

# Jezik

## u nastavi matematike

Zdravko Kurnik, Zagreb

Nastava matematike je složen proces. Na njezinu uspješnost utječu mnogi čimbenici. Neki od njih odnose se na važna pitanja jezika nastave matematike. Jezik nastave matematike složen je sam po sebi, jer sadrži dvije komponente: govorni jezik i matematički jezik.

Važan zadatak nastave matematike je razvijanje komunikacije na relaciji nastavnik matematike – učenici uporabom jezika. O tome je riječ u ovom članku.

### 1. Govorni jezik i matematički jezik

U današnje vrijeme matematika nije samo cjelokupnost činjenica i metoda, već **jezik** za opisivanje činjenica i metoda u različitim područjima znanosti i njezinoj primjeni. Matematički jezik nastao je kao rezultat usavršavanja nekih značajki govornog jezika: punoće, dvosmislenosti i širine njegovih izražajnih mogućnosti.

**Primjer.** Homonimi i sinonimi.

a) Kao primjer dvosmislenosti mogu nam poslužiti **homonimi**. To su riječi istog oblika, ali različitih značenja, riječi koje ne izražavaju pojmove jednoznačno.

Primjeri: *bor, korijen, kosa, lak, loza, luk, mina, nota, para, pero, vile, vlak*.

Karakterističan je primjer riječ korijen s više značenja u svakodnevnom životu (korijen biljke, korijen zuba, korijen živca, korijen riječi, korijen problema, korijen zla) i u samoj matematici (korijen jednadžbe, kvadratni korijen,  $n$ -ti korijen). Uporabu homonima treba

izbjegavati, jer ona može dovesti do nejasnoće i nerazumijevanja, a posebno je nepoželjna u nastavi. Tako umjesto *korijen jednadžbe* treba uporabljivati primjerenoj naziv *rješenje jednadžbe*.

b) Kao primjer riječi koje pokazuju širinu izražajnih mogućnosti jezika su **sinonimi**. To su različite riječi koje jednoznačno izražavaju jedan te isti pojam. Kod njih je uloga riječi pozitivna, ukazuje na bogatstvo jezika, ali i daje jasnije i točnije određenje samog pojma.

Primjeri: *kvadrat, pravilni četverokut, romb s pravim kutom – usmjerena dužina, vektor – linearna funkcija, polinom prvog stupnja, afina funkcija – kvadratna funkcija, polinom drugog stupnja – površina, ploština*.

\* \* \*

Oba jezika koriste određene simbole, ali se uporaba simbola u matematičkom i govornom jeziku bitno razlikuje. Uporabom simbola u matematičkom jeziku postiže se **kratkoća**.

Matematički jezik, kao i govorni jezik, ima dva aspekta:

- Proučavanje riječi kao nosilaca određenog značenja, tj. kao sredstva za označavanje određenih objekata, pojava i odnosa materijalnog svijeta.

- Razmatranje unutrašnje građe toga jezika bez obzira na smisленo značenje njegovih izraza.

Učenici često imaju slabu predodžbu ili o prvom ili o drugom aspektu matematičkog jezika. To potvrđuju mnoge **pogreške** koje čine

na raznim razinama matematičkog obrazovanja.

Nepravilno povezivanje ovih dvaju pristupa proučavanju matematičkog jezika u tradicionalnoj nastavi, često je uzrok formalnih znanja učenika.

Ako nastavnik matematike njeguje samo prvi pristup, učenici neće naučiti primjenjivati formalni matematički aparat, a to znači ni rješavati probleme pomoću toga aparata.

Ako nastavnik matematike njeguje samo drugi pristup, učenici neće razumjeti smisao izraza matematičkog jezika i neće znati prevoditi probleme koji nastaju izvan matematike na matematički jezik.

U nastavi matematike važna su oba pristupa proučavanja matematičkog jezika.

Primjereno povezivanje dvaju pristupa proučavanja matematičkog jezika u nastavi matematike važno je metodičko pitanje. Kao dodatni prilog rješavanju ovog pitanja može poslužiti uspostavljanje bolje **korelacije** s drugim nastavnim predmetima. Prvi pristup treba ostvarivati na svim razinama nastave matematike, a drugi pristup provodi se postupno i prema potrebi.

Pogledajmo jedan primjer sklada govornog i matematičkog jezika.

### Primjer. Što je površina?

Malo koji bi učenik znao odgovoriti na ovo pitanje. Iako zna! Naime, ljudi su oduvijek mjerili površine zemljишta. Iz tog mjerjenja proizašle su neke jednostavne iskustvene činjenice:

- Površina je uvijek nenegativan broj.
- Ako je neki lik sastavljen od dijelova, onda je njegova površina jednaka zbroju površina tih dijelova.
- Jednaki likovi imaju jednakе površine.
- Kvadrat sa stranicom duljine 1 ima površinu jednaku 1.

Upravo je to znanje koje je skriveno negdje u pamćenju učenika i treba ga samo pobuditi. Matematički jezik to znanje izražava ovako:

**Definicija.** Neka je  $P$  skup svih poligona u ravnini, uključujući i prazan skup. *Površina* na skupu  $P$  je preslikavanje  $p : P \rightarrow \mathbf{R}$  koje ima sljedeća svojstva:

- 1)  $p(P) \geq 0$  za svaki poligon  $P$ .
- 2) Ako je poligon  $P$  zbroj poligona  $P_1$  i  $P_2$ , onda je  

$$p(P_1 + P_2) = p(P_1) + p(P_2).$$
- 3) Ako su poligoni  $P_1$  i  $P_2$  sukladni, onda su brojevi  $p(P_1)$  i  $p(P_2)$  jednakci, tj.  

$$P_1 \cong P_2 \Rightarrow p(P_1) = p(P_2).$$
- 4) Postoji bar jedan kvadrat  $K$  kojemu je duljina stranice jednaka 1 takav da je  $p(K) = 1$ .

Broj  $p(P)$  naziva se *površina poligona*  $P$ .

\* \* \*

U nastavku izlaganja razmotrit ćemo različite nastavne situacije u kojima pitanje jezika igra važnu ulogu i u kojima nastavnik matematike može primjerom uporabom jezika znatno poboljšati efikasnost poučavanja.

Kao ideja vodilja neka nam posluži sljedeći općeobrazovni cilj nastave matematike:

**Učenje usmene i pismene matematičke riječi sa svim njezinim svojstvima kao što su izražajnost, jednostavnost, jezgrovitost, ja-snoća, kratkoća, punoća, sažetost, točnost.**

## 2. Matematički pojmovi

Jedno od načela svake nastave je načelo trajnosti znanja, vještina i navika. Kako postići trajnost matematičkih znanja? Taj cilj može se ostvariti samo uz usmjereni razvoj **mišljenja**. Na taj način razvoj mišljenja učenika postaje

jedan od glavnih zadataka suvremene nastave matematike. Posebno stvaralačkog mišljenja kao najviše razine.

Jedan od oblika mišljenja su **pojmovi**, a drugi **sudovi** – osnovne veze među pojmovima. Pri obradi ovih oblika mišljenja ponovno dolazi do izražaja uporaba jezika, kako govornog, tako i matematičkog. Pravilno razumijevanje i ispoljavanje **matematičkih pojmova** kod učenika u nastavnom procesu vrlo su važni i zahtijevaju od nastavnika matematike dobru pripremljenost.

Jedna od značajki pojma kao oblika mišljenja jest to što je formiranje pojma u čovjekovoj spoznaji neodvojivo od njegovog izražavanja **riječima**, **zapisom** ili **simbolom**. Ova značajka posebno dolazi do izražaja u matematici.

Nužan zahtjev koji trebaju zadovoljavati simbolika i riječ pri izražavanju danog matematičkog pojma jest **jednoznačnost**, a osnovni zahtjevi koje treba zadovoljavati njegova definicija su: **minimalnost sadržaja**, **prirodnost**, **prikladnost** i **primjenjivost**. Te zahtjeve preciznije postavljamo u obliku sljedećih **pravila**:

1. Definicija mora biti primjerena definiranim pojmu, ni preuska, ni preširoka, mora razotkrivati bit pojma.
2. Definicija treba biti pregledna i sažeta.
3. Definicija mora biti suvremena.
4. Definicija ne smije biti izražena slikovitim ili na neki drugi način dvosmislenim jezikom.
5. Definicija ne smije biti cirkularna.
6. Definicija ne smije biti negativna, ako može biti pozitivna.
7. Opseg pojma koji se definira ne smije biti prazan skup.

Proces formiranja pojmova u nastavi matematike ne mora, a vrlo često i ne može biti precizan i strog. Sve ovisi o uzrastu i predznanju učenika. Dopolušten je stanovit stupanj slobode i pojednostavljenja. Međutim, pojednostavljenja i slaba uporaba jezika mogu ozbiljno

narušiti neko od gornjih pravila i dovesti do nerazumijevanja pojmova, pa i neprimjerenog poučavanja učenika.

Rečeno ćemo ilustrirati primjerom koji ozbiljno upozorava na potrebu bolje stručne, metodičke i jezične obrade pojmova u školskoj matematici.

**Primjer.** Iz metodičkih radionica studenata matematike.

Metodičko obrazovanje studenata matematike nastavničkih profila počinje u trećoj godini studija, kolegijem *Metodika nastave matematike I*. Odmah na početku testira se njihovo poznavanje matematičkih pojmova iz školske matematike. Test obuhvaća sljedećih 20 matematičkih pojmova:

ELIPSA, HOMOTETIJA, KOMPLEKSNI BROJ, KONVEKSAN SKUP, KORJENOVANJE, KVADRATNA JEDNADŽBA, LOGARITAMSKA FUNKCIJA, NULTOČKA POLINOMA, ORTOCENTAR, OBRNUTO PROPORCINALNE VELIČINE, POLINOM, POSTOTAK, PRAVI KUT, POVRŠINA, RELACIJA, SFERA, SLIČNOST, TRANSLACIJA, VEKTOR, VISINA PARALELOGRAMA

Rezultati dviju generacija studenata dani su u donjoj tablici.

GODINA	BROJ STUDENATA	BROJ POJMova	ISPRAVNE DEFINICIJE
1999.	29	580	24
2001.	26	520	19

Rezultati testova su očito vrlo neuspješni. Znanje studenata školske matematike ne zadovoljava.

Nakon metodičke obrade poglavљa **Oblici mišljenja** u kojem je odjeljak **Matematički pojmovi**, ponovno se testira poznavanje matematičkih pojmova. Test obuhvaća 20 novih matematičkih pojmova:

CENTRALNA SIMETRIJA, FUNKCIJA, HIPERBOLA, INTERVAL, IZOMETRIJA, KUT, KVADAR, LINEARNA JEDNADŽBA, MIKOILAZNI PRAVCI, OKOMITE RAVNINE, PIRAMIDA, PROPORCIONALNE VELIČINE, PRAVOKUTNIK, RJEŠENJE SUSTAVA LINEARNIH JEDNADŽBI, SIMETRALA DUŽINE, TETIVA KRUŽNICE, TEŽIŠTE, TRAPEZ, VALJAK, VOLUMEN

Sada su rezultati znatno bolji, ali još uvijek ima zaostataka "starog znanja" (tablica).

GODINA	BROJ STUDENATA	BROJ POJMOVA	ISPRAVNE DEFINICIJE
2000.	18	360	151
2002.	19	380	146

### 3. Poučci i dokazi

**Poučak** je jedan od najvažnijih matematičkih pojmljiva. Znaju li učenici dobro što su poučci i kako se oni dokazuju? Provjeravanja njihova znanja o tome nisu zadovoljavajuća, što ponovno ukazuje na slabosti nastave matematike. Stoga ne čudi da provjeravanja znanja studenata matematike o poučcima i njihovim dokazima, prije početka metodičkog obrazovanja, imaju slične rezultate kao u slučaju provjeravanja znanja matematičkih pojmljiva. Metodika nastoji popuniti nastale praznine u znanju, ali svakako bi bilo bolje da učenici dođu na studij matematike s boljim znanjem školske matematike.

Zato obrada poučaka zahtijeva također posebnu pozornost svakog nastavnika matematike. Pravilna obrada toga pojma omogućuje brži razvoj matematičkog mišljenja učenika i bolje razumijevanje same matematike. Istaknimo osnovna pitanja te obrade:

- 1) Precizno formuliranje poučka i moguće preformuliranje poučka.
- 2) Jasno razlikovanje pretpostavke i tvrdnje i razumijevanje njihove uloge u gradnji poučka.

3) Obrat poučka i njegova formulacija.

4) Formulacija negacije neke izjave.

Za razvoj matematičkog i logičkog mišljenja učenika ništa manje nije važno ni peto pitanje, pitanje dokazivanja poučaka.

Pitanja koja se odnose na poučak i dokaz: *Je li sve jasno u formulaciji poučka? Što je pretpostavka u poučku? Od koliko se dijelova sastoji uvjet pretpostavke? Možeš li raščlaniti uvjet na dijelove? Što treba dokazati? Što je tvrdnja poučka? Kako glasi suprotna tvrdnja? Koje bi činjenice mogle pomoći pri dokazivanju poučka? Možeš li naći vezu između ovog poučka i nekog ranije dokazanog poučka? Jesi li iskoristio sve dijelove uvjeta iz pretpostavke? Jesmo li način dokazivanja već koristili kod nekog drugog poučka? Jesmo li dokazivali srođan poučak? Možete li dokazati poučak na drugi način? Kako glasi obrnuta tvrdnja? Vrijedi li obrnuta tvrdnja?*

### 4. Tekstualni zadaci

Školski tekstualni zadaci su pretežno takvi problemski zadaci da broj poznatih veličina, nepoznatih veličina i uvjeta gotovo uvek omogućuje dobivanje rješenja. Oni se obično razrješavaju prirodno i prema očekivanjima. Zašto takvi zadaci ipak često zadaju dosta teškoće i učenicima i nastavnicima, pa ih neki nastavnici izbjegavaju? To nije teško objasniti, a objašnjenje dobrim dijelom leži u naravi samih zadataka. Svaki takav zadatak sastoji se zapravo od dva zadatka. To su:

- 1) Sastavljanje jednadžbi prevođenjem s govornog jezika na matematički jezik.
- 2) Rješavanje jednadžbi.

Prvi od njih nije uvek lagan, zahtijeva priličan umni napor i poznavanje postupka raščlanjivanja, što se nerijetko pretpostavlja da učenici znaju i bez objašnjenja. Odatle teškoće, a rezultat je najčešće odbojnost prema takvim problemima. Međutim, suočenje problema na rješavanje jednadžbi višestruko je korisno jer ono omogućuje razvijanje logičkog mišljenja,

dosjetljivosti, opažanja i umijeća samostalnog provođenja nevelikih istraživanja. Zato takve probleme nije dobro izbjegavati, već ih treba metodički primjereno objasnjavati, kako bi oni ispunili svoju obrazovnu svrhu.

**Primjer.** *Majka i tri kćeri imaju zajedno točno 100 godina. Najmlađa kći ima četiri puta manje godina od svojih sestara zajedno. Kada se rodila druga kći, majka je imala osam puta više godina od prve kćeri. Kada se rodila treća kći, majka je imala dva puta više godina od prve dvije kćeri zajedno. Koliko godina imaju majka i kćeri?*

Prema pitanju na kraju zadatka jasno je da se radi o problemu sa četiri nepoznate veličine. Nepoznate su godine majke i triju kćeri:  $m, k_1, k_2, k_3$ . Četiri rečenice prije pitanja predstavljaju niz od četiri dijela uvjeta, a svaki taj dio vodi na jednu jednadžbu za nepoznate veličine. Prevođenje na matematički jezik ovdje bi se trebalo prirodno izvesti.

\* \* \*

U procesu suočenja problema na rješavanje jednadžbi važnu ulogu igraju pitanja koje nastavnik postavlja učenicima. S jedne strane, pomoću njih nastavnik provjerava jesu li učenici razumjeli problem i znaju li opisati i izdvojiti sve njegove značajke, a s druge strane, pobuđuje njihovo mišljenje i usmjerava njihovu misao na bitne dijelove problema. **Umičeće postavljanja pitanja** jedan je od oblika nastavnika kreativnosti i zato ga treba njegovati i razvijati. Neka se pitanja stalno ponavljaju, ali su važna i nezaobilazna, pa nas to ne treba smetati. Sigurno su i naši čitatelji često postavljali neka od pitanja koja navodimo niže.

Pitanja koja se odnose na razumijevanje zadatka: *Što je zadano? Što je nepoznato? Što treba naći? Što se zahtijeva? Koliko ima nepoznаницa? Kako ćeš označiti nepoznato? Kako glasi uvjet? Od koliko se dijelova sastoje uvjet? Možeš li račlaniti uvjet na dijelove? Možeš li napisati te dijelove? Je li uvjet dovoljan za određivanje nepoznаницa? Možeš li zadatak drukčije izraziti?*

Pitanja koja se odnose na postavljanje jednadžbi: *Možeš li naći vezu između zadanog i nepoznatog? Je li moguće zadovoljiti uvjet? Koja bi činjenica mogla pomoći pri postavljanju jednadžbe? Koliko jednadžbi treba postaviti? Jesi li iskoristio sve zadano? Jesi li iskoristio sve dijelove uvjeta? Ima li dobiveni sustav rješenje? Znaš li rješiti dobiveni sustav jednadžbi? Jesi li rješavao sličan sustav jednadžbi? Možeš li sustav jednadžbi svesti na rješavanje jedne jednadžbe? Što reći o broju rješenja jednadžbe?*

## 5. Motivacija

Govorni jezik, a djelomice i matematički jezik, dolaze do punog izražaja pri nastojanju da se kod učenika pobudi interes prema matematici. Taj cilj najlakše se postiže primjerenom **motivacijom**. Da bi obrazložio potrebu obrade nekog matematičkog sadržaja, nastavnik matematike mora biti siguran u sebe i "uvjernljiv". Zato jezični opis motivacije mora biti dobro zamišljen i pripremljen. Pritom mu stoje na raspolaganju razne vrste motivacije:

*Motivacijska pitanja, motivacijski primjeri, motivacijski zadaci, motivacijska svojstva, historicizmi i dr.*

## 6. Metoda razgovora

Ovo je najčešći izbor nastavne metode za rad u razredu. Jasno je koliku važnost ima u ovome izboru jezik i njegova pravilna uporaba. Postavljajući pitanja pojedinim učenicima, primjerena njihovom predznanju, i vodeći s njima razgovor, nastavnik stječe određenu predodžbu o kakvoći svoga poučavanja i stupnju shvaćanja učenika. Pitanja ne smiju biti stihijski odabранa, već dobro promišljena i pripremljena. Pitanja se najčešće odnose na razumijevanje problema, na postavljanje jednadžbi, na poučak i dokaz.

Navedimo najčešću metodičku pogrešku nastavnika matematike pri vođenju razgovora.

### Primjer. Utvrđivanje novog gradiva.

To je važna etapa nastavnog sata. U njoj nastavnik matematike dobiva potrebnu informaciju o stupnju usvojenosti novog gradiva. Ali što se često dešava? On postavi pitanje nekom slabom učeniku i na njega ne dobiva precizan odgovor. Učenik nešto nejasno izgovara, muči se i na kraju daje pogrešan odgovor. Nastavnik zaključuje da ne zna i odmah se obraća drugom, boljem učeniku. Pa sasvim je vjerojatno da će napredniji učenik točno odgovoriti! Ali time nije postignut cilj nastave. Nastavnik je propustio utvrditi razlog neznanja prvog učenika. Zaboravio je da slabiji učenici često imaju znatnih teškoća pri svladavanju nastavnog gradiva. Zaboravio je da je nastavni proces zajednička aktivnost nastavnika i učenika i da kvaliteta znanja matematike slabijih učenika u velikoj mjeri ovisi o kvaliteti toga odnosa. A prirodno mu se nameću pitanja:

*Zašto učenik ne zna? Je li objašnjenje bilo dovoljno jasno? Je li pitanje teško? Ima li još učenika koji nisu sve razumjeli? Što su učenici zapisali u svoje bilježnice?*

Sada je tek trenutak za ozbiljan razgovor iz kojega se ne smiju isključiti slabiji učenici.

## 7. Bilježnice

Nastavnikovo poučavanje matematike učenici prate **zapisima** u bilježnicama. Tim zapisima također se ostvaruje ranije navedeni općeobrazovni cilj nastave matematike o učenju pisane matematičke riječi. Zato nastavnik mora paziti, kako na izgovorene riječi, tako i na kvalitetu zapisu na ploči, jer se najčešće taj zapis prenosi u bilježnice učenika.

Posebno su važni tekstovi zadataka za **domaće zadaće**. Zadavanje domaće zadaće treba biti brižljivo promišljeno i pripremljeno, ali i obavljeno na primjeren način. Pod tim se podrazumijeva: nastavnikov osvrt na izbor zadataka, čitanje tekstova od strane učenika, nastavnikova pitanja o razumijevanju zadataka, objašnjenja i upute za rješavanje težih zadataka i otkrivanje načina njihova rješavanja. Tu

se otvara mogućnost ispoljavanja **jezične kreativnosti** učenika. Poučno je i poticajno da na sljedećem nastavnom satu nastavnik matematike pred razredom istakne uočena uspjelija i originalnija rješenja.

Provjeravanje zapisa u bilježnicama učenika treba biti sastavni dio svakodnevne nastavne djelatnosti. Ishod provjeravanja bilježnice svakoga učenika može se uzeti u obzir pri ocjenjivanju njegova sveukupnog rada.

Kako treba voditi bilježnice, nastavnik matematike objašnjava učenicima na početku svake školske godine.

## 8. Jezik u udžbenicima matematike

Zadovoljava li obrada matematičkih sadržaja u našim udžbenicima matematike, posebno kad je u pitanju **jezik** obrade? Postoji velika šarolikost, ali se sa sigurnošću može reći da je pri obradi često zapostavljena baš ta njezina strana. Navedimo neke od uočenih slabosti:

Neprimjereno povezivanje govornog i matematičkog jezika, prevladavanje govornog jezika, prevladavanje matematičkog jezika, neprimjerena (jezična) motivacija, zanemarivanje pravila definiranja matematičkih pojmovova, slabo razlikovanje primjera i zadataka, zaposavljanje jezične kreativnosti i dr.

Nastavnici matematike najpozvaniji su da se sami kritički osvrnu na ovo pitanje. O njemu je nužna i šira rasprava.

## 9. Jezični i metodički savjeti

Savjeti koji slijede mogu se u nastavnom procesu djelotvorno iskoristiti za razvoj mnogih osobina učenika i ostvarenje važnih ciljeva nastave matematike. To su: pobuđivanje interesa prema matematici, samostalnost, kritičnost, komunikativnost, stvaralački rad, razvijanje kreativnih crta, usavršavanje matematičkih sposobnosti, razvijanje matematičkog mišljenja i dr.

- 1)** Dobro je da nastavnik matematike svoj jezik i način izlaganja svaki put više prilagodi matematičkim sposobnostima i razinama mišljenja svojih učenika.
- 2)** Dobro je da nastavnik tijekom svog izlaganja potiče učenike da postavljaju pitanja s ciljem razjašnjavanja kritičnih mesta, čime bi se postiglo bolje razumijevanje i brže usvajanje novog.
- 3)** Dobro je upućivati učenike da sami izdvajaju bitna obilježja nekog pojma i naučiti ih razlikovati ona obilježja pojma koja su za njegovu definiciju nužna i dovoljna.
- 4)** Dobro je da učenici aktivno sudjeluju pri uvođenju i definiranju matematičkih pojmoveva.
- 5)** Dobro je ukazivati na postupak dobivanja apstraktnih matematičkih pojmoveva putem pažljive analize i apstrahiranja svojstava predmeta koji stvarno postoje u prirodi.
- 6)** Dobro je da učenici spoznaju korelaciju između matematike i drugih nastavnih predmeta.
- 7)** Dobro je imati na umu da definicije s riječicom "je" ili "su" nisu najpreciznije jer se ponekad ne vidi radi li se doista o definiciji, ili rečenica predstavlja tvrdnju kojom se izriče neko svojstvo već ranije definiranog pojma. Dobro je učenike učiti preformulirati definicije pomoći riječca "naziva se", "zove se" ili "kažemo".
- 8)** Dobro je da prije dokazivanja bilo kojeg poučka nastavnik učenicima prepusti kritičku analizu poučka, jasno razlikovanje pretpostavke i tvrdnje i razumijevanje njihove uloge u gradnji poučka.
- 9)** Dobro je da nastavnik kod učenika razvija sposobnost preciznog formuliranja poučka.
- 10)** Dobro je učenicima ukazati na činjenicu da je lakše izdvojiti pretpostavku i tvrdnju u poučku ako se poučak formulira rečenicom oblika "ako ..., onda ..." i poticati ih na preformuliranje poučka u taj oblik.
- 11)** Dobro je da nastavnik u pravom trenutku otkrije učenicima potrebu dokazivanja poučaka, upozna ih s načinima dokazivanja, jer matematičko obrazovanje učenika nije potpuno ako tijekom školovanja nisu upoznali i shvatili dokaze nekoliko standardnih poučaka.
- 12)** Dobro je da nastavnik ukazuje učenicima na analogiju, čime se uz malo truda može stići znatno znanje. Jezični izričaji su u ovom slučaju sažeti, ali djelotvorni: "slično se izvodi", "analogno se dobiva", "na isti način se dokazuje", "trokuti se podudaraju", "zname li neki srođani zadatak?", "u kojem su odnosu promatrani likovi?", "možemo li ponoviti opisani postupak i u ovom slučaju?", "što u prostoru odgovara kvadratu?" i dr.
- 13)** Dobro je da nastavnik usmjerava mišljenje učenika na generalizaciju ili poopćavanje, metodu kojom se izgrađuju općenitiji pojmovi i općenitije tvrdnje.
- 14)** Dobro je povremeno prepustiti učenicima da sami sastavljaju neke zadatke za domaću zadaću.
- 15)** Dobro je da nastavnik matematike preko malih projekata poučava učenike načinu izlaganja i iznošenja novih ideja.

\* \* \*

Dobro je i staviti točku na kraju svega uz poruku: nastavnici matematike, pazite na jezik u nastavi matematike, njime se može mnogo postići!

## Literatura

- [1] Z. Kurnik, *Descartesova metoda*, Matematika i škola 1 (1999), 10–16.
- [2] Z. Kurnik, *Matematički pojam*, Matematika i škola 11 (2001), 8–16.
- [3] Z. Kurnik, *Metodika uvođenja novih pojmoveva*, Matematika i škola 12 (2001), 55–59.
- [4] Z. Kurnik, *Poučak ili teorem*, Matematika i škola 8 (2001), 101–105.
- [5] Z. Kurnik, *Dokaz*, Matematika i škola 9 (2001), 149–155.
- [6] Z. Kurnik, *Motivacija*, Matematika i škola 31 (2005), 4–10.