

Jacob Bernoulli

(1654. – 1705.)

Branimir Dakić, Zagreb

Ove se godine navršava 300 godina od smrti jednog od istaknutijih članova matematičke dinastije Bernoulli, čiji je doprinos matematičkoj znanosti nemjerljiv. Ovo je prigoda da se kaže nešto više o Jacobu, ali i o ostalim članovima obitelji Bernoulli.

Jacob ili, kako su ga još zvali, Jacques Bernoulli rođen je u švicarskom gradu Baselu 27. prosinca 1654. godine. Njegov otac Nicolaus (1623. – 1708.) bio je ugledni građanin, član gradskog vijeća Basela. Majka je potjecala iz bogate obitelji švicarskog bankara. Obitelj je porijeklom iz Belgije. U strahu od katolika zbog svoje protestantske vjere 1583. g. seli iz Antwerpena u Švicarsku.

Jacob je jedan od pripadnika obitelji koja je matematičkoj znanosti dala brojne, raznovrsne i vrlo vrijedne doprinose. U trima generacijama bilo je osam odličnih matematičara, a od oko 120 potomaka svaki je u svojem poslu bio izrazito uspješan.

Jacob je završio studij filozofije i teologije, a 1671. g. stekao je znanstveni stupanj iz filozofije. Usporedo se bavio astronomijom i matematikom. To je inače bila sklonost i drugih članova obitelji koji su također obrazovani za druga zvanja, a vrlo predano bavili su se matematikom u kojoj su odreda napravili sjajne karijere.

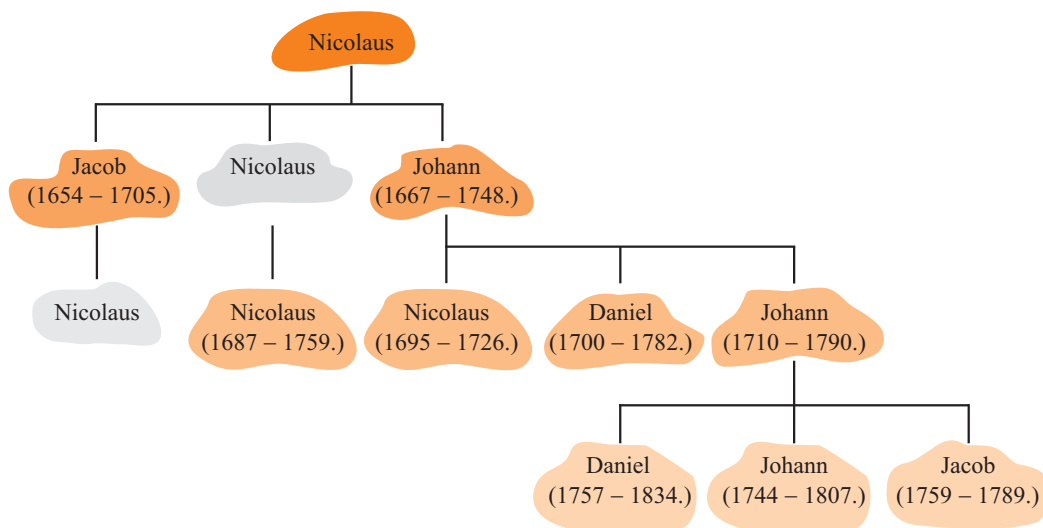
Jacob Bernoulli je 1676. godine stekao doktorat i iz teologije, nakon čega se preselio u Genevu. Godine 1681. odlazi u Nizozemsku, a nedugo zatim u Englesku. To je doba kada se Jacob udubljuje u astronomska istraživanja,



iz čega je proizašla njegova neuspjela *teorija o kometima*. 1683. g. vraća se u Basel i tamo na sveučilištu poučava mehaniku. No i dalje je zaokupljen svojom pravom ljubavlju, matematikom.

Oženio se 1684. g. s Judith Stupanus. Imali su sina, po djedu nazvanom Nicolaus, i kćer. No nijedno od djece nije pokazalo sklonost matematici.

Jacobov mlađi brat Johann studirao je medicinu, a od starijeg je brata tražio poduke iz matematike. Zajedno su proučavali Leibnizova djela i bili među prvima koji su ih uspješno primjenjivali. I premda su braća radila na sličnim problemima, suradnja se prometnula u suparništvo koje je ponekad prelazilo granice razumijevanja i tolerancije. Osobito je bilo ružno kad su njihovi sukobi izlazili u javnost



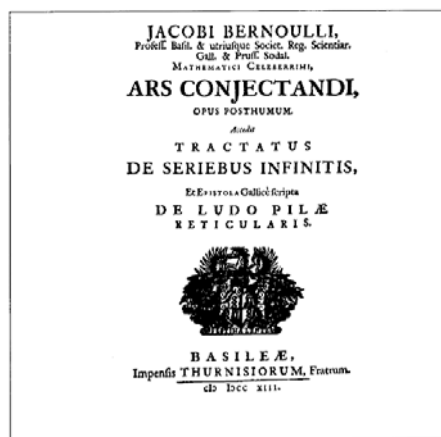
i kad su jedan o drugom govorili s potcjenjivanjem. A možda je baš to bratsko rivalstvo utjecalo da su obojica dala rezultate od povijesnog značaja za matematičku znanost.

U sljedećoj generaciji Bernoullijevih sva tri Johannova sina bili su matematičari. Među njima je najistaknutiji Daniel, koji je bio dobar prijatelj s Eulerom i koji je deset puta dobio uglednu nagradu *Francuske akademije*. Danas ga se smatra utemeljiteljem matematičke fizike.

U trećoj generaciji Johann nastavlja obiteljsku tradiciju, i bio je kraljevski astronom u Berlinu. Njegov brat Jacob posvetio se eksperimentalnoj fizici, a bio je izvrstan matematičar. Utopio se u tridesetoj godini života. Njegov drugi brat Daniell bio je asistent stricu Daniellu, a kratko vrijeme radio je kao profesor u Baselu.

* * *

Jacob Bernoulli bio je matematičar svestranih interesa i velike znanstvene plodnosti. Tako je, primjerice, u samo jednoj godini (1698.) objavio svoj poznati rad o beskonačnim redovima te zakon velikih brojeva, danas nezaobilazan u teoriji vjerojatnosti. Interpretacija vjerojatnosti kao relativne frekvencije govori da ako se neki eksperiment ponovi velik broj puta, tada je relativna frekvencija promatranog događaja jednaka njegovoj vjerojatnosti.



Njegova velika studija o teoriji vjerojatnosti *Ars Conjectandi* objavljena je 1713. godine, osam godina nakon njegove smrti.

U teoriji vjerojatnosti pod njegovim se imenom pojavljuje *binomna raspodjela*. Naime, promatramo li ponavljanje nekog eksperimenta pri kojem su moguća dva ishoda, povoljan i nepovoljan, s vjerojatnostima p i $q = 1 - p$, onda je vjerojatnost da će se u n nezavisnih pokusa s dvama mogućim ishodima povoljni događaj, čija je vjerojatnost p , dogoditi točno k puta jednaka

$$f(n, k, p) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}.$$

Ovakvi slučajni i nezavisni pokusi zovu se *Bernoullijevi pokusi*.



Ako uzmemo da su n i p konstante, tada se funkcija f zove binomna ili Bernoullijeva raspodjela. Naime, za $k = 0, 1, 2, \dots, n$ dobit ćemo uzastopne članove binomne formule $(p + q)^n$.

Značajan je Jacobov doprinos analitičkoj i diferencijalnoj geometriji. Izučavao je krivulje u ravnini i prostoru uz primjenu Leibnizova računa. Tako je, primjerice, uz problem određivanja krivulje izokrone povezoao rješavanje jedne nelinearne diferencijalne jednačbe 1. reda koju je riješio metodom separacije varijabli. To je bilo od velike važnosti za povijest matematike jer se po prvi put pojam integrala pojavljuje u današnjem smislu. Jacob Bernoulli se uspješno bavio primjenom diferencijalnog računa u geometriji. Otkrio je opću metodu za određivanje evoluta krivulje kao ovojnice njezinih kružnica zakrivljenosti.

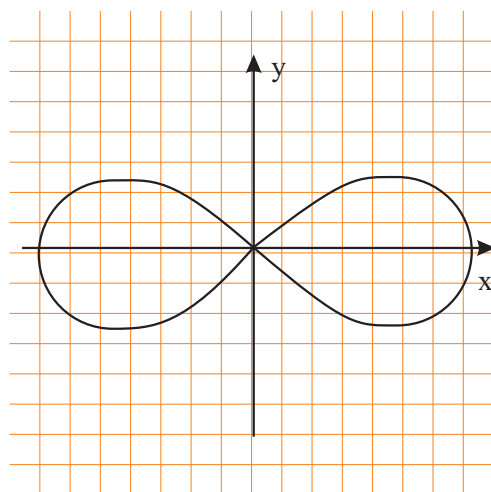
Primjenjivao je kompleksne brojeve u problemima matematičke analize. Jedan je od prvih matematičara koji je rabio matematičku indukciju.

Jacob Bernoulli se bavio izoperimetričkim problemima. To su problemi kod kojih se u skupu svih zatvorenih skupova točaka ravnine koji imaju jednak opseg traži onaj s najvećom površinom. Tako je postao jedan od začetnika Računa varijacija.

Spomenimo da se i poznata Bernoullijeva nejednakost, $(1+x)^n \geq 1+nx$, pripisuje Jacobu Bernoulliju, a potječe iz 1689. godine. On je dokazao da ta nejednakost vrijedi za cijele eksponente n i realne brojeve $x \geq -1$. Kasnije je nejednačba proširena i na racionalne, pa čak i iracionalne eksponente koji su veći od

1. (vidjeti, primjerice, D. Blanuša, Viša matematika, I. dio, prvi svezak, str. 86.)

Jacobu u čast ime nose neke poznate krivulje. Takva je primjerice Bernoullijeva lemniskata, čija je jednačba $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$ (slika). A logaritamska spirala, koju je osobito volio i bio njome opčinjen, trebala je biti ucrtana na njegov nadgrobni spomenik. No greškom gravera spirala na spomeniku je Arhimedova, a uz nju su zapisane riječi: *Eadem mutata resurgo*.



Bernoullijeva lemniskata

Jacob Bernoulli je umro 16. kolovoza 1705. u Baselu. Do smrti je držao katedru matematike na sveučilištu, a naslijedio ga je mlađi brat Johann.



Bernoullijev nadgrobni spomenik