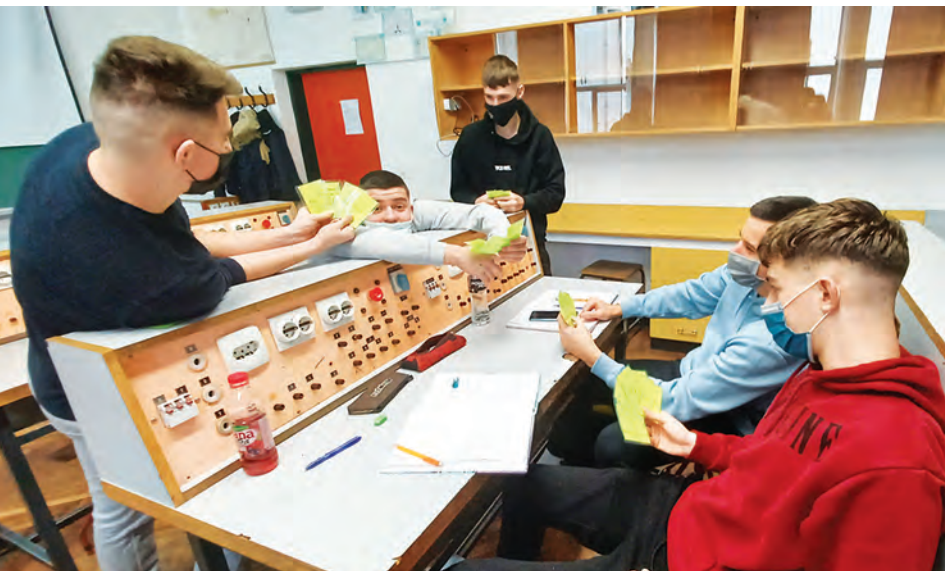


Kartanje funkcijama

– primjer iz nastavne prakse



Vlatka Hižman-Tržić,
Virovitica

Posljednja dva nastavna sata u prvom polugodištu naporne 2021. godine željela sam s učenicima 4. razreda elektrotehničara provesti u nešto ležernijem ozračju pa su nastavni materijali bile dvije vrste ručno plastificiranih karata.

Zaboravljene karte

Razmišljajući kako nakon obrade nastavne jedinice *Svojstva funkcija* pripremiti posljednja dva sata prvog polugodišta u 4. razredu elektrotehničara, sjetila sam se zaboravljenih karata koje se nalaze negdje u ormaru učionice matematike u koju od početka pandemije covid-19 bolesti uđem najviše dva puta tjedno. Gotovo sam zaboravila da sam ih izradila i plastificirala još za Večer matematike 2017. godine prema uputama iz dobivenih materijala organizatorica Tanje Soucie i Ivane Katalenac (materijali su iz 2016. godine, a autorica je Sanja Antoliš). Nakon što su kartaške igre, u originalu *Crni Petar linearna* i *Crni Petar sve funkcije*, dobro prihvatili sudionici Večeri matematike 2017. godine, pospremljene su u ormar i prepuštene zaboravu.

Primjena u razredu

Budući da je posljednjega dana prvog polugodišta na nastavi matematike u 4. e bilo nazočno 9 od ukupno 19 učenika (zbog izolacije, samoizolacije, a bio je zakazan i test iz fizike), kartanje mi se učinilo jako dobrim odabirom. Malobrojnim učenicima najavila sam da je ishod sata pridružiti analitičkom zapisu – formuli, odgovarajući grafički prikaz funkcije i primjenjivati svojstva funkcija, a taj ćemo ishod ostvariti kartajući *Crni Petar*. Čudno su me pogledali kada sam im umjesto "pravih karata" pokazala hrpicu zelenih i narančastih karata, a jedan je učenik dobio: "To mi se baš i ne sviđa".

Učenike sam podijelila u dvije skupine. Petorica po uspjehu lošijih igrali su *Crni Petar linearna* s 40 zelenih karata – na 20 karata su grafički prikazi različitih

pravaca, a na 20 karata njihova pravila pridruživanja – formule i karta Crni Petar. Četvorica boljih igrali su *Crni Petar sve funkcije* s 24 narančaste karte – na 12 su grafički prikazi različitih funkcija $f(x) = x$, $f(x) = |x|$, $f(x) = \frac{1}{x}$, $f(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = x^2$, $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$, $f(x) = \operatorname{tg} x$, $f(x) = 2^x$, $f(x) = \log_2 x$, $f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^x$, $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$, na 12 karata njihove formule te karta Crni Petar. Objasnila sam pravila i igra je mogla početi. Igrači su među sobom podijelili po 4 karte, a ostatak karata odložili su na sredinu stola. Ako je igrač među svojim kartama pronašao par (pravilo pridruživanja i odgovarajući graf), pokazao ga je ostalim igračima i odložio na stranu. Igrači su zatim redom izvlačili po jednu kartu, najprije one sa sredine stola, a zatim od igrača s desne strane i pronalazili parove. Cilj igre je da jednom igraču ostane samo karta Crni Petar koja nema svoga para te je on izgubio.

Poteškoće

Ispostavilo se da učenici završnoga razreda tehničke škole imaju velike probleme kako s prepoznavanjem grafičkog prikaza linearnih funkcija, tako i s grafičkim prikazom ostalih elementarnih funkcija koje su učili tijekom svoga srednjoškolskog obrazovanja. Brzo su uslijedila njihova brojna pitanja: Je li ovo par? A ovo? A zašto to nije par? Učenici su, kao i ja, bili frustrirani jer su tako puno zaboravili.

Morala sam mnogo pomagati – podsjetiti učenike kako će razlikovati rastuću od padajuće linearne funkcije, što predstavlja odsječak na osi y i da osim rasta i odsječka na osi y treba pripaziti i na nul-točku. Razlikovanje grafova eksponencijalne i logaritamske funkcije čija je baza veća od 1 ili iz intervala $(0, 1)$ bio je još veći problem – “To smo radili kad smo bili *online*.” Bilo je učenika koji nisu uspjeli razlikovati sinusoidu od kosinusoide!

Skupina koja je kartala *Crni Petar sve funkcije* završila je svoju igru dok je skupina *Crni Petar linearna* još pokušavala pronaći parove, djelomično i stoga što su imali gotovo dvostruko više karata. Zato su učenici koji su kartali *Crni Petar sve funkcije* po-

kazali i obrazložili parove svojim kolegama koji su kartali *Crni Petar linearna*.

Završna aktivnost i osvrt

Nakon što su složili parove različitih elementarnih funkcija, učenici su promatrajući grafove funkcija analizirali njihova svojstva – na kojim su intervalima funkcije rastuće, a na kojima padajuće, određivali su njihovu domenu i sliku, pronalazili omeđene funkcije, određivali parnost i neparnost te prepoznavali periodične funkcije.



U završnoj aktivnosti obje su skupine promiješale svoje karte i još jednom zajedničkim snagama složile parove grafova i njihovih pravila pridruživanja.

Sada su bili puno zadovoljniji jer su relativno brzo spojili grafove s njihovim jednadžbama. Komentari pred kraj sata bili su: “Baš je bilo super!”, “Bilo je zabavno!”, ali i “Boli me glava od toliko razmišljanja!”.

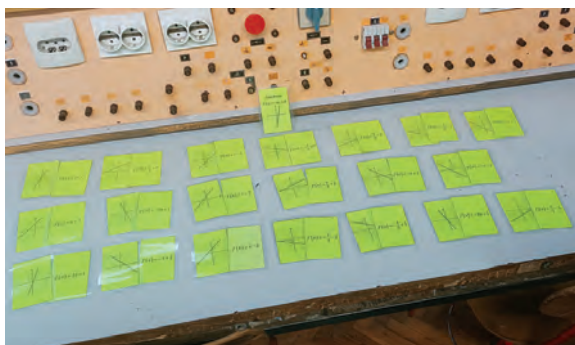
Prednost ove aktivnosti je što su svi sudjelovali i razmišljali, a također i pomagali jedni drugima, pa ću je svakako ponoviti i u drugom polugodištu kada bude nazočno više učenika. Nakon sata sam bila zadovoljna jer su se učenici kroz igru uz dosta moje pomoći ipak uspjeli prisjetiti svojstava elementarnih funkcija, ali i vrlo zabrinuta kako će moji učenici položiti ispit državne mature na osnovnoj razini.

Upotreba karata

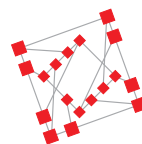
Želite li provesti ovu aktivnost sa svojim učenicima, grafovi i njihove jednačbe zajedno s uputama za igru dostupni su u pdf-u na sljedećim poveznica-ma:

- <https://bit.ly/3mYGvJz>
– Crni Petar sve funkcije
- <https://bit.ly/3JNyTDi>
– Crni Petar linearna.

Potrebno je prilično vremena za izrezivanje i plastificiranje karata, ali se kasnije njima možete višestruko koristiti. Učenici ne moraju baš “kartati” Crni Petar, već mogu jednostavno spajati parove grafova funkcija i odgovarajućih formula. Ako to rade pojedinačno, moguće ih je i vrednovati u elementu matematička komunikacija (formativno ili sumativno). Učenike je moguće i usmeno vrednovati u elementu usvojenost znanja i vještina – od 12 grafova izaberu 3 ili 4 po volji i obrazlože njihova svojstva.



9. Kongres nastavnika matematike Republike Hrvatske



Od 5. do 6. srpnja 2022. godine održat će se **9. kongres nastavnika matematike Republike Hrvatske** u organizaciji Hrvatskog matematičkog društva (HMD-a), Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu (PMF-a) i Agencije za odgoj i obrazovanje (AZOO-a), te pod pokroviteljstvom Ministarstva znanosti i obrazovanja Republike Hrvatske.

Glavna tema skupa je **smisao u matematici**.

U radu skupa sudjelovat će metodičari, nastavnici i učitelji matematike, učitelji razredne nastave, odgajatelji, visokoškolski nastavnici, viši savjetnici Agencije za odgoj i obrazovanje te studenti zainteresirani za nastavu matematike.

Zainteresirani autori mogu predložiti sekcijiska priopćenja (15 minuta), radionice na računalima (60 minuta) i radionice u učionici (90 minuta) te postere. Rok za slanje sažetaka je 20. 4. 2022. Više informacija možete pronaći na stranici <https://www.matematika.hr/9-kongres-nastavnika-matematike/>.