

Metoda rada s tekstem

Zdravko Kurnik, Zagreb

1. O metodi

Značenje samostalnog rada učenika s nastavnom literaturom vrlo je veliko. Taj rad je jedno od osnovnih sredstava za ostvarenje važnog cilja nastave matematike – **naučiti učenike učiti**.

Kao posebne ciljeve možemo navesti:

razvijanje navike korištenja literature, njegovanje čitanja s razumijevanjem, njegovanje navike duže koncentracije, razvijanje umijeća reproduciranja matematičkog teksta, razvijanje sposobnosti stvaralačkog osmišljavanja pročitaneog teksta, priprema za samostalni rad u životu.

To su ujedno i dobre strane metode. Međutim, metoda ima i neke slabe strane. To su:

nemogućnost samostalnog svladavanja težih mjesta, površnost čitanja, popuštanje koncentracije, samoobmana, manjak “žive” riječi nastavnika, slaba kontrola proučenog teksta, slaba povratna informacija, nemogućnost neposrednog utvrđivanja i provjeravanja stečenog znanja zbog faktora vremena.

Osnovna poteškoća u primjeni metode rada s tekstem nalazi se upravo u njezinoj prvoj slaboj strani. Učenici, radeći s udžbenikom, trebaju usvojiti određenu količinu novih informacija, a pritom im dio teksta može biti nejasan. Te nejasnoće moraju razjasniti na temelju toga istog teksta, za razliku od nastavnika matematike koji nejasnoće može izbjeći

objašnjenjem proučavanog pitanja u drugom obliku.

Prva razina u ovladavanju umijećem rada s nastavnom literaturom je **čitanje s razumijevanjem** i **umijeće reproduciranja** matematičkog teksta.

Viša razina umijeća rada s nastavnom literaturom je **stvaralačko osmišljavanje**. To znači, učenici trebaju biti sposobni ne samo usvajati nove informacije iz udžbenika, nego na temelju usvojenih informacija znati doći do novih znanja koja nisu neposredno izražena u udžbeniku, već su rezultat stvaralačkog promišljanja nad pročitanim tekstem.

Zadnji cilj je visoko postavljen. Da bi se on ostvario i kod metode rada s tekstem, nužna je pretpostavka da su učenici tijekom matematičkog obrazovanja osposobljeni za **umni rad**. Međutim, sposobnost umnog rada razvija se postupno. Ta činjenica od nastavnika matematike zahtijeva dobru procjenu matematičkih sposobnosti svakog učenika i primjerenu pripremu rada.

2. Savjeti za samostalan rad

Da bi se smanjilo iskazivanje slabih strana metode rada s tekstem i postigla što veća učinkovitost, potrebno je poučiti učenike kako treba postupati pri njezinoj primjeni.

Budući da se u našem slučaju radi o tekstu matematičke naravi, primjena metode je otežana

zbog posebnog matematičkog jezika, njegove simbolike i terminologije. Zato se svaki takav tekst treba čitati **najmanje** dvaput. Metodika nastave matematike je na temelju rezultata prakse razvila postupak koji vodi računa o poteškoćama samostalnog čitanja matematičkog teksta i koji ovdje navodimo kao savjete učenicima. Na temelju tih savjeta nastavnik matematike treba organizirati samostalni rad učenika i postupno ih naučiti pravilnoj primjeni metode.

Prvo čitanje (razumijevanje teksta):

1) Pri proučavanju teksta iz udžbenika kojeg je zadao nastavnik matematike korisno je da svaki učenik ima pri ruci osnovna sredstva za pisanje i crtanje.

2) Pročitati odabrani tekst u cjelini i u njemu uočiti i izdvojiti one njegove dijelove koji imaju samostalno značenje. U matematici takvi dijelovi su: definicije, poučci, primjeri, zadaci.

3) Sljedeći korak je analiza svakog od uočenih dijelova.

Ako se radi o **primjeru**, potrebno je analizirati njegovu narav i obrazovnu ulogu, odnosno treba spoznati radi li se o definicijskom primjeru, motivacijskom primjeru, uvodnom primjeru ili primjeru koji služi za utvrđivanje obrađenog matematičkog sadržaja.

Ako se radi o **definiciji**, potrebno je shvatiti na koji se matematički pojam odnosi navedena definicija i potražiti primjere za ilustraciju.

Ako se radi o **poučku**, potrebno je pažljivo pročitati njegovu formulaciju, izdvojiti pretpostavku i tvrdnju te shvatiti njegov smisao.

Ako se radi o **zadatku**, važno je uočiti njegove sastavne dijelove, bitne za njegovo razumijevanje. To su: poznate ili dane veličine, nepoznate ili tražene veličine, objekti i uvjeti koji opisuju veze između danih i nepoznatih veličina i objekata.

4) Za bolje razumijevanje problema često se koristi crtež u knjizi. Ako takvog crteža nema, korisno je samostalno ga napraviti.

5) U prvom se čitanju ne traži dublja analiza, već samo shvaćanje osnovnih misli i ideja odabranog teksta. Zato se nejasni detalji mogu privremeno preskočiti.

6) Proučivši tekst u cjelini, učenik je stekao predodžbu o strukturi i težini teksta. Sada može prijeći na izučavanje njegovih detalja.

Drugo čitanje (učenje):

7) U drugom čitanju otpočetak treba pokloniti pozornost težim mjestima, detaljima dokaza poučka ili izvoda formule, a također onim matematičkim činjenicama (aksiomi, definicije, poučci) na temelju kojih se izvode zaključivanja. Ako je nešto zaboravljeno, treba potražiti u prethodnim odjeljcima udžbenika.

8) Čitajući dokaz teorema, izvoda formule ili rješenja zadatka, potrebno ga je korak po korak proučiti i postupno reproducirati na papir.

9) Nakon što je tekst shvaćen (naučen), poželjno ga je jedanput/dvaput usmeno ili pismeno reproducirati i utvrditi. Posebnu pažnju valja obratiti na ono glavno što treba zapamtiti (definicije, pojmovi, poučci, formule). Reprodukcije ne moraju biti doslovne, ali moraju biti točne.

10) Pažljivo proučiti ilustrativne primjere.

11) Usvojivši teoriju, treba početi rješavati odgovarajuće zadatke. Ne obratno! Pravilnost rješavanja svakog zadatka određuje se dobrim poznavanjem teorijskih činjenica koje se odnose na njega.

12) Ako u nekom dijelu proučenog teksta nije sve jasno, treba se obratiti nastavniku matematike za pomoć. Ne treba se stidjeti svog neshvaćanja.

Stvaralački rad (viša razina učenja):

13) Po završetku rada poželjno je pokrenuti mišljenje učenika u smjeru dogradnje proučenog teksta. Korisno je postaviti neko od sljedećih pitanja: Može li se poučak dokazati na neki drugi način? Postoji li jednostavniji

način rješavanja zadatka? Je li moguće poboljšati izvod formule?

14) Završni korak je upućivanje učenika na pronalaženje analogija i izvođenje mogućih generalizacija i specijalizacija.

Na isti se način pripremaju učenici za rad s drugim matematičkim tekstovima, a ne samo onim u udžbeniku.

Naravno, nije moguće uvijek slijediti sve navedene savjete, niti je to nužno. Sve ovisi o matematičkim sadržajima. Jedni su prikladni za primjenu jedne metode, drugi druge. Tako je i s metodom rada s tekstom. Nastavnik matematike treba načiniti uži i primjereni izbor matematičkih sadržaja za primjenu ove metode. Bitno je da se češćom izmjenom nastavnih metoda razbije jednoličnost nastave matematike. Izmjena mora uvijek biti u korist suvremenih metoda. A metoda rada s tekstom je sigurno jedna od takvih metoda.

3. Primjeri

U ovom odjeljku opisat ćemo nekoliko mjesta u školskoj matematici koja su prikladna za obradu primjenom metode rada s tekstom.

Zadaci. Rješavanje zadataka je najčešća djelatnost učenika. Primjerenim izborom i korištenjem matematičkih zadataka u najvećoj se mjeri ostvaruje i razvija samostalni rad učenika. I ne samo to. Preko zadataka učenici se vrlo rano upoznaju s metodom rada s tekstom, čija će se primjena postupno proširiti i na neke druge matematičke tekstove.

Posebno je važno zadavanje i rješavanje zadataka za domaću zadaću. Često se događa da zbog opsežnosti upravo obrađenog novog nastavnog gradiva nastavnik to učini brzo i bez ikakvih objašnjenja, navodeći samo brojeve zadataka iz zbirke ili udžbenika. Izostaju, pored ostalog, i dva za našu temu bitna elementa poučavanja:

1) Čitanje tekstova zadataka od strane učenika, analiziranje sastava i razmatranje pitanja njihove težine i rješivosti. Korak važan za razvoj **kritičkog** mišljenja učenika.

2) Upućivanje učenika na samostalno sastavljanje tekstova pojedinih zadataka za domaću zadaću. Korak važan za razvoj **kreativnosti** učenika.

* * *

Bilježnice. Nastavnikovo poučavanje matematike učenici prate zapisima u bilježnicama. Tim zapisima ostvaruje se važan općeobrazovni cilj nastave matematike: učenje pisane matematičke riječi sa svim njezinim svojstvima (jasnoća, jednostavnost, punoća, preciznost). Zato nastavnik mora paziti, kako na izgovorene riječi, tako i na kvalitetu zapisa na ploči.

Zapisi u bilježnicama učenika su zapravo preoblikovani tekstovi izvora znanja. Oni služe učenicima za ponavljanje i učenje. Jesu li oni dobro napisani? Provjeravanje tih zapisa trebalo bi biti sastavni dio svakodnevne nastavnikove djelatnosti.

Kako treba voditi bilježnice, nastavnik matematike trebao bi objasniti učenicima na početku svake školske godine.

* * *

Primjena Pitagorina poučka. Nakon obrade, Pitagorin poučak se neposredno primjenjuje na nekoliko geometrijskih objekata: jednakostraničan trokut, jednakokrtačan trokut, kvadrat, pravokutnik, kocku i kvadar.

Formule $v = \frac{1}{2}a\sqrt{3}$ i $v = \frac{1}{2}\sqrt{4b^2 - a^2}$ za duljine visina jednakostraničnog i jednakostraničnog trokuta, $d = a\sqrt{2}$ i $d = \sqrt{a^2 + b^2}$ za duljine dijagonala kvadrata i pravokutnika, $d = a\sqrt{3}$ i $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ za duljine dijagonala kocke i kvadra analogno se izvode.

Prvu formulu učitelj matematike uvijek može izvesti metodom dijaloga uz pomoć učenika, dok drugu formulu učenici mogu samostalno izvesti primjenom metode rada s tekstom.

Naravno, najbolja bi problemska situacija bila kad bi se izvođenje svih navedenih formula prepustilo samostalnom radu učenika.

* * *

Pravila. Među matematičke sadržaje koji su posebno važni i koje treba pamtiti ubrajaju se i razna pravila, posebno pravila za brojeve. Evo nekih od njih:

$$A) (ab)^2 = a^2b^2, \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, \\ |ab| = |a| \cdot |b|;$$

$$B) a^m a^n = a^{m+n}, (ab)^n = a^n b^n, \\ \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}, \log_a(xy) = \log_a x + \log_a y,$$

$$C) \overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}, \overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}, \\ |z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|, \\ z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2)].$$

Prije primjene nekog od gornjih pravila potrebno je da se ono najprije proširi na više od dva broja. Proširenje se postiže jednostavnom analogijom. Poželjno je da nastavnik učenicima ukaže i na mogućnost poopćavanja svakog od tih pravila. Poopćenja se otkrivaju stvaralačkim radom učenika. Na taj način pravila postaju vrlo zahvalan matematički sadržaj za primjenu metode rada s tekstom: učenici mogu ili proučiti tekst o analogiji i poopćavanju u udžbeniku ili, ako toga teksta nema, sami ispisati dodatni tekst za temu koju su proučavali.

* * *

Kvadratna funkcija $f(x) = ax^2$. Pri obradi ove kvadratne funkcije razlikuju se dva slučaja: $a > 0$ i $a < 0$.

Obrada prvog slučaja $a > 0$ počinje promatranjem posebnih funkcija $x \mapsto x^2$, $x \mapsto \frac{1}{2}x^2$, $x \mapsto 2x^2$, izrađuju se tablice vrijednosti tih funkcija, crtaju grafovi i na kraju izvode neka njihova svojstva.

Obrada drugog slučaja $a < 0$ je, uz male preinake, posve analogna. To je pogodno mjesto za samostalni rad učenika i primjenu metode rada s tekstom.

* * *

Elipsa i hiperbola. Obrade ovih nastavnih jedinica u trećem razredu srednje škole imaju mnogo sličnosti. Slične su već i same definicije krivulja:

*Neka su F_1 i F_2 dvije čvrste točke ravnine i $2a$ pozitivan realan broj veći od $|F_1F_2|$. Skup svih točaka ravnine za koje je zbroj udaljenosti od točaka F_1 i F_2 stalan i jednak $2a$ zove se **elipsa**.*

*Neka su F_1 i F_2 dvije čvrste točke ravnine i $2a$ pozitivan realan broj manji od $|F_1F_2|$. Skup svih točaka ravnine za koje je apsolutna vrijednost razlike udaljenosti od točaka F_1 i F_2 stalna i jednaka $2a$ zove se **hiperbola**.*

Zato obradu hiperbole nastavnik može postaviti kao problemsku situaciju koju, poznavajući postupak obrade elipse, učenici mogu i znaju samostalno razriješiti primjenom metode rada s tekstom.

Elipsa. Evo kratkog opisa obrade elipse:

Elipsa se smještava u koordinatni sustav tako da joj je središte u ishodištu O koordinatnog sustava, a osi na koordinatnim osima. Prema definiciji elipse, za udaljenosti r_1 i r_2 bilo koje njezine točke $T(x, y)$ od žarišta $F_1(-e, 0)$ i $F_2(e, 0)$ vrijedi $r_1 + r_2 = 2a$, $2a > |F_1F_2|$. Iz ove jednakosti izvodi se jednadžba elipse u obliku $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$.

Uvjet diranja pravca $y = kx + l$ i elipse $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ dobiva se rješavanjem tog sustava jednadžbi uz zahtjev da je presjek krivulja jedna točka. Rezultat je jednakost $a^2k^2 + b^2 = l^2$.

Dalje se lako izvodi da je jednadžba tangente na elipsu $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ u njezinoj točki $T_0(x_0, y_0)$ oblika $b^2xx_0 + a^2yy_0 = a^2b^2$.

Hiperbola. Nakon obrade elipse učenici mogu koristeći udžbenik analogne činjenice o hiperboli samostalno proučiti. Bez poteškoća mogu sami spoznati da je $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ jednadžba hiperbole, da je $a^2k^2 - b^2 = l^2$

uvjet diranja pravca $y = kx + l$ i hiperbole $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$, te da je $b^2xx_0 - a^2yy_0 = a^2b^2$ jednadžba tangente na hiperbolu $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ u njezinoj točki $T_0(x_0, y_0)$.

Za samostalni rad učenika pogodna je i konstrukcija hiperbole.

* * *

Poučak o sinusima. Prva jednakost $a \sin \beta = b \sin \alpha$ poučaka o sinusima za trokut ABC izvodi se pomoću visine iz vrha C i trigonometrije pravokutnog trokuta. Analogno se izvodi druga jednakost $b \sin \gamma = c \sin \beta$, a iz dobivenih jednakosti i cijeli poučak. To mogu učenici samostalno proučiti.

4. Zaključak

Metoda rada s tekstom važna je za djelatnost gotovo svakog čovjeka. Metoda rada s tekstom važna je i nastavniku matematike u pripre-

manju nastavnog sata i u svim fazama njegova ostvarenja.

U školskoj matematici, ali i izvan nje, postoje mnoge teme koje su u potpunosti ili djelomično pogodne za obradu primjenom metode rada s tekstom i koje mogu doprinijeti matematičkom obrazovanju učenika. Nastavnik matematike lako može pronaći takve teme. Uistinu je nužno da metoda rada s tekstom zauzme u nastavi matematike ono mjesto koje zaslužuje.

Literatura

- [1] Z. Kurnik, *Analogija*, Matematika i škola 3 (2000), 101–109.
- [2] Z. Kurnik, *Suvremena metodika i nastava matematike*, Zbornik radova 1. kongresa nastavnika matematike, Zagreb 2000, 187–201.
- [3] Z. Kurnik, *Problemska nastava*, Matematika i škola 15 (2002), 196–202.
- [4] Z. Kurnik, *Heuristička nastava*, Matematika i škola 34 (2006), 148–153.
- [5] V.A. Oganjesjan i dr., *Metodika prepodavanja matematiki*, Prosvješćenie, Moskva 1980.

B.C. PRETPOTOPNJACI

