

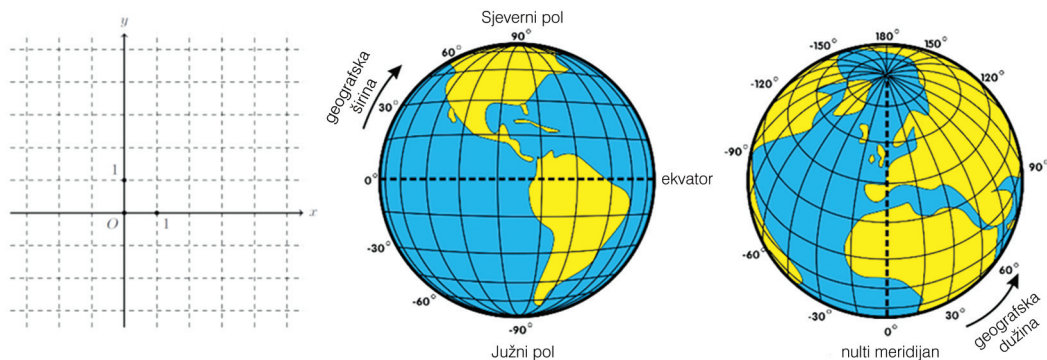
Geografski koordinatni sustav, 1. dio

Franka Miriam Brueckler, Zagreb



Kao što smo najavili u prethodnom tekstu naše rubrike o matematici putovanja, ovaj put govorit ćemo o geografskim koordinatama. Tijekom predmetne nastave u osnovnoj školi učenici se postupno upoznaju s pravokutnim koordinatnim sustavom u ravnini. Na toj razini naravno još nije prikladan dokaz zašto su za opis pozicije svake točke u ravnini

nužne i dovoljne baš dvije koordinate (apscisa i ordinata). Ipak, sama činjenica da su s time upoznati može poslužiti da ih navedemo na razumijevanje kako nešto ima dimenziju 2, da je dvodimenzionalno, ako su za opis pozicije svake točke na tom nečemu potrebna točno 2 broja koja nazivamo koordinatama. U 8. razredu osnovne škole učenici



Slika 1. Pravokutna koordinatna mreža u ravnini i geografska mreža

doc. dr. sc. Franka Miriam Brueckler, Zavod za matematičku analizu, PMF – Matematički odsjek Sveučilišta u Zagrebu, bruckler@math.hr

se upoznaju i s geografskim koordinatama. Tada postaje lako uočiti analogiju između (Kartezijeve, odnosno pravokutne) koordinatne mreže i geografske mreže (slika 1). Dakle, nastavnik matematike je najkasnije u 8. razredu osnovne škole u poziciji da učenicima bar "intuitivno" objasni matematičku činjenicu:

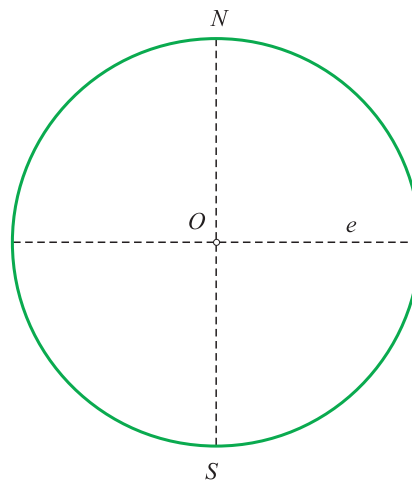
Zemljina površina je dvodimenzionalna.

Geografske koordinate, geografska širina i dužina, temelje se na **sfernim koordinatama**, odnosno mogu se interpretirati kao dvije od triju sfernih koordinata. U ovom ćemo se nastavku pozabaviti geografskom širinom, a u sljedećem geografskom dužinom.

Zemlja, kako je dobro poznato, nije kugla, ne samo zbog brda i dolina, nego čak i da povežemo sve točke na 0 m nadmorske visine, nećemo dobiti površinu kugle, sferu, već oblik zvan geoid. Ipak, u svrhu definicije geografskih koordinata interpretacija Zemljine površine kao sfere jest, bar u svrhu razumijevanja teme, sasvim prikladna te se opis geografskih koordinata može povezati s gradivom o kugli u 2. razredu srednjih škola.

Uzmimo dakle da je Zemlja oblika kugle, odnosno da je površina Zemlje sfera (čiji polumjer je jednak prosječnom polumjeru Zemlje, $R = 6371$ km)¹. Kod sfernih koordinata jedna koordinata je udaljenost od ishodišta r . Ako kao ishodište O uzme-mo središte Zemlje, sve točke na Zemljinoj površini imaju isti $r = R$, pa je to razlog zašto trebamo samo dvije od triju sfernih koordinata.

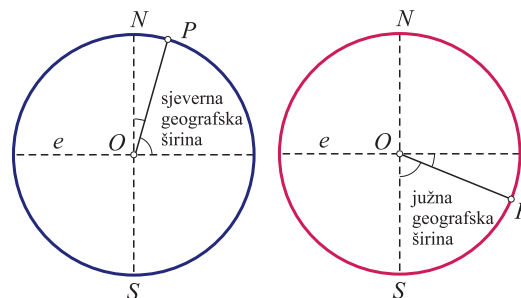
Krajevi jednog Zemljina promjera, onog koji leži na Zemljinoj rotacijskoj osi nazivaju se sjevernim i južnim polom (označimo ih s N i S). Simetralna ravnina dužine $\overline{NS}$ siječe površinu Zemljine kugle u kružnici polumjera R koju nazivamo ekvatorom, oznaka e . Alternativno, ekvator možemo definirati kao onu kružnicu polumjera R na površini Zemlje (tzv. veliku kružnicu na sferi) čija je ravnina okomita na dužinu $\overline{NS}$. Gledano "iz profila", Zemljina kugla izgleda kao na slici 2.



Slika 2. "Profil" Zemljine kugle

Geografska širina opisuje koliko je naša pozicija ispod ili iznad ekvatora i odgovara sfernoj koordinati koja nosi naziv **polarna udaljenost**. Kao veličina, ona nije (za razliku od apscise i ordinate) duljina, nego kut. Sva mjesta koja su točno na ekvatoru imaju geografsku širinu 0° , a odstupanja prema gore i dolje mjere se u rasponu od 0° do 90° na sjever (u smjeru prema N) ili jug (u smjeru prema S). Preciznije, geografska širina pozicije P na Zemljinoj površini je:

- a) $90^\circ - \angle PON$, ako je P sjeverno od ekvatora (slika 3 lijevo)
- b) $90^\circ - \angle POS = \angle PON - 90^\circ$, ako je P južno od ekvatora (slika 3 desno).



Slika 3. Definicija sjeverne i južne geografske širine

¹ Za osnovne fizikalne podatke o Zemlji upućujemo na web-stranicu <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/earthfact.html>

Primjerice, kad pročitamo da je geografska širina Zagreba $45^{\circ}48'45''N^2$, to znači da se za vizualizaciju pozicije Zagreba koristimo slikom 3 lijevo (zbog N, znamo da je Zagreb sjeverno od ekvatora) i da je na toj slici $\angle NOP$ (gdje je P pozicija Zagreba) jednak $90^{\circ} - 45^{\circ}48'45'' = 44^{\circ}11'15''$.

Ovdje se vezano za školsku matematiku pojavljuje i jedna dodatna poveznica. Naime, ako utipkavamo poziciju koja nas zanima primjerice u neku aplikaciju za geografske karte (a i nerijetko ako u našu omiljenu tražilicu utipkamo nešto poput *geografske koordinate grad*), kutovi koji predstavljaju geografsku širinu (i dužinu) najčešće se unose, odnosno ispisuju decimalno. Primjerice, utipkavanjem *geographic coordinates Ankara* dobila sam da je glavni grad Turske, Ankara, na $39.9334^{\circ} N$ geografske širine. Jasno, to je nešto više od 39° , no koliko minuta i sekundi? Budući da je za bilježenje razlomljenih iznosa kutova još od babilonskog doba, dakle već nekih 4000 godina, uobičajeno koristiti se sustavom temeljenim na bazi 60 – seksagezimalni sustav – a ne decimalnim, ovo je zgodna vježba preračunavanja. Takvo ručno preračunavanje s metodičke strane utvrđuje razumijevanje reda veličine te olakšava pronalaženje pogrešaka uslijed, primjerice, nepažljivog tipkanja: Ima li šanse da je $39.9334^{\circ} = 39^{\circ}38'0''$, kako mi je upravo izbacio kalkulator? Nema! $38'$ je dosta blizu pola stupnja, dakle je $39^{\circ}38'$ blizu, ali malo više od 39.5° , no ni pošto 39.9334° . Pogreška se dogodila jer sam pri nepažljivom utipkavanju umjesto 39.9334 upisala 39.6334 , a pogrešku sam uočila jer sam iz iskustva s ručnim preračunavanjem zapamtila da 39.9334° mora biti blizu, malo manje, od 40° , dakle odoka negdje $39^{\circ}55'$ (točna vrijednost je $39^{\circ}56'0''$).

Na kraju, vratimo se na početak. Rekli smo da su geografske koordinate povezane sa sfernim koordinatama. Geografska širina je skoro isto što i tzv. polarna udaljenost, koja se najčešće označava s θ . Za razliku od geografske širine, polarna udaljenost ne gleda se kao odstupanje prema gore ili dolje od ravnine ekvatora, nego kao odstupanje od polupravca ON . Stoga je za sve pozicije P na Zemljinoj površini polarna udaljenost $\theta = \angle PON$ (na bilo kojoj od dviju slika 3). Dakle, polarna udaljenost Ankare je $\theta = 90^{\circ} - 39^{\circ}56'0'' = 50^{\circ}4'0''$ jer je Ankara sjeverno od ekvatora, dok polarna udaljenost australskog grada Perth, koji je na geografskoj širini $31^{\circ}57'08'' S^3$, iznosi $\theta = 90^{\circ} + 31^{\circ}57'08'' = 121^{\circ}57'08''$.

LITERATURA

- 1/ R. Ibáñez Torres (2011.): *El sueño del mapa perfecto – Cartografía y Matemáticas*, RBA Libros.
- 2/ H. Havlicek, *Mathematical Cartography*, <https://www.geometrie.tuwien.ac.at/havlicek/karten.html>
- 3/ L. Šer (2016.): *Geometrija Zemljine površine* (diplomski rad), PMF-Matematički odsjek Sveučilišta u Zagrebu.
- 4/ MacTutor History of Mathematics Archives, *Cartography*, <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Cartography/>
- 5/ Odluke o donošenju kurikuluma za nastavni predmet Matematike i Geografije za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj, Narodne novine 7/2019.

$$(2 + 0 + 2 + 3) \cdot (2^2 + 0^2 + 2^2 + 3^2)^2 = 2023$$

² Ovaj N ne označava sjeverni pol, koji smo označili s N – simboli matematičkih i fizikalnih veličina i objekata, primjerice točaka, pišu se kurzivno, dok N ovdje označava pokratu engleske riječi *north* (sjever, sjeverno).

³ S je kratica engleske riječi *south* (jug, južno).