

Kotač kao motivacija za opseg kruga

Diana Cindrić, Skrad



Školski projekt "Kotač"

Učenici i učitelji Osnovne škole Skrad na početku svake školske godine odaberu jednu temu kroz koju će zajednički realizirati školski projekt. Jedna od zanimljivijih tema bila je i tema jednog školskog projekta pod nazivom "Kotač". Učenici su zajedno sa svojim učiteljima tijekom godine u svim predmetima istraživali o pojmu kotača, a pri kraju školske godine održan je integrirani dan na istu temu u kojem su se završavale aktivnosti projekta i održale prezentacije aktivnosti na tom projektu.

Tako su učenici na temu školskog projekta "Kotač" na povijesti istraživali o razvoju kotača kroz povijest, na fizici su izračunavali brzine ovisno o veličini kotača, na biologiji i kemiji istraživali su svojstva materijala od kojih su izrađeni neki kotači, na informatici su pretraživali razne izvore o kotačima, na likovnom su slikali i crtali kotače, na glazbenom

su pisali i uglazbljivali pjesme o kotaču, na tjelesnom su istraživali značenje krugova na olimpijskom znaku dok su na satima hrvatskog jezika, engleskog jezika i njemačkog jezika pisali poeziju i prozu na temu kotača.

Na matematici su učenici 7. razreda istraživali i izvodili formulu za opseg kruga, koristeći se raznim okruglim predmetima kako bi precizno mogli izračunati opseg bilo kojeg kotača ili okruglog oblika. Provedene aktivnosti i rezultati toga istraživanja predstavljeni su svim učenicima škole na sam integrirani dan, a potom i u ovom radu.

Matematički pojmovi korišteni tijekom projekta:

Krug i kružnica, omjeri i proporcije, prikazivanje i analiza podataka, mjerne jedinice za duljinu i površinu, prosječna vrijednost broja, opseg kruga, zapis racionalnih brojeva u decimalnom obliku.

Ishodi učenja iz matematike: Primjenjuje različite zapise racionalnih brojeva, primjenjuje računanje s

racionalnim brojevima, zaokružuje prirodne i decimalne brojeve, računa postotak i primjenjuje postotni račun, primjenjuje proporcionalnost i obrnutu proporcionalnost, odabire strategije za računanje opsega i površine mnogokuta, računa i primjenjuje opseg i površinu kruga i njegovih dijelova, odabire i preračunava odgovarajuće mjerne jedinice, organizira i analizira podatke prikazane dijagramom relativnih frekvencija.

Ishodi ostvarivanja međupredmetnih tema: Učiti kako učiti: učenik može objasniti vrijednost učenja za svoj život, učenik iskazuje pozitivna i visoka očekivanja i vjeruje u svoj uspjeh u učenju, učenik ostvaruje dobru komunikaciju s drugima, uspješno surađuje u različitim situacijama i spreman je zatražiti i ponuditi pomoć, učenik samostalno traži nove informacije iz različitih izvora, transformira ih u novo znanje i uspješno primjenjuje pri rješavanju problema, učenik se koristi različitim strategijama učenja i samostalno ih primjenjuje u ostvarivanju ciljeva učenja i rješavanju problema u svim područjima učenja. Učenik samostalno kritički promišlja i vrednuje ideje

Uporaba informacijske i komunikacijske tehnologije: učenik samostalno odabire odgovarajuću digitalnu tehnologiju, učenik se samostalno koristi raznim uređajima i programima (Excel, GeoGebra), učenik aktivno sudjeluje u oblikovanju vlastitoga sigurnog digitalnog okružja, učenik samostalno provodi jednostavno istraživanje, a uz učiteljevu pomoć složeno istraživanje radi rješavanja problema u digitalnome okružju, učenik uz učiteljevu pomoć ili samostalno odgovorno upravlja prikupljenim informacijama, učenik rješava složenije probleme služeći se digitalnom tehnologijom, učenik imenuje zakone i propise kojima se štiti vlasništvo i propisuje dijeljenje vlastitih sadržaja u digitalnome okružju.

Izlazak iz učionice u školsko dvorište

Učiteljica je na početku rada na projektu izvela učenike na izvanučioničku nastavu u obližnji školski

vt, a učenici su sa sobom ponijeli bilježnice, metar i kalkulator.

Tijekom šetnje naišli su na jezerce oblika kruga. Učenici su dobili zadatak odrediti koliko bi žice bilo potrebno za ograditi to jezerce odnosno odrediti duljinu ruba toga kružnog oblika (učenici su već prije usvojili pojam da je duljina kružnice zapravo opseg kruga te da u stvarnom životu kada trebaju odrediti koliko je žice potrebno za ograditi neki vrt oblika trokuta, kvadrata ili pravokutnika trebaju odrediti duljinu ruba, odnosno opseg toga lika). Učenici su olujom ideja smišljali i upisivali svoja rješenja u bilježnice.

Ideje učenika bile su jako zanimljive, a navest ćemo neke od njih: *uzeti metar pa mjeriti dio po dio kružnice oko jezera i onda te sve dijelove zbrajati; izmjeriti duljinu promjera tog jezera, hodati oko jezera i brojiti korake pa zatim metrom odrediti duljinu pojedinog koraka te pomnožiti broj koraka s duljinom koraka, uzeti jednu dugačku špagu pa obrediti krug oko jezera i onda tu špagu staviti na metar i očitati vrijednost te duljine.*

Učiteljica je pohvalila učenike za kreativna rješenja. Pritom su učenici tražili potencijalne teškoće u realizaciji svojih ideja. Primjerice: obrastao ili nepristupačan teren oko jezera, različite duljine koraka te kako mjerenje zaobljenog oblika ravnim metrom daje samo približnu duljinu njegova ruba.

Učenici su zaključili kako takvim načinom mjerenja neće dobiti točne, već samo približne duljine te da mjerenje metrom dijelova ruba jezera nije dobro rješenje jer metrom mjerimo ravne rubove nekog zaobljenog predmeta. Za mjerenje koracima zaključili su kako neće svaki korak koji naprave oko ruba biti iste duljine. Dakle, za mjerenje rubova okruglih oblika ipak bi trebala neka druga, točnija metoda. Tada je učiteljica predložila učenicima da na sljedećem satu matematike istraže i izvedu formulu za duljinu kružnice s pomoću koje će moći izračunati točniju duljinu ruba nekog okruglog predmeta.

Prije odlaska u učionicu učenici su dobili zadatak izmjeriti podatke o jezercu za svoja prvotna kreativna

rješenja pri određivanju količine žice za ogradu. Na taj će način, kada nauče kako se točno određuje duljina ruba predmeta okruglih oblika, moći usporediti rezultate. Učenici su sada metrom izmjerili duljinu promjera jezerca, metrom su mjerili dio po dio jezerca, a dobiveno su zatim zbrojili te je jedan od učenika koracima mjerio duljinu ruba jezerca.

Mjerenjem su učenici prikupili sljedeće podatke:

Opseg mjeren ravnalom od 1 m je $8 \cdot 1 \text{ m} = 8 \text{ m}$.

Duljina koraka učenika je 0.7 m.

Broj koraka oko jezerca je 10 koraka.

Opseg mjeren koracima je: $0.7 \text{ m} \cdot 10 = 7 \text{ m}$.

Duljina promjera jezerca je: 1.8 m.

U učionici – istraživanje i izračuni

Nastavak započetih matematičkih aktivnosti i istraživanja kružnih oblika učiteljica je preselila u učionicu. Bilo je važno da učenici shvate kako za sve pravilne kružne oblike vrijede iste zakonitosti. Učenici su tako dobili zadatak na sljedeći sat matematike donijeti od kuće neki kružni oblik kao što je kovanica novca, poklopac od staklenke, kotač nekog dječjeg automobila, pepeljara, okrugli tanjurić itd. te komad konopca ili konac, ravnalo, metar, pomično mjerilo, škare i kalkulator.



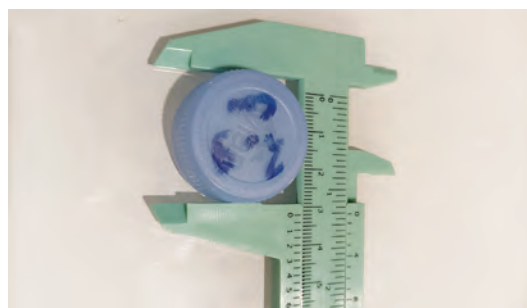
Slika 1. Mjerenje duljine promjera bijelog poklopca pomičnim mjerilom



Slika 2. Mjerenje opsega bijelog poklopca



Slika 3. Očitavanje duljine konca



Slika 4. Mjerenje duljine promjera čepa pomičnim mjerilom



Slika 5. Mjerenje opsega čepa



Slika 6. Očitavanje duljine konca



Slika 7. Mjerenje duljine promjera kutijice pomičnim mjerilom



Slika 11. Mjerenje opsega smeđeg poklopca



Slika 12. Očitavanje duljine konca



Slika 8. Mjerenje opsega kutijice



Slika 9. Očitavanje duljine konca



Slika 13. Mjerenje duljine promjera baze valjka pomičnim mjerilom



Slika 10. Mjerenje duljine promjera smeđeg poklopca pomičnim mjerilom



Slika 14. Mjerenje opsega baze valjka



Slika 15. Očitavanje duljine konca



Slika 16. Grupni rad

U zadanu tablicu učenici su trebali upisati duljinu ruba okruglog predmeta, duljinu promjera te podijeliti izmjerene vrijednosti: duljinu ruba i duljinu promjera toga predmeta, a rezultate dijeljenja zaokružiti na dvije decimale.

Kada su odradili mjerenja i izračune, učenici su dobili zadatak usporediti dobivene količnike s ostalim grupama u razredu te je svaka grupa zapisala što su primijetili dok su uspoređivali svoje rezultate.

Sve su grupe zaključile da su količnici, koje su dobili dijeljenjem duljina promjera i duljina rubova okruglih predmeta, približno isti brojevi koji zaokruženi na cjelobrojnu vrijednost iznose 3. Zatim su sve izmjerene vrijednosti učenici upisali u jednu zajedničku tablicu te izračunali prosječnu vrijednost dobivenih omjera duljine ruba i duljine promjera predmeta (tablica 1).

Uslijedila je rasprava i objašnjenje razloga zašto se u rezultatima javljaju razlike u decimalama te zašto svi nisu dobili jednake nego približno jednake rezultate. Učenici su zaključili da su se odstupanja javila zbog nepravilnih mjerenja i premalo ili previše odrezanog konca, možda i zato što su premalo ili preslabo nategnuli konac tijekom prislanjanja na metar. Učiteljica je objasnila učenicima da su zaista zbog nepreciznog mjerenja dobili približno jednak količnik. Naime, preciznim bi instrumentima za okrugle oblike različitih duljina promjera količnik duljine toga oblika i duljine promjera toga oblika bili uvijek isti broj.

Zaključci istraživanja

Kako bi se učenici uvjerali u nepromjenljivost količnika učenici su dobili zadatak da na svojim tabletima na sljedećoj poveznici <https://www.geogebra.org/m/eex6vtwh> otvore interaktivnu GeoGebrinu simulaciju (autori Ivana Čerina, Damir Belavić, DOS autori).

predmet okruglog oblika	duljina ruba – opseg predmeta (o)	duljina promjera predmeta ($2r$)	omjer duljine ruba i duljine promjera predmeta ($o : 2r$)
bijeli poklopac	25.6 cm	8.3 cm	3.08
čep	10 cm	3.2 cm	3.13
kutijica	21.2 cm	6.6 cm	3.21
smeđi poklopac	24.4 cm	8.2 cm	2.98
valjak	17.6 cm	5.3 cm	3.32
prosječna vrijednost			3.144

Tablica 1. Tablica dobivenih rezultata

Najprije su učenici trebali riješiti zadatak (slika 17), a zatim odrediti količnik opsega i promjera.



Slika 17. Aplet u GeoGebri

Sljedeći zadatak za učenike bio je da na apletu (vidi [2]) pokušaju uočiti duljinu promjera te uočiti omjer opsega i promjera te kružnice. Nakon što su kroz interaktivne simulacije učenici uočavali omjere (količnike) opsega i promjera, došli su do zaključka da je taj količnik uvijek približno jednak **3.14**.

Učiteljica je objasnila učenicima da taj broj zapisujemo grčkim slovom π i da ga čitamo *pi* te da njime računamo približne vrijednosti duljina rubova okruglih oblika tako da ga zaokružimo na dvije decimale.

Nakon GeoGebrine simulacije učenici su dobili zadatak izračunati, tj. izvesti formulu za opseg kruga. Učenici su zaključili da je omjer (količnik) duljine kružnice (opsega) i duljine promjera uvijek isti, tj. da je taj omjer uvijek približno jednak broju π , odnosno da vrijedi jednakost $\frac{o}{2r} = \pi$ te da sređujući taj izraz, izvodimo formulu za izračunavanje opsega kruga $o = 2r\pi$.

Sada su učenici mogli izračunati točan opseg jezerca (koje su mjerili dok su bili izvan učionice u školskom vrtu) koristeći se samo izmjerenom duljinom promjera jezerca.

Na osnovi izmjerene duljine promjera jezerca koji je iznosio 1.8 m, učenici su izračunali da je duljina ruba, odnosno opseg jezerca u školskom vrtu, $o = 1.8 \text{ m} \cdot 3.14$ i da ta duljina iznosi približno 5.7 metara ta da bi za ograditi jezerce trebali oko 6 metara žice (zbog eventualnog otpada). Učenici su izračunali da se njihova procjena, odnosno mjerenje

s pomoću koraka (7 m) i točna vrijednost opsega jezerca (5.7 m) razlikuju za 1.3 metra.

Refleksija učenika

Nakon što su odradili sve predviđene aktivnosti, učenici su trebali napisati po jedan matematički pojam koji su već prije znali, po jedan novi pojam koji su usvojili te po jedan pojam o kojemu bi htjeli još više naučiti. Učenici su napisali da su od prije znali pojmove duljina promjera, opseg, mjerenje duljine, pretvaranje mjernih jedinica za duljinu, da su naučili formulu za izračunavanje opsega nekog predmeta okruglog oblika te kako naučenu formulu primijeniti na rješavanje problema iz svakodnevnog života. Željeli su nešto više naučiti o tome kako je nastao broj π . Svi su se učenici složili da im je učenje kroz istraživanje vrlo zanimljivo i dinamično jer su u istraživanju mogli primijeniti već prije usvojena matematička znanja i vještine. Svidao im se i rad u grupama jer je svaki član grupe odradio svoj zadatak kako bi doprinio rezultatima grupe.

Učiteljica je uputila učenike da postoji i Dan broja π koji se obilježava svake godine simbolično 14. ožujka zbog približne vrijednosti broja π koja iznosi **3.14**.

Sve aktivnosti koje su učenici 7. razreda proveli predstavljene su svim učenicima i učiteljima naše škole u jednom integriranom tematskom danu školskog projekta "Kotač".

LITERATURA

- 1/ Z. Šikić, V. Draženović Žitko, I. Golac Jakopović, B. Goleš, Z. Lobar, M. Marić, T. Nemeth, G. Stajčić, M. Vuković (2019.): *Matematika 7, udžbenik matematike za sedmi razred osnovne škole*, 1. i 2. dio, Profil
- 2/ https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/b504e46e-b7a7-4770-bcae-f6b108769a03/html/10621_Opseg_kruga_i_duljina_kruznog_luka.html
- 3/ <https://www.geogebra.org/m/eex6vtwh>