bi vjerojatno vrlo malen broj učenika to riješio. I to je u redu, takvih zadataka mora biti u dobrom testu. Samo to onda ne može i ne mora značiti da onaj koji nije riješio ovaj zadatak *ne povezuje derivaciju funkcije i crtanje grafa*. Dapače, može to jako dobro znati, ali mu se u tako postavljenom zadatku neće dogoditi onaj spasonosni aha-efekt.

Zadatak 40. Na slici je prikazan graf funkcije $f(x) = \frac{B - 4x}{x^2 - 4x + 5} + C$ gdje su B i C realni brojevi. U točki N funkcija postiže lokalni minimum. Odredite koordinate točke u kojoj funkcija f postiže lokalni maksimum.



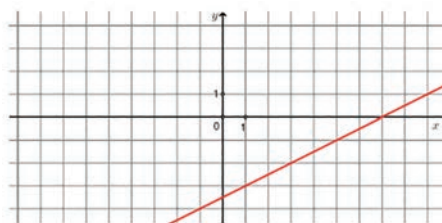
Slika 13.

Ovaj jako zgodan i intrigantan zadatak pokazuje kako se umijeće postavljanja matematičkih zada-

taka razvijano tijekom stoljeća duboko ukorijenilo u školsku matematiku. Ta maštovita, dovitljiva, zagonetna i kreativna strana matematike ne bi trebala ustuknuti pred nezgrapnim i redukcionistički pisanim obrazovnim ishodima. Štoviše, možda bi trebalo preispitati svrhu i smisao obrazovnih ishoda u tako specifičnom predmetu kakav je matematika. Ili pomoći nastavnicima da uvide svrhu i smisao.

Koordinatne osi bez brojeva

Na slikama koordinatnog sustava kakav se javlja na ispitima državne mature nema brojeva na koordinatnim osima, osim nule u ishodištu i jedinica na osima. To je sasvim dovoljno, time je mjera definirana. Ali ako smo toliko toga učenicima servirali, pojednostavnili, omogućili da lako mnoge zadatke riješe kalkulatorom, ne vidim razloga da se i tu ne nađe koja brojka više da ne dođe do gubitka boda zbog prebrojavanja kvadratića koordinatne mreže.



Slika 14.

Analiza rezultata i kritičko mišljenje

Nadam se da se rezultati sljedećeg ispita državne mature neće koristiti u svrhu dokazivanja da je reforma polučila bolji rezultat i višu prolaznost jer s tako strukturiranim zadacima, izostavljanjem dijela nastavnih sadržaja, trivijalizacijom nekih zadataka, s izostankom problemskih zadataka rezultat na višoj razini matematike ne može biti lošiji od prethodnih nastavnih sadržaja. Što je, tu je. Očekujem barem **dubinsku analizu rezultata** i pokretanje **kritičkoga razmišljanja** u matematičkoj zajednici.