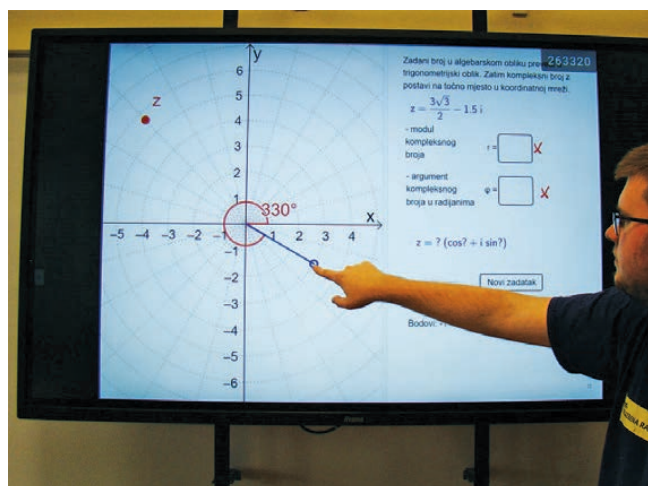


Pišemo zadaću GeoGebrom



Zvezdana Jurić i
Snježana Bošnjak, Osijek

Domaća zadaća važan je dio nastavnog procesa. Nastavnikova uloga je motivirati učenike na pisanje domaće zadaće te osvijestiti ih o njezinoj važnosti, što možemo sažeti u sljedeća dva zadatka: Prvi zadatak je da učenik samostalnim rješavanjem domaće zadaće vježba i ponavlja usvojeno gradivo. Učenik bi rješavanjem zadaće trebao pokazati da je ostvario potreban ishod i daljnjim radom na zadacima steći sigurnost u rješavanju. Samostalnim

učenjem se kod učenika dodatno razvija svijest o radu i radnim navikama. Drugi zadatak je da putem nastavnikove povratne informacije o uspješnosti rješavanja domaće zadaće učenik razvija samokritičnost o usvojenosti gradiva. Često čujemo da učenici odustaju od pisanja domaće zadaće jer nastavnik ne pregledava domaću zadaću. Jasno je da pregledavanje domaće zadaće oduzima dosta vremena no taj dio je nužan kako bismo učenicima dali povratnu informaciju o stupnju usvojenosti gradiva. U ovom članku pokazat ćemo kako je moguće lako pregledati zadaću svim učenicima.

Uvod

Klasičan pristup rješavanja zadataka na papiru može se zamijeniti igrom u GeoGebri. Naši učenici su za takav način rješavanja zadataka pokazali veći interes. Interaktivni apleti mogu se rješavati na mobitelu, tabletu ili računalu, a pogodni su za rad tijekom nastavnog sata ili rada od doma. Na početku vježbe nastavnik otvori lekciju u virtualnom razredu u GeoGebri. Dok učenici rješavaju zadatke, nastavnik može u kratkom vremenu pregledati rješenja i pratiti napredak svakog učenika. Time može ciljano pomoći učenicima kojima rješavanje ide otežano.

Također, apletima se učenike može upoznati s tipovima zadataka koji će biti u domaćoj zadaći. Napomenimo da učenici rješavaju isti tip zadataka, ali s različitim vrijednostima. Time ih nastojimo naviknuti na samostalno rješavanje domaće zadaće.

U članku ćemo pokazati neke od apleta koje smo koristile u svom radu na temu Kompleksni brojevi. Ostale aplete možete pogledati na poveznici <http://skr.rs/zkpr>, ali i slobodno upotrijebiti na svom satu ili čak doraditi i upotrijebiti prema pravilima korištenja digitalnih materijala na sustavu GeoGebra.

Zvezdana Jurić, prof. savjetnik, Ugostiteljsko-turistička škola, Osijek, zjuri50@gmail.com

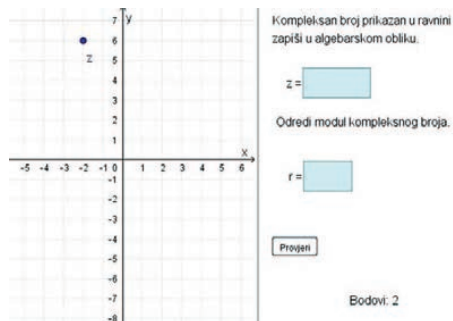
Snježana Bošnjak, prof. izvrstan savjetnik, Elektrotehnička i prometna škola, Osijek, bosnjak.snjezana@gmail.com

Pri izradi apleta vodili smo se razradom odgojno-obrazovnih ishoda koji su navedeni u Kurikulumu za predmet Matematika za gimnazije i strukovne škole za 4. razred. Učenik računa s kompleksnim brojevima (zbraja, oduzima, množi, potencira i korjenjuje u standardnom i trigonometrijskom obliku, po potrebi primjenjujući Moivreovu formulu). Nadalje, interpretira računske operacije s kompleksnim brojevima u Gaussovoj ravnini (prikazuje kompleksni broj u Gaussovoj ravnini, određuje i prikazuje konjugirano kompleksni broj i modul kompleksnoga broja, interpretira geometrijsko značenje računanja s kompleksnim brojevima, prikazuje u Gaussovoj ravnini rješenja jednadžbi i nejednadžbi).

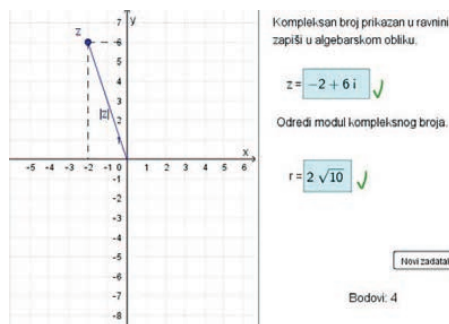
Interaktivni apleti

Kompleksan broj u standardnom obliku

U Gaussovoj ravnini prikazan je kompleksan broj z kojem je potrebno odrediti standardni oblik i modul. S pomoću virtualne tipkovnice učenik u prazna polja upisuje tražene podatke (slika 1). Svoja rješenja učenik provjerava klikom na gumb "Provjeri". Za točno rješenje učenik dobiva dva boda, a u suprotnom mu se oduzima jedan. Na slici 2 prikazana je povratna informacija učeniku, kao i geometrijsko značenje kompleksnog broja te modula. Klikom na gumb "Novi zadatak" učenik uvijek biva postavljeni ishod. U svim apletima postavile smo da učenik treba skupiti minimalno 10 bodova.



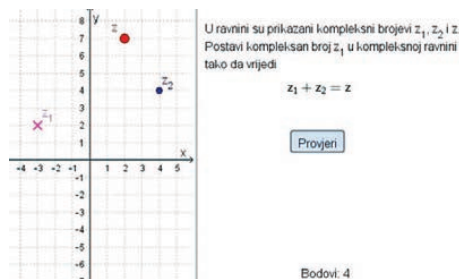
Slika 1.



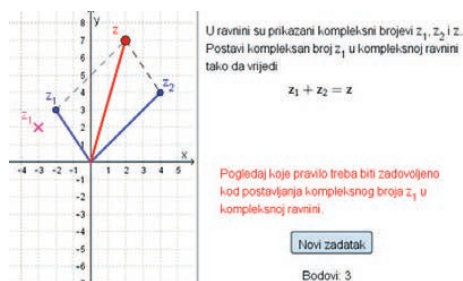
Slika 2.

Zbrajanje kompleksnih brojeva

U kompleksnoj ravnini prikazana su tri kompleksna broja z_1 , z_2 i z , od kojih je samo z_1 pomičan (slika 3). Učenik s grafičkog prikaza očitava kompleksne brojeve z_2 i z te postavlja z_1 u ravnini poštujući pravilo $z_1 + z_2 = z$. Omogućeno je povlačenje prikaza i zumiranje kako bi učenik mogao točno postaviti kompleksni broj z_1 . Na slici 4 prikazana je povratna informacija učenika koji je provjerio netočno rješenje. Također, prikazano je geometrijsko značenje zbroja dvaju kompleksnih brojeva.



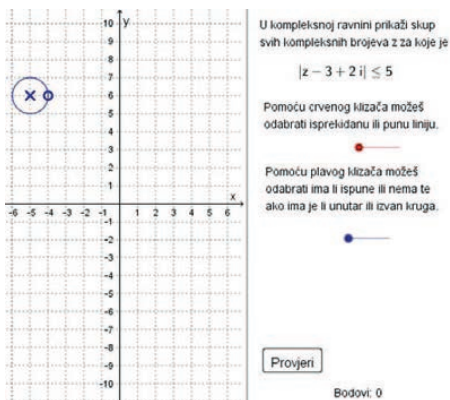
Slika 3.



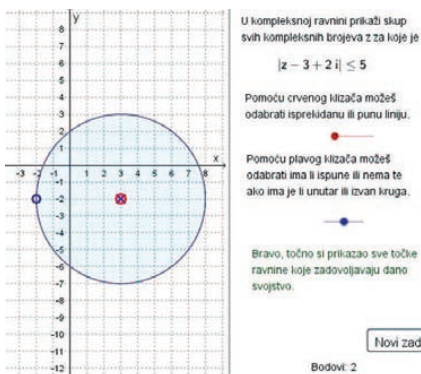
Slika 4.

Jednadžbe i nejednadžbe u Gaussovoj ravnini

U ovom apletu učenik prikazuje skup svih kompleksnih brojeva z za koje vrijedi zadana jednadžba ili nejednadžba (slika 5) uz pomoć kružnice s istaknutim središtem i jednom točkom. Crvenim klizačem učenik odabere isprekidanu ili punu liniju kružnice, a plavim odabere hoće li biti ispunjena. Dodatno, klizačem može odrediti hoće li ispunjena biti unutar ili izvan kružnice. Klikom na gumb "Provjeri" učenik dobije dva boda ako je sve točno postavio, a u suprotnom mu se oduzima bod. Na slici 6 vidljiva je povratna informacija učeniku za točno riješen zadatak.



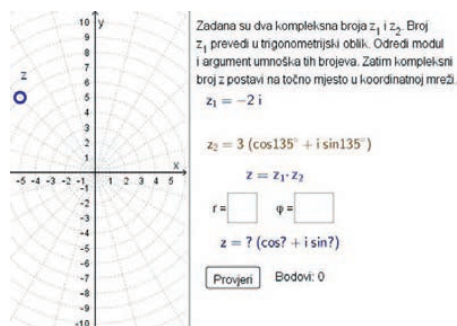
Slika 5.



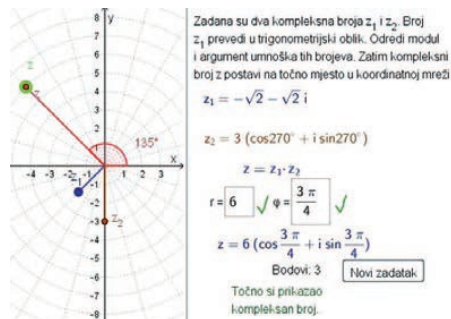
Slika 6.

Množenje kompleksnih brojeva

Zadana su dva kompleksna broja z_1 i z_2 , od kojih z_1 u standardnom, a z_2 u trigonometrijskom prikazu (slika 7). Učenik broj z_1 prevodi u trigonometrijski oblik te u bilježnici određuje umnožak zadanih kompleksnih brojeva primjenjujući Moivreovu formulu. U prazna polja učenik upisuje dobivene vrijednosti za r i φ koje odgovaraju umnošku $z = z_1 \cdot z_2$. Argument umnoška učenik zapisuje u radianima s pomoću virtualne tipkovnice pazeći na uvjet $\varphi \in [0, 2\pi)$. Prije provjere, učenik postavlja kompleksni broj z u polarni koordinatni sustav koji je moguće povlačiti i zumirati za preciznije postavljanje. Nakon klika na gumb "Provjeri" učenik dobije povratnu informaciju o vrijednostima za r i φ . Nadalje, ako je z dobro postavljen u polarni koordinatni sustav, točka z bude obojena zelenom bojom, a u protivnom crvenom. Ako učenik sve točno riješi, dobije tri boda, a inače mu se oduzima bod. Kada je ukupan broj ostvarenih bodova jednak –5, na ekranu se pojavi gumb "Poništi bodove" kojim učenik može vratiti bodove na nulu. Na



Slika 7.

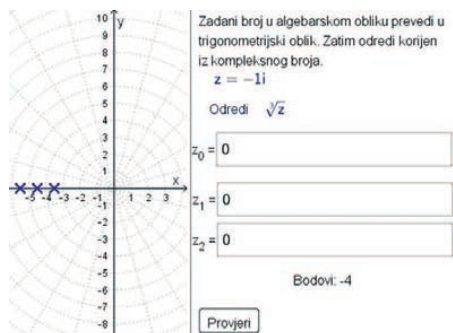


Slika 8.

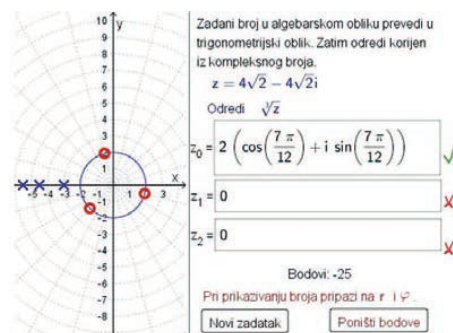
slici 8 prikazana je povratna informaciju učeniku za točno riješen zadatak.

Korjenovanje kompleksnih brojeva

Kompleksnom broju z potrebno je odrediti zadani korijen te sva rješenja zapisati u standardnom ili trigonometrijskom obliku. Dodatno, rješenja je potrebno prikazati u polarnom koordinatnom sustavu (slika 9). Čitavi postupak rješavanja učenik zapisuje u bilježnicu. Provjera i bodovanje idu analogno kao u četvrtom apletu množenja kompleksnih brojeva. Na slici 10 prikazan je primjer u kojem je vidljiva povratna informacija učeniku kao i mogućnost poništavanja bodova.



Slika 9.



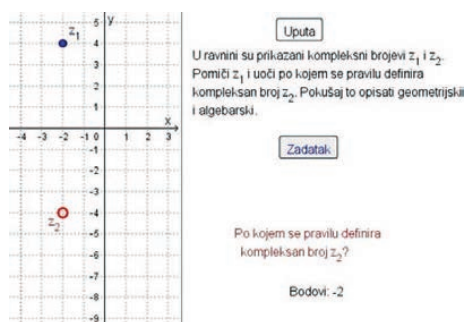
Slika 10.

Otkrijmo pravilo

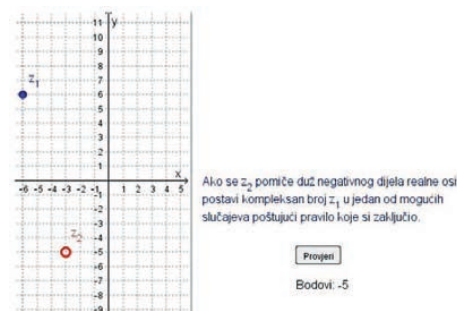
Ovim se apletom od učenika očekuje da logičkom igrom otkrije pravilo po kojem se definira drugi kompleksni broj z_2 pomicanjem prvog kompleksnog broja z_1 (slika 11). Svoja zapažanja učenik

treba zapisati algebarski i geometrijski u svoju bilježnicu. Nakon toga, učenik rješava postavljeni zadatak primjenjujući uočeno pravilo (slika 12). Smatrale smo da je ovo lagani zadatak i postavile da za točan odgovor učenik dobije jedan bod. Na naše iznenađenje, učenici su s ovim zadatkom imali najviše problema koji su bili vezani za čitanje s razumijevanjem. Navedimo neke od komentara učenika:

- Ne razumijem što se od mene traži.
- Odustao sam.
- Tek kada sam dobio – 15 bodova, počeo sam razmišljati.
- Kada sam shvatio što se od mene traži, bilo je lako.



Slika 11.



Slika 12.

Zaključak

Nastavnik ima veliku odgovornost kako osmisliti produktivnu domaću zadaću. Izradom domaće zadaće učenici ostvaruju temeljne odgojno-

obrazovne ishode (potiče se razvoj samostalnosti i samoreguliranja procesa učenja), nakon kojih se može prijeći na višu kognitivnu razinu. Na nastavniku je da pravodobnom povratnom informacijom potakne učenike na redovito i učinkovito pisanje domaće zadaće. Nadamo se da smo ovim člankom pokazale kako to ostvariti s pomoću GeoGebre na način koji je nastavniku efikasan, a učenicima zabavan. Izrađeni apleti mogu se višestruko iskoristiti: za zadavanje domaće zadaće, za ulazne ili izlazne kartice, obradu gradiva ili kao vježbu na nastavnom satu.

LITERATURA

- 1/ Š. Šuljić (2016.): Virtualni razred na sustavu GeoGebre – GeoGebre grupe, *Matematika i škola*, br. 87, str. 88-89.
- 2/ Š. Šuljić (2020.): GeoGebre grupe specijalizirani sustav za vrednovanje učeničkih postignuća u matematici, *Matematika i škola*, br. 104, str. 179-186.
- 3/ Kurikulumi nastavnih predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije i matematika za srednje strukovne škole na razini 4.2.
- 4/ I. Pocek (2019): *Mišljenja učitelja osnovnog obrazovanja o domaćoj zadaći*, diplomski rad, Čakovec
- 5/ Matej Mandek: *Analiza razvoja, obilježja i odrednica domaće zadaće*, diplomski rad, <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:162:880839>
- 6/ M. Pintarić (2014.): *Ulaganje truda u izvršavanje domaće zadaće iz matematike*, diplomski rad, Zagreb


$$V = 2\pi^2 Rr^2$$
$$O = 4\pi^2 Rr$$