

Državna matura u Finskoj

ispit iz matematike

Denis Vrdoljak, Zagreb

Zemlja Tisuću Jezera i najšumovitija zemlja Europe, osim veličanstvenih prirodnih bogatstava i ljepota, Finska je još poznata i po tome što ima jedan od najboljih obrazovnih sustava na svijetu. Promotrimo stoga kako izgleda državna matura te zemlje.



Što se ispituje u Finskoj?

Finska državna matura (*ylioppilastutkinto*) je skup ispita koji se temelji na nastavnom planu i programu finske više opće srednje škole. Više opće srednje obrazovanje traje 3 godine, a matura se polaže na kraju trećeg razreda kao kvalifikacijski ispit za upis na fakultet. Učenici škola za strukovno obrazovanje nemaju pravo pristupa polaganju državne mature, ali mogu paralelno upisati višu opću srednju školu, steći dvije svjedodžbe i time ostvariti pravo pristupa polaganju državne mature.

Cilj mature je provjera i vrednovanje postignutih znanja, vještina i sposobnosti učenika. Obvezni ispiti su iz materinskog jezika i književnosti (švedski, finski ili sámli), a učenici moraju pisati još 4 ispita iz svakog od minimalno 3 (po volji odabrana) područja: matematika; drugi nacionalni jezik (finski ili švedski); drugi strani jezik (engleski, francuski, španjolski, portugalski, latinski, njemački i rus-

ki); prirodne i humanističke znanosti (fizika, kemija, psihologija, povijest, filozofija, biologija, geografija, etika, vjeronauk, sociologija, zdravstveni odgoj). Barem jedan od ukupnih ispita koje učenik polaže mora biti ispit više razine tog predmeta. Izbor razine ostalih predmeta ovisi o zahtjevima fakulteta kojig učenik želi upisati. Ispiti se održavaju dva puta godišnje: od početka veljače do kraja ožujka i rujan. Svaki ispit traje 6 sati.

Finska državna matura prošla je proces digitalizacije. Prvi digitalni ispiti održani su u jesen 2016. godine iz geografije, filozofije i njemačkog jezika. Posljednji ispit koji je postao digitalan bio je ispit iz matematike u proljeće 2019. Proces digitalnog polaganja mature odvija se na sljedeći način:

- Kandidati moraju imati prijenosna računala (vlastita ili računala posuđena od škole).
- Na početku ispita u operativnom sustavu Linux kandidati otvaraju USB memoriju koju školama dostavlja ispitno povjerenstvo.

- Zbog prilagođenog operativnog sustava kandidati ne mogu pristupiti svojim lokalnim datotekama i programima, već samo onim aplikacijama i materijalima koji su unaprijed instalirani na operativnom sustavu. Nakon završetka ispita odgovori kandidata šalju se na web-servis ispitnog povjerenstva gdje ih najprije ocjenjuju i boduju nastavnici, a zatim članovi državnog Povjerenstva za vrednovanje ispita. Budući da lokalni poslužitelji nisu spojeni na internet, odgovori se eksportiraju na USB memoriju i kasnije učitavaju na web-servis.

Matura iz matematike

Postoje dvije razine ispita iz matematike: osnovna i viša. Ispit ima 13 zadataka od kojih je 10 potrebno riješiti. Ispit se sastoji od dvaju dijelova: A i B. A dio ima četiri zadatka koja su obvezna za sve. B dio podijeljen je na dva dijela: B1 i B2. Dio B1 ima 5 zadataka, od kojih su 3 višestrukog izbora. Dio B2 ima 4 zadatka, od kojih su 3 višestrukog izbora. Svi se zadatci boduju u rasponu od 0 do 12, tako da je 120 maksimalan broj bodova na ispitu.

Na početku ispita učenici dobivaju ispitne knjižnice za A i B dio te formule koje će im pomoći pri rješavanju zadataka. Najkasnije tri sata od početka ispita učenici su dužni predati riješenu knjižicu iz A dijela. U B dijelu ispita učenicima je dozvoljeno koristiti se kalkulatorom. B dio piše se 3 sata.

U nastavku slijedi primjer mature iz 2022. godine (23. ožujka).

Osnovna razina

Dio A (riješi sva četiri zadatka)

1. Osnovni račun (12 bodova)

1.1 Vrijednost brojevnog izraza $(-9) \cdot (42 - 35)$ iznosi ____ (2 boda)

1.2 Nul-točka funkcije $f(x) = 4x - 12$ je $x = ___$ (2 boda)

1.3 Koeficijent smjera pravca koji prolazi točkama $A(1, 15)$ i $B(7, 81)$ je $k = ___$. (2 boda)

1.4 Vrijednost brojevnog izraza $6^3 \cdot 2^{-2}$ iznosi ____ (2 boda)

1.5 U geometrijskom nizu zadano je $a_1 = 256$, $a_2 = 128$ i $a_3 = 64$. Peti član niza iznosi $a_5 = ___$ (2 boda)

1.6 Rješenje jednadžbe $2^{2x-5} = 8$ glasi $x = ___$ (2 boda)

2. Metode rješavanja jednadžbi (12 bodova)

2.1 Riješi jednadžbu $12(x - 7) = 24$ primjenjujući svojstvo distributivnosti množenja prema oduzimanju i ne primjenjujući isto svojstvo. (6 bodova)

2.2 Riješi jednadžbu $(2x + 1)(x - 6) = 24$ koristeći se pravilom množenja svakog člana iz prve zagrade sa svakim članom iz druge zagrade i metodom razlikovanja slučajeva. (6 bodova)

3. Upisana i opisana kružnica (12 bodova)

3.1 Kvadratu je upisan krug najveće površine. Polumjer kruga je 6 cm. Odredi polumjer opisane kružnice ovom kvadratu s točnošću 0.1 cm. (6 bodova)

3.2 Jednakostraničnom trokutu upisan je krug najveće površine. Polumjer kruga je 6 cm. Odredi polumjer opisane kružnice ovom trokutu s točnošću 0.1 cm. (6 bodova)

4. Tablica frekvencija (12 bodova)

Tablica 4. A sadrži podatke o duljini kralježnice pasa pasmine bigl.

duljina (cm)	broj pasa
42	1
43	0
44	8
45	7
46	4
47	11
48	3

Tablica 4. A: Duljina kralježnice pasa

4.1 Odredi mod prikazanih podataka. (2 boda)

4.2 Koliko je ukupno pasa u uzorku? (2 boda)

4.3 Odredi prosječnu duljinu kralježnice pasa. (8 bodova)

Dio B1 (riješiti po volji odabrana tri zadatka)

5. Trajanje izleta (12 bodova)

Aku i Aulis su na višednevnom pješačenju. Jednog dana, nakon što su propješačili trećinu svog dnevnog puta, odlučili su propješačiti još 7 km prije pauze za ručak. Nakon pauze za ručak shvatili su da je ostalo još pola planiranog puta za taj dan. Koliko kilometara Aku i Aulis propješače po danu? (12 bodova)

6. Povećanje profita (12 bodova)

6.1 Trgovac je veletrgovcu jaknu platio 120 eura. Jakna se nije prodavala pa je trgovac snizio cijenu za 10 %. Kolika mora biti prodajna cijena jakne u trgovini da bi trgovac i dalje ostvario 20 % profita? (6 bodova)

6.2 Trgovac je veletrgovcu platio 140 eura za cipele. Trgovac prodaje cipele za 199 eura. Međutim, cipele se nisu prodavale po ovoj cijeni, pa je odlučio sniziti cijenu. Koliki je najveći mogući postotak popusta ako trgovac želi ostvariti najmanje 20 % profita (napomena: postotak popusta mora biti cijeli broj)? (6 bodova)

7. Ekonomičnost automobila (12 bodova)

Matti planira kupiti električni automobil ili automobil koji ima motor s unutarnjim izgaranjem. Na temelju procjena u tablici 7. A, Matti razmatra prednosti i nedostatke jednog i drugog automobila.

Matti uzima zajam koji odgovara punoj cijeni automobila. Godišnja kamatna stopa zajma je 2.4 % (u tom slučaju mjesečna kamatna stopa 0.2 %), a mjesečna otplatna rata je 200 eura. Izračunaj konačnu vrijednost automobila i preostale iznose kredita nakon pet godina. Također izračunaj operativne troškove automobila i troškove kamata na kredite tijekom pet godina.

električni automobil	automobil s motorom s unutarnjim izgaranjem
cijena je 25 000 eura	cijena je 12 000 eura
mjesečna rata struje je 30 eura	cijena goriva je 150 eura mjesečno
800 eura godišnje ostalih troškova	1200 eura godišnje ostalih troškova
automobil gubi na ukupnoj vrijednosti 8 % godišnje	automobil gubi na ukupnoj vrijednosti 12 % godišnje
ostali troškovi: osiguranje, održavanje, tehnički pregled	ostali troškovi: osiguranje, održavanje, tehnički pregled

Tablica 7. A

Koja bi opcija bila ekonomičniji izbor nakon pet godina korištenja?

(Napomena: zadatak ne uzima u obzir promjenu vrijednosti novca, primjerice inflaciju ili deflaciju.)

8. Maksimalna vrijednost (12 bodova)

Broju 10 pribraja se razlika kvadrata i kuba pozitivnog broja. Koristeći se derivacijom odredi maksimalnu vrijednost izraza koja se na taj način može dobiti.

9. Zadatci višestrukog izbora (12 bodova)

Ispit se sastoji od 10 zadataka višestrukog izbora. Svaki zadatak ima 4 ponuđena odgovora od kojih je samo jedan točan. Za točan odgovor dobiva se 3 boda, a za netočan —1 bod. Na kraju se bodovi zbrajaju, a ako je zbroj negativan, tada se ukupan broj bodova pretvara u nulu.

9.1 Jedan učenik ne zna odgovoriti niti na jedan zadatak, stoga pogađa sve odgovore. Kolika je vjerojatnost da na ispitu dobije nula bodova? (6 bodova)

9.2 Drugi učenik može isključiti po jedan pogrešan odgovor za svaki zadatak, dok preostale ponuđene odgovore pogađa. Kolika je vjerojatnost da će ostvariti maksimalan broj bodova na ispitu? (6 bodova)

Dio B2 (riješiti po volji odabrana tri zadatka)

10. Nizovi (12 bodova)

Prva dva člana niza su brojevi 4 i 9. Koliko je članova niza manje od 1000 ako je niz:

10.1 aritmetički (6 bodova)

10.2 geometrijski? (6 bodova)

11. Modeliranje eksponencijalnom funkcijom (12 bodova)

Na početku drugog vala pandemije koronavirusa u Finskoj, u jesen 2020. godine, tijekom dva je tjedna prijavljen broj slučajeva zaraze. Dana 7. rujna bilo je 389, dok je 21. rujna bilo 719 zaraženih. Broj novozaraženih može se modelirati eksponencijalnom funkcijom.

11.1 Prema tom modelu odredi broj novozaraženih u dvotjednom periodu koji je prethodio datumu 8. siječnja 2021. (4 boda)

11.2 Označimo broj dana varijablom t tako da datum 7. rujna 2020. odgovara vrijednosti $t = 0$. Eksponencijalni model za broj novozaraženih u prethodna dva tjedna k dan je formulom: $k = a \cdot 2^{bt}$. Definiraj konstante a i b . (4 boda)

11.3 Objasni zbog čega ovaj model nije primjenjiv za dugoročno predviđanje broja zaraženih. (4 boda)

12. Maksimizacija prihoda prodaje (12 bodova)

Cijena jednog proizvoda iznosi 60 eura. Trgovac procjenjuje da će se po ovoj cijeni prodati 1000 proizvoda. Kako bi povećao prihod od prodaje, trgovac je odlučio promijeniti cijenu proizvoda. Na temelju iskustva stečenog prodajom sličnog proizvoda, trgovac procjenjuje da svaki euro za koji se poveća cijena proizvoda, prodaja se smanji za 10 proizvoda. Sukladno tome, ako se cijena proizvoda smanji za jedan euro, tada se prodaja poveća za 10 proizvoda.

12.1 Koliki je prihod od prodaje ako je cijena proizvoda 55 eura? (2 boda)

12.2 Napiši funkciju koja modelira prihod od prodaje $f(x)$, pri čemu je x promjena cijene proizvoda. Odredi $f'(x)$. (5 bodova)

12.3 Za koju će cijenu proizvoda trgovac ostvariti maksimalni prihod od prodaje? (5 bodova)

13. Kuboidni poliedar (12 bodova)

Duljina brida drvene kocke je 2 cm. Razmotrimo dva poliedra koji su dobiveni piljenjem dijelova u obliku piramide iz kutova kocke, na način opisan u nastavku (slika 13. A).



Slika 13. A

13.1 Na stranama kocke nacrtajmo dužine koje spajaju polovišta susjednih bridova. Odrežemo piramide iz kutova kocke, čije su baze omeđene tim dužinama. Odredi obujam tako dobivenog poliedra. (6 bodova)

13.2 Na stranama kocke nacrtajmo dužine čije su krajnje točke na susjednim bridovima tako smještene da strane tvore pravilan osmerokut. Odrežemo piramide iz kutova kocke, čije su baze omeđene tim dužinama. Odredi oplošje tako dobivenog poliedra. (6 bodova)

Viša razina

Dio A (riješiti sva četiri zadatka)

1. Osnovni zadatci (12 bodova)

1.1 Veća nul-točka polinoma $p(x) = x^2 - 6$ je $x = \underline{\hspace{2cm}}$. (2 boda)

1.2 Vrijednost funkcije $f(x) = x^3 - x^2 + 1$ u točki $x = 2$ je $f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$. (2 boda)

1.3 Vrijednost prve derivacije funkcije $f(x) = x^3 - x^2 + 1$ u točki $x = 2$ je $f'(2) = \underline{\hspace{2cm}}$. (2 boda)

1.4 Rješenje jednadžbe $5^{k-5} = 25$ glasi $k = \underline{\hspace{2cm}}$. (2 boda)

1.5 Granična vrijednost funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 16}{x - 4}$ u točki $x = 4$ je $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$. (2 boda)

1.6 Vrijednost izraza $x^3 + 1$ ako je $x^2 + 1 = 26$ ($x < 0$) je $x^3 + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$. (2 boda)

2. Metode rješavanja jednadžbi (12 bodova)

2.1 Riješi jednadžbe $(2x + 1)(x - 6) = 0$ i $(2y + 1)(y - 6) = -6$ koristeći se pravilom množenja svakog člana iz prve zagrade sa svakim članom iz druge zagrade i metodom razlikovanja slučajeva. (6 bodova)

2.2 Riješi jednadžbe $5(7x - 2) + 7(7x - 2) = 12$ i $5(7y - 2) + 7(7y + 2) = 12$ koristeći se svojstvom distributivnosti množenja prema oduzimanju i metodom razlikovanja slučajeva. (6 bodova)

3. abBA zadatak (12 bodova)

3.1 Pojednostavni izraz $(a^2 + \sqrt{2}ab + b^2)(a^2 + \sqrt{2}ab + b^2)$. (6 bodova)

3.2 Zadana je funkcija $f(x) = Ae^{2x} + B\cos(3x)$. Odredi konstante A i B ako je $f(0) = 4$ i $f'(0) = 5$. (6 bodova)

4. Polinomi (12 bodova)

Grafovi polinoma $f(x) = (x - 2)(x + 2)(x - 1)$ i $g(x) = -2(x - 2)(x + 2)(x + 1)$ sijeku se u tri točke $(2, 0)$, $(-2, 0)$ i (x_0, y_0) gdje je $x_0 \in \langle -2, 0 \rangle$.

4.1 Odredi koordinate sjecišta (x_0, y_0) . (4 boda)

4.2 Izračunaj površinu područja omeđenog grafovima zadanih polinoma na intervalu $[0, 2]$. (8 bodova)

Dio B1 (riješiti po volji odabrana tri zadatka)

5. Višestruki izbor (12 bodova)

5.1 U svim paralelogramima dijagonale

- a) su jednake duljine
- b) se sijeku
- c) su okomite
- d) dijele paralelogram na četiri sukladna trokuta. (1 bod)

5.2 Kocka ima

- a) 4 strane, 6 vrhova i 8 bridova
- b) 6 strana, 8 vrhova i 10 bridova
- c) 6 strana, 8 vrhova i 12 bridova
- d) 8 strana, 10 vrhova i 12 bridova. (1 bod)

5.3 Pravac koji siječe kružnicu u dvije točke je

- a) kružni luk
- b) sekanta
- c) tangenta
- d) tetiva. (1 bod)

5.4 Parabola je skup svih točaka ravnine koje su jednako udaljene od zadanog pravca i

- a) nul-točki parabole
- b) zadane točke
- c) osi simetrije parabole
- d) tjemena parabole. (1 bod)

5.5 Ako ne-nul vektor pomnožimo recipročnom vrijednosti njegove duljine, tada dobivamo

- a) suprotan vektor
- b) ekvivalentan vektor
- c) vektor čija je početna točka ujedno i krajnja točka zadanog vektora
- d) vektor koji je paralelan sa zadanim vektorom. (1 bod)

5.6 Bilo koje tri različite točke u prostoru jednoznačno ne određuju

- a) kuglu
- b) trokut
- c) krug
- d) ravninu. (1 bod)

5.7 Za realne brojeve a i b , nejednakost $a < b$ vrijedi, ako i samo ako

- a) $|a| < |b|$
- b) $a < b^2$
- c) $a^2 < b^2$
- d) $a^3 < b^2$
- e) $a^2 < b^3$
- f) $a^3 < b^3$. (2 boda)

5.8 Vrijednost derivacije funkcije $f(x) = (x^2 + 5x + 1)(x + 3)$ u točki $x = 0$ iznosi

- a) 0
 - b) 1
 - c) 3
 - d) 8
 - e) 10
 - f) 16
- g) 28. (2 boda)

5.9 Zadana je jednadžba $x^x = 100$. Za x tada vrijedi

- a) $x = 10$
- b) $x = 5$
- c) $3 < x < 4$
- d) $x < 3$
- e) $4 < x < 5$
- f) $x > 10$. (2 boda)

6. Položaj kružnice i parabole (12 bodova)

Neka je $r > 0$. Parabola $y = x^2$ i kružnica $x^2 + (y - 2)^2 = r^2$ sijeku se u dvije točke. Izračunaj površinu područja omeđenog ovim dvjema krivuljama. Rješenje zaokruži na dvije decimale.

7. Slastičarska matematika (12 bodova)

7.1 Vrećica sadrži 22 bombona s okusom slanog sladića i 19 bombona s voćnim okusom. Eeri je uzeo tri bombona iz vrećice. Kolika je vjerojatnost da su sva tri bombona voćnog okusa? (6 bodova)

7.2 Svi bomboni koje je Eeri uzeo bili su voćnog okusa, stoga je ostalo 16 bombona voćnog okusa i 22 bombona s okusom slanog sladića. Kuura je uzela 5 bombona iz vrećice. Kolika je vjerojatnost da je među odabranim bombonima bio barem jedan bombon voćnog okusa i jedan s okusom slanog sladića? (6 bodova)

8. Neprekidna nediferencijabilna funkcija (12 bodova)

Napiši primjer funkcije $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ koja nije diferencijabilna u točki $x = 1$. Koristeći se kvocijentom diferencijabilnosti $\frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$, dokaži da funkcija nije diferencijabilna u točki $x = 1$. Također dokaži neprekidnost funkcije.

9. Numeričke metode (12 bodova)

Promotri područje B koje se nalazi u prvom kvadrantu jediničnog kruga određenog uvjetima $0 \leq x \leq 1$ i $0 \leq y \leq \sqrt{1 - x^2}$. Koristeći se pravilom trapeza i metodom bisekcije za procjenu površine područja B , odaberi tri propozicije te im dokaži istinitost.

Propozicija 1. *Metodom bisekcije dobije se procjena površine koja je veća od stvarne površine područja B .*

Propozicija 2. *Metodom bisekcije dobije se procjena površine koja je manja od stvarne površine područja B .*

Propozicija 3. *Pravilom trapeza dobije se procjena površine koja je veća od stvarne površine područja B .*

Propozicija 4. *Pravilom trapeza dobije se procjena površine koja je manja od stvarne površine područja B .*

Dio B2 (riješi po volji odabrana tri zadatka)

10. Skulptura (12 bodova)

Skulptura koja se nalazi u parku izgrađena je od željeznih šipki (slika 10.A). Gornji dio skulpture je piramida, a donji kvadar s kvadratnom bazom. Predviđena je izgradnja slične skulpture na horizontalnoj platformi u dvorištu Znanstvenog centra. Osnovni bridovi kvadratne baze nisu uključeni u izradu okvira. Nova građevina mora ispunjavati sljedeće uvjete: unutarnji volumen konstrukcije je 21 m^3 , a visina gornjeg dijela (piramide) jednaka je polovini visine donjeg dijela. Koja je najmanja moguća ukupna duljina željezne šipke L potrebne za ovu konstrukciju?



Slika 10.A

Pretpostavimo da se cijela duljina željezne šipke L može upotrijebiti za gradnju. Materijal korišten za spojeve ne treba uzimati u obzir. Odgovor zapiši u metrima zaokružen na dvije decimale.

11. Vektori (12 bodova)

11.1 Ravninski vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ implementirani su u sustav jednažbi

$$\begin{cases} (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 2 \\ 2\vec{a} \cdot \vec{a} + 3\vec{b} \cdot \vec{b} = 5. \end{cases}$$

Izračunaj duljine vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$. (5 bodova)

11.2 Vektori podzadatka 11.1, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, dodatno su implementirani u sustav jednažbi

$$\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\sqrt{11}}{10} \\ \vec{a} \cdot (\sqrt{3}\vec{i} - \vec{j}) = \frac{1}{\sqrt{5}}. \end{cases}$$

Označimo simbolom φ kut između vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ i simbolom θ kut između vektora $\sqrt{3}\vec{i} - \vec{j}$ i $\vec{b}$. Odredi veličine kutova φ i θ (5 bodova)

11.3 Odredi vektor $\vec{a}$ koji ispunjava uvjete iz podzadataka 11.1 i 11.2 te uvjet $\vec{b} = -\frac{1}{\sqrt{5}}\vec{j}$. (2 boda)

Pascalov trokut (12 bodova)

Unutar Pascalova trokuta svaki se broj dobije zbrajanjem dvaju brojeva iznad njega (slika 12.A). Najudaljeniji brojevi u svakom retku su jedinice. Brojeve u retku n i stupcu k označavamo $p_{n,k}$. Brojevi u Pascalovu trokutu definirani su rekurzivno na sljedeći način: $p_{n,0} = p_{n,n} = 1$ za svaki $n > 0$ i $p_{n,k} = p_{n-1,k} + p_{n-1,k-1}$, kada je $n \geq 2$ i $0 < k < n$. Dokaži matematičkom indukcijom da u Pascalovu trokutu vrijedi:

$$\sum_{k=0}^n p_{n,k} = 2^n.$$



Slika 12.A

Polinomi višeg stupnja (12 bodova)

Promotri polinom $P(x) = x^{2n+1} - (x-n)(x-n+1) \cdot \dots \cdot (x+n-1)(x+n)$, gdje je $n > 0$ cijeli broj te x realan broj. Dokaži da polinom $P(x)$:

- ima najmanje jednu nul-točku (4 boda)
- ima najviše $2n - 1$ nul-točaka (4 boda)
- nema nul-točaka za $x_0 \geq n$. (4 boda)

Zaključak

Uspješno položena matura u suštini djeluje motivirajuće za upis na fakultet, no pojedini fakulteti mogu organizirati i dodatne prijamne ispite, stoga postoje različite varijacije bodova za upis. Na primjer, boduje se samo prijamni ispit ili se boduje ispit mature, ili se boduju ispit mature i prijamni ispit. Neki fakulteti organiziraju pripreme za prijamne ispite. Generalno govoreći, upis na finske fakultete nije jednostavan. U prosjeku, 1 od 3 prijavljenih kandidata uspješno upiše fakultete primjenjenih znanosti, dok 1 od 4 prijavljenih uspješno upiše ostale fakultete. Ovakav minuciozni selekcijski postupak ima svoju svrhu. Naime, po kvaliteti obrazovanja, finški fakulteti ubrajaju se u 4 % najboljih fakulteta na svijetu.

LITERATURA

- 1/ <https://yle.fi/aihe/artikkeli/2015/12/15/yo-kokeet-matematiikka>, pristupljeno 10. 11. 2022.
- 2/ <https://www.ylioppilastutkinto.fi/en/>, pristupljeno 11. 10. 2022.