

Znanja

Zdravko Kurnik, Zagreb



O **pći cilj** nastave matematike jest obrazovanje i odgajanje učenika na osnovi i pomoću matematičkih sadržaja propisanih nastavnim programom. Možemo ga raščlaniti u tri grupe osnovnih ciljeva; to su: *općeobrazovni ciljevi*, *odgojni ciljevi* i *praktični ciljevi*. Svi se ti ciljevi pri ostvarivanju u nastavi međusobno isprepliću i nadopunjuju. Međutim, u ovom članku poklonit ćemo veću pozornost prvom općeobrazovnom cilju, koji smatramo glavnim ciljem nastave matematike.

Glavni cilj nastave matematike je prenošenje učenicima određenog sustava *znanja*, *umijeća* i *navika*. Zadržimo se na znanjima. Nastavni proces je složen, ali nije teško izdvojiti neka znanja koja su posebno važna i koja u tom procesu učenici trebaju steći.

1. Znanja potrebna učenicima kao pomoćno sredstvo za učenje nekih drugih znanosti koje su više ili manje bliske matematici

Nastavni program matematike nastoji zadovoljiti potrebu njezine primjene u nastavnim predmetima drugih znanosti; fizici, ekonomiji, kemiji, biologiji, geografiji i dr. Nastava matematike, u tijesnoj vezi s nastavom drugih znanosti, treba dovesti učenike do razumijevanja uloge matematike u znanstvenim shvaćanjima suvremenog svijeta. Ova veza nije uvijek najbolje uspostavljena. Praksa ukazuje na jednu poteškoću.

Nastavni programi drugih znanosti često su sastavljeni tako da je u njima poznavanje određenih matematičkih činjenica potrebno ranije nego što je njihova obrada predviđena nastavnim programom matematike. Ovaj nesklad posljedica je toga što se nastavni program matematike sastavlja na načelima primjerenosti, postupnosti i logičnosti, a nastavni programi drugih znanosti, što se matematike tiče, na načelu potrebe. Neusklađenost i vremenski pomak obrade rađa kod učenika nerazumijevanje bilo jednih,

bilo drugih, sadržaja a najčešće obaju. Tu leži jedan od uzroka njihovog stanovitog neznanja.

Evo nekoliko matematičkih pojmova koji se u udžbenicima drugih nastavnih predmeta spominju ranije nego što se obrađuju u nastavi matematike:

tetraedar, projiciranje na ravninu, obujam tijela, vektor, potencije s prirodnim eksponentom, težišnica trokuta, težište trokuta, elipsa, parabola, hiperbola, kvadratna jednažba $x^2 = a$, kvadratna funkcija $f(x) = ax^2$, kvadratna funkcija $f(x) = ax^2 + bx$, trigonometrijska funkcija \cos i dr.

Naravno, opisani nesklad nestat će kad se cjelokupno znanje školske matematike bude koristilo kao pomoćno sredstvo potrebno za studiranje drugih znanosti na visokim školama i fakultetima.

2. Znanja potrebna za buduću primjenu u životu i svakodnevnoj djelatnosti nakon srednjoškolskog obrazovanja

Ta se znanja ne mogu točno i jasno predvidjeti jer se stječu u jednim uvjetima društvenog razvoja, a primjenjivat će se u drugim. Tijekom vremena neka stečena znanja postat će beskorisna, a javit će se potreba za novim znanjima. Ubrzan razvoj znanosti i tehnike, kao i pojava novih tehnologija, postavljaju pred nove generacije mladih ljudi sve veće zahtjeve u pogledu opsega znanja, ovladavanja novim područjima kao što su informatika, statistika, programiranje, rad uz pomoć računala, poznavanje metoda znanstveno-istraživačkog rada i sposobnosti kreativne primjene znanja, te brzog usvajanja novih znanja i metoda. Za taj razvoj znanosti, tehnike, pa i društva u cjelini, matematika je od posebnog značaja. Zato obrazovanje u školi nije i ne može biti konačno. Ovo često zaboravljamo.

Stjecanje novih znanja bit će cilj *cjeloživotnog obrazovanja*.

Međutim, da bi nastava matematike primjereno odgovorila na nove zahtjeve društva, prije toga treba osposobiti učenike da sve te zahtjeve i promjene kasnije svladavaju bez većih teškoća. Za prirodan nastavak obrazovanja na višoj razini potrebna su posebna znanja. Danas je nastava matematike još uvijek pretežno usmjerena na izvršavanje plana i opsežnog programa, a mnogi nastavnici matematike svoj glavni zadatak vide u tome da učenici usvoje što više novih informacija i činjenica, što više propisanog gradiva. Ako učenici uspješno i svladaju nastavno gradivo, to još ne znači da su dobro osposobljeni za ostvarenje gornjeg cilja. Sâmo *usvajanje znanja* je niža razina kakvoće obrazovanja. Mnogo toga se tijekom vremena ionako zaboravlja.

Više razine kakvoće matematičkog obrazovanja su:

- *analiziranje i sintetiziranje;*
- *uspoređivanje;*
- *zaključivanje po analogiji;*
- *induciranje i deduciranje;*
- *apstrahiranje i konkretiziranje;*
- *generaliziranje i specijaliziranje.*

Tome treba dodati i *kritičko mišljenje*. Prema tome, u nastavnom procesu težište treba biti u razvijanju određenih matematičkih sposobnosti i matematičkog i logičkog mišljenja učenika. Treba li i dokaze upoznavati i shvaćati svaki učenik? Odgovor se lako može naslutiti iz sljedeće nepobitne istine: učiti *dokazivati* znači učiti *rasuđivati*, a to je jedan od osnovnih zadataka nastave matematike. Rasuđivati u životu mora svaki čovjek. Kako inače usporediti različite tvrdnje, izdvojiti iz više izjava one koje su istinite, provjeriti valjanost nekog sumnjivog dokaza, opovrgnuti nečije mišljenje, donijeti ispravan zaključak o nečemu i sl.?



Mnogi programi u svijetu zasnivaju se upravo na takvim idejama. Težište postavljaju na više razine matematičkog obrazovanja učenika, a uspješnost svladavanja nastavnog programa stavljaju u drugi plan.

Uzmimo kao primjer program PISA. To je program koji od 2000. godine provodi međunarodno vrednovanje znanja petnaestogodišnjih učenika.

Posebno je važno kako program PISA definira **matematičku pismenost**. Navedimo bitne odrednice:

- vladanje temeljnim matematičkim znanjima i vještinama;
- sposobnost prepoznavanja, razumijevanja i uporabe matematike;
- sposobnost matematičkog promišljanja i obrazlaganja;
- sposobnost modeliranja, rješavanja problema te iskazivanja i analiziranja rezultata;
- sposobnost korištenja suvremenih matematičkih sredstava i pomagala, posebno računala;
- sposobnost donošenja utemeljenih sudova o ulozi matematike u sadašnjem i budućem životu pojedinca.

Ovdje se neizbježno postavlja pitanje: mogu li baš svi učenici svladati predviđeno nastavno gradivo i jesu li za to potrebne posebne matematičke sposobnosti? Pitanje je samo na prvi pogled suvišno. Odgovor na njega je potreban, jer se u vezi s njime kod mnogih ljudi, posebno roditelja, pa i kod nekih nastavnika matematike, još uvijek javlja stanovita nedoumica. Često se čuju primjedbe:

“Matematika je težak predmet.” “Gradivo nije primjereno uzrastu učenika.” “Ja to ne mogu naučiti.” “To nam u životu neće trebati.” “Što će mu matematika, pa on će studirati sasvim nešto drugo?!” “Čemu dokazi učenicima koji se neće baviti matematikom?” “Učenike treba naučiti samo dobro računati.” “Učenici ne ide, ona nije za matematiku.” “Učenik nema sposobnosti za matematiku.” i sl.

Jedna od zabluda, koja za matematičko obrazovanje i psihički razvoj nekih učenika može imati vrlo loše posljedice, krije se u posljednjim dvjema primjedbama. Postoje li zaista učenici koji “ne mogu naučiti matematiku”? Ne. Svaki učenik *ima sposobnosti* koje su dovoljne za praćenje, svladavanje i usvajanje matematičkih sadržaja propisanih nastavnim programom. Te sposobnosti trebaju mu omogućiti razumijevanje osnovnih matematičkih pojmova, ideja i metoda, te samostalno rješavanje standardnih zadataka.

Jasno, uspješnost tog procesa ovisi o ispunjavanju nekoliko važnih preduvjeta. Ti preduvjeti su: primjeren izbor matematičkih sadržaja u nastavnom programu za odgovarajući uzrast učenika, dobri udžbenici i vježbenice, kvalitetno i postupno izvođenje nastave, a najvažniji su sklonost učenika prema matematici i svakodnevni sistematični rad. Učenici nisu uvijek svjesni koliko su sposobni. Njihove sposobnosti nerijetko su veće nego što sami pretpostavljaju. Jasno je da se matematičke sposobnosti naprednijih i slabijih učenika mogu znatno razlikovati. Zato je potreban pažljiv i primjeren pristup razvoju i jednih i drugih. Njegovanje i razvoj matematičkih sposobnosti slabijih učenika kreće se pretežno u okvirima redovne nastave.

3. Znanje potrebno kao priprema za studije na visokim školama i fakultetima na kojima matematika postoji kao nastavni predmet

Velik je broj studija na kojima je potrebna matematika (matematika, fizika, informatika, astronomija, elektrotehnika, ekonomija, građevina, strojarstvo, kemija, arhitektura, geografija, geologija, biologija i dr.). Matematičke osnove za ove studije neprestano se povećavaju. Kvalifikacijski ispiti iz matematike na fakultetima otkrivaju svu šarolikost znanja svršenih srednjoškolaca. Mnogi od njih tek tu uviđaju koliko je matematike potrebno za studij koji bi oni htjeli upisati. A njihovo skromno znanje matematike

poticano velikom ambicijom u raskoraku je s potrebnim znanjem za ostvarivanje njihove želje.

4. Znanje matematike kao općeobrazovni element i nužni dio kulture svakoga obrazovanog čovjeka

Treba li baš svakom čovjeku neko znanje matematike? Postoje različita mišljenja o tome, ali odgovor je jedinstven: *stvarno obrazovan čovjek mora imati određeno znanje matematike*. Ono obuhvaća:

- prakticiranje matematičkog načina mišljenja u svakodnevnoj djelatnosti;
- poznavanje važnijih matematičkih pojmova, termina i simbola;
- poznavanje računskih operacija i njihove primjene u jednostavnijim zadacima koji se susreću u svakodnevnom životu;
- poznavanje nekih jednostavnijih metoda rješavanja matematičkih problema;
- poznavanje nekih važnijih činjenica iz povijesti matematike i uloge i značaju matematike za razvoj znanosti, tehnike i društva u cjelini.

* * *

Zadaća nastavnika matematike u razredu nije jednostavna. Da bi njegova nastavna djelatnost bila uspješna, on mora voditi brigu o svim učenicima i znanjima koja pojedinim učenicima treba prenijeti ili ih uvažavati. Jedno su znanja matematike **nužna** za svakog učenika, drugo su znanja matematike **potrebna** za cijeli razred, od kojih dio nije nužan za svakog učenika, i treće su **dodatna** znanja matematike, znanja koja pojedini učenici najčešće stječu sami.

Razlikovanje navedenih znanja matematike svakog pojedinog učenika prvi je problem nastavnika. Njegov drugi problem je kako primjereno prenijeti učenicima znanja matematike na različitim razinama, uvažavajući njihove različite buduće potrebe. Ovo je teži problem i glavno pitanje cjelokupne nastavničke djelatnosti. Preduvjeti za uspješno rješavanje ovog problema su dobra stručna i još bolja metodička osposobljenost nastavnika matematike. No, to je mnogo duža priča.

Priču o znanjima završavam s nekoliko aforizama koji svojim sažetim oblikom često neki problem ili neko stanje opisuju bolje od dugih objašnjenja:

Znanje je jedino bogatstvo kojim se svaki čovjek smije ponositi.

Za znanje čovjek može zahvaliti ili sebi ili drugima, za svoje neznanje uvijek je kriv sam.

Žeđ za znanjem ne gasi se vodom, već zagrijavanjem mozga.

Znanje može biti i besplatno, ali neznanje se uvijek skupo plaća.

Literatura

- [1] I. Gusić, *Stručnost u nastavi matematike*, Poučak 7 (2001), 5–14.
- [2] Z. Kurnik, *Matematičke sposobnosti*, Matematika i škola 10 (2001), 195–199.
- [3] Z. Kurnik, *Znanje, neznanje, uzroci i mjere*, Zbornik radova 2. kongresa nastavnika matematike Republike Hrvatske, 209–222, Zagreb 2004.
- [4] Željka Milin Šipuš, *O programu PISA*, Matematika i škola 20 (2003), 230–232.
- [5] *Standardi za nastavu matematike*, Matkina biblioteka, HMD i V. gimnazija, Zagreb 2000.

