

Obrnuta proporcionalnost



Tri načina rješavanja jednog zadatka

Sanja Varošaneć, Zagreb

U prvom polugodištu sedmog razreda obrađuje se cjelina *Obrnuta proporcionalnost*. Tipični je problemski zadatak tog dijela gradiva

Građevinsko poduzeće s 10 radnika obavilo bi radove na nekoj kući za 12 dana. Za koliko bi dana iste radove obavila dva radnika?

i rješava se bilo korištenjem relacije $x \cdot y = a$ pri čemu je x broj dana, a y broj radnika, bilo postavljanjem razmjera $10 : 2 = x : 12$ iz sheme

↑ 10 radnika	12 dana
2 radnika	x dana. ↓

Razinu složenosti ovakvog zadatka podižemo uvođenjem novih elemenata u zadatak: dolazak ili odlazak radnika nakon nekolicke dana posla. Riješimo jedan takav zadatak koristeći tri različita pristupa.

Primjer. Građevinsko poduzeće s 10 radnika obavilo bi radove na nekoj kući za

12 dana. Za koliko će dana završiti posao ako nakon 3 dana 4 radnika izostanu s posla zbog bolesti?



1. varijanta rješenja

Riješimo prvo zadatak na način koji je nevezan uz pojam obrnute proporcionalnosti.

Ako 10 radnika za 12 dana obave cijeli posao tada 10 radnika za 1 dan obave $\frac{1}{12}$ posla, a 1 radnik za 1 dan obavi $\frac{1}{120}$ posla.

Prva tri dana radila su sva desetorica i obavili su $3 \cdot 10 \cdot \frac{1}{120} = \frac{30}{120}$ posla. Ostalo je $1 - \frac{30}{120} = \frac{90}{120}$ posla i taj ostatak mora obaviti 6 radnika za nepoznati broj dana.



Budući da jedan radnik za jedan dan obavi $\frac{1}{120}$ posla, to 6 radnika za 1 dan obave $\frac{6}{120}$ posla, te će $\frac{90}{120}$ posla biti obavljeno za $\frac{90}{\frac{6}{120}} : \frac{6}{120} = 15$ dana. Dakle, preostala šestorica radnika obaviti će ostatak posla za 15 dana, pa je ukupno trajanje posla $3 + 15 = 18$ dana.

Na ovaj način zadatak možemo rješavati i prije sedmog razreda, budući da zahtijeva samo poznavanje računskih operacija s razlomcima (i nešto malo logičkog razmišljanja).



2. varijanta rješenja

Pri ovom rješenju bitno se oslanjamo na već savladane tipske zadatke iz cjeline *Obrnuta proporcionalnost*.

Nakon što je 10 radnika radilo 3 dana, ostatak posla bi njih 10 radilo još $12 - 3 = 9$ dana. Međutim, nakon odlaska četvorice

radnika, isti dio posla trebaju obaviti šestorica. Time je zadatak sveden na tipični zadatak iz obrnute proporcionalnosti. Iz sheme za ostatak posla

$\uparrow$ 10 radnika 9 dana
 6 radnika x dana $\downarrow$

dobivamo razmjer $10 : 6 = x : 9$, tj. $x = 15$. Posao će biti završen za $3 + 15 = 18$ dana.



3. varijanta rješenja

Ova varijanta se obično nalazi u zbirkama u rješenjima zadataka i svodi se na postavljanje jednadžbe.

Ukupnu količinu posla koju 12 radnika treba obaviti za 10 dana možemo izraziti brojem $12 \cdot 10$. Za 3 dana zajedničkog rada 12 radnika obavilo je $12 \cdot 3$ dijela ukupnog posla. Neka je x broj dana za koje bi preostalih 6 radnika završilo posao. Za x dana tih 6 radnika završilo bi $6 \cdot x$ dijela ukupnog posla. Zato vrijedi jednadžba

$$12 \cdot 10 = 12 \cdot 3 + 6 \cdot x$$

i njeno rješenje je $x = 15$, te će posao biti završen za $3 + 15 = 18$ dana.

KOLIKO JE $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$?

Promotrite priloženu sličicu i uz nju sljedeći račun:

$$\begin{aligned}
 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 &= \\
 &= \frac{1}{2}(1 + 2 + 3 + \dots + n) \\
 &\quad \cdot n(n+1) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{n(n+1)}{2} \cdot n(n+1) \\
 &= \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2.
 \end{aligned}$$

