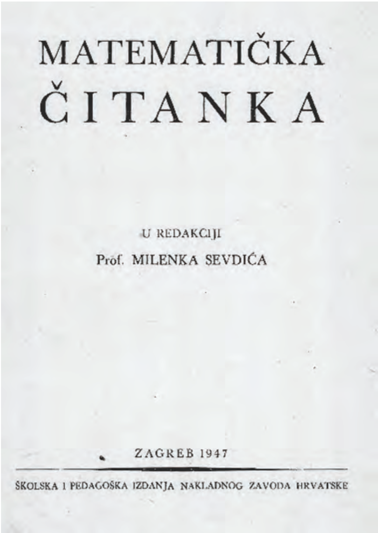
Pronađi broj

Branimir Dakić, Zagreb


MATEMATIČKA
ČITANKA

U REDAKCIJI
Prof. MILENKA SEVDIĆA

ZAGREB 1947

ŠKOLSKA I PEDAGOŠKA IZDANJA NAKLADNOG ZAVODA HRVATSKE

Čeprkajući po starim matematičkim knjigama, naišao sam na jednu zanimljivu knjigu iz davne 1947. godine. Riječ je o **Matematičkoj čitanki** tiskanoj u Zagrebu 1947. godine. Redaktor knjige Milenko Sevdić (1904. – 1978.), prvi urednik Matematičko-fizičkog lista i autor većeg broja popularno-znanstvenih knjiga, nazvao je *Matematičku čitanku* "pomoćnim udžbenikom" smatrajući je dopunom standardnim udžbenicima i namijenjenom nadarenim srednjoškolcima. Knjigu čini poveliki broj, više od 50, tematski raznovrsnih članaka čiji su autori sveučilišni profesori i ugledni srednjoškolski nastavnici matematike onoga doba.
Jedna od tema naslovljena je s **Pogađanje brojeva** (str. 276–280). Nažalost, nije razvidno tko je autor ovog članka u kojemu se nizom primjera rješava zadatak otkrivanja nekog skriveng broja. Sama tema izazovna je i vrlo zanimljiva. Evo jednog primjera preuzetog iz *Matematičke čitanke* u izvornom obliku.

Primjer 1.

III. Pogađanje zamišljenog broja

1. Kažeš nekome: Zamisli broj, uzmi ga još jednom, dodaj tome 4, podieli sa 2, pribroj 7 i sve pomnoži sa 8, oduzmi 12, što izađe podijeli sa 4 i od toga oduzmi 11.

Kada ti kaže, koliki je rezultat dobio, treba od tog rezultata da odbiješ 4, a što dobiješ da podijeliš s 2, pa si dobio zamišljeni broj.

Na pr. 5, 10, 14, 7, 14, 112, 100, 25, 14. Kada znamo, da je rezultat 14, onda treba od njega oduzeti 4, dobijemo 10, a ovo kad podijelimo s 2 dobijemo zamišljeni broj 5.

Općenito, ako je zamišljeni broj x, imamo:

$$\left[\left(\frac{2x+4}{2}+7\right)\cdot 8-12\right]:4-11=[(x+2+7)\cdot 8-12]:$$
$$:4-11=(8x+72-12):4-11=2x+15-11=2x+4.$$

Kao što vidimo, da dobijemo samo x, treba oduzeti 4 i podijeliti sa 2.

U navedenom članku još je nekoliko zadataka sličnog sadržaja. No odložimo sada *Matematičku čitanku* i pozabavimo se nekim tematski sličnim zadatcima koji mogu biti didaktički vrlo zanimljivi u nastavi matematike. Osobito je to zgodno kad se problemi "obuku" u male zagonetke čije rješavanje prate jednostavni algebarski zahvati.

Evo primjera preuzetog iz jednog udžbenika matematike za prvi razred srednje škole.

Branimir Dakić, prof., Zagreb, `dakicb@gmail.com`

Primjer 2. *Neka je d dan, a m mjesec rođenja tvojeg prijatelja. Evo kako ćeš odrediti koji je dan njegov rođendan. Zadaj mu neka provede sljedeći račun:*

- *Udvostruči broj d.*
- *Pomnoži dobiveni rezultat s 10.*
- *Dodaj 73.*
- *Pomnoži s 5.*
- *Dodaj broj m.*

Neka ti sada prijatelj kaže rezultat koji je dobio. Oduzmi krišom od tog rezultata broj 365 i dobit ćeš datum njegovog rođenja.

Evo primjerice kako taj račun izgleda za neku osobu čiji je rođendan 27. ožujka. Dakle, $d = 27$, $m = 3$ pa imamo

$$54 \to 540 \to 613 \to 3065 \to 3068 \to 2703.$$

Za osobu rođenu 9. svibnja je $d = 9$, $m = 5$ pa bi račun izgledao ovako:

$$18 \to 180 \to 253 \to 1265 \to 1270 \to 905.$$

Kako sada razobličiti ovu čaroliju? Slijedimo niz navedenih postupaka njihovim općim matematičkim zapisom:

$$2d \to 20d \to (20d + 73) \cdot 5$$
$$\to (100d + 365 + m - 365) \to (100d + m).$$

Rezultat je broj čije su posljednje dvije znamenke redni broj mjeseca, a prva ili prve dvije (ako je broj četveroznamenkasti) redni broj dana rođenja.

Prikažimo sada još jednu vrstu zadataka u kojima se razotkriva broj, skriven iza više navedenih podataka. Svaki od koraka jest korak naprijed i sužava broj "kandidata" za rješenje. Evo jednog jednostavnog primjera: Traži se broj n koji ispunjava sljedeće uvjete:

- *n je dvoznamenkast neparan broj manji od 40*
- *n nije prost broj*
- *n je djeljiv s 3*
- *razlika znamenaka broja n jednaka je 5*

Prva dva uvjeta sužavaju skup kandidata na brojeve 15, 21, 25, 27, 33, 35, 39. Sljedeći odbacuje brojeve 25, 35, pa ostaju 15, 21, 27, 33 i 39. Među njima jedini kojem je razlika znamenaka 5 je broj 27.

Zadatci ovakve vrste mogu biti i znatno složeniji. Pokušajte odrediti broj n koji ispunjava sve sljedeće uvjete:

- *broj n je dvoznamenkast*
- *druga mu je znamenka veća od prve*
- *broj n nije prost*
- *broj n nije potpuni kvadrat*
- *broj n nije djeljiv s 3*
- *u zapisu broja n nema znamenke 8*
- *zbroj znamenaka nije prost broj*
- *broj znamenaka nije jednak 8.*

Rješenje je broj 46.

Završimo priču još jednim primjerom u kojem se traga za nekim brojem. Taj broj je prirodni broj manji od 64. Pripremimo sljedećih šest tablica.

1	3	5	7	9	11	13	15
17	19	21	23	25	27	29	31
33	35	37	39	41	43	45	47
49	51	53	55	57	59	61	63

2	3	6	7	10	11	14	15
18	19	22	23	26	27	30	31
34	35	38	39	42	43	46	47
50	51	54	55	58	59	62	63

4	5	6	7	12	13	14	15
20	21	22	23	28	29	30	31
36	37	38	39	44	45	46	47
52	53	54	55	60	61	62	63

8	9	10	11	12	13	14	15
24	25	26	27	28	29	30	31
40	41	42	43	44	45	46	47
56	57	58	59	60	61	62	63

16	17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30	31
48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63

32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47
48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63

Ponudimo prijatelju da zamisli neki cijeli broj između 1 i 64. Zatim mu predočimo šest tablica i za svaku od tih tablica neka odgovori na pitanje oblika "Je li tvoj broj u toj tablici?". Tako će se dobiti niz od šest "da – ne" odgovora. Vjerojatno već naslućujete o čemu se radi. Svojim odgovorima prijatelj nam je zapravo otkrio zamišljeni broj ali, u njegovom binarnom zapisu.

Pretpostavimo da je zamišljen broj 37. Tada ćemo dobiti sljedeći niz odgovora: *da - ne - da - ne - ne - da*. Drugim riječima, dobili smo zapis broja 37 u binarnom brojevnom sustavu, broj 100101, odnosno dekadski broj $1+0+4+0+0+32=37$.

Svaki šesteroznamenkasti binarni broj je oblika

$$a_5 \cdot 2^5 + a_4 \cdot 2^4 + a_3 \cdot 2^3 + a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0$$

pri čemu su znamenke $a_0, \ldots, a_5$ nula ili jedan. U prvu tablicu smješteni su neparni dekadski brojevi, brojevi koji u binarnom zapisu na poziciji prve znamenke, gledano zdesna ulijevo, imaju znamenku 1. U drugoj tablici su brojevi koji u binarnom zapisu znamenku 1 imaju na drugoj poziciji itd.

Kako bismo čim prije odgovorili na pitanje o kojem se broju radi, zbrojit ćemo na "da" tablicama brojeve u njihovom gornjem lijevom uglu. Ti su brojevi prirodne potencije broja 2 pa im je prva znamenka 1, a sve ostale su 0. I da, redoslijed zbrajanja je nebitan jer je zbrajanje komutativno.

uz panoptikum

Geometrijska tijela u apstraktnim kompozicijama

Spajanjem likovne umjetnosti i matematike dobivamo različite geometrijske oblike složene na zanimljive i neobične načine. Takvi umjetnički radovi uglavnom nastaju na platnu s pomoću boje i kista, no zadnjih godina sve popularnija je i 3D računalna umjetnost.

3D računalni umjetnik koristi se računalom i određenim softverom s pomoću kojeg prvo modelira objekte, obično bez puno detalja. Nakon toga slijedi osvjetljavanje scene čime se određuje što će se i kako vidjeti. Idući korak je dodavanje tekstura (dvodimenzionalne slike koje se mogu dodati na površinu objekta). U kombinaciji sa svjetlom ovaj korak je jako bitan ako se žele dobiti fotorealistične slike. Zadnji korak je završna obrada, a odnosi se na dodavanje posebnih efekata te spajanje s drugim slikama i slaganje u kompoziciju.

U panoptikumu i na ovitku ovog broja predstavljamo slike dizajnera Filipa Rastovića kojeg su apskraktna umjetnost i geometrijski oblici inspirirali od ranog djetinjstva. U nekoliko serija uz pomoć računala prikazao je geometrijska tijela u apstraktnim kompozicijama.

Više o izradi 3D računalnih slika možete pročitati na poveznici
`https://repozitorij.foi.unizg.hr/islandora/object/foi%3A5577/datastream/PDF/view`