Metoda predavanja

Metodika

Zdravko Kurnik, *Zagreb*

1. O metodi

Metoda predavanja jedna je od tradicionalnih i najstarijih nastavnih metoda. U širem smislu ona danas ima nekoliko različitih oblika:

usmeno izlaganje,
pripovijedanje,
objašnjavanje,
opisivanje,
predavanje.

Već sam naziv metode govori o podjeli uloga u razredu: aktivna uloga pripada nastavniku, a pasivna učenicima. To znači da učenici trebaju pažljivo slušati riječi nastavnika i zapisivati u bilježnice bitne iskaze i ono što nastavnik piše i crta na ploči. Bit metode sastoji se u predavanju gotovih znanja učenicima, a učenje se svodi na zapamćivanje, učenje napamet i reprodukciju naučenog. Njeguje se reproduktivno, a zapostavlja stvaralačko mišljenje učenika.

Rečeno vodi na zaključak da je metoda predavanja za nastavu matematike slaba i neučinkovita metoda. Međutim, potrebna su dodatna razjašnjenja kako bi se dobila točnija ocjena njezine učinkovitosti. Pokazuje se da metoda ima svoje mjesto i u suvremenoj nastavi matematike, pogotovo ako se imaju u vidu više razine matematičkog obrazovanja, ali isto tako nastavnik matematike mora biti vrlo pažljiv pri odabiru mjesta i vremena primjene te metode.

Suvremena metodika nastave matematike opisuje neka poboljšanja najprije frontalnog oblika rada, koji ide u paru s metodom predavanja, a i samu metodu osuvremenjuje.

Osnovni zahtjev je da nastavnik matematike i ovom metodom budi interes učenika i aktivira njihovo mišljenje. Može li se to postići? Kada se radi o složenijem matematičkom sadržaju, ideja obrade se temelji na aktivnom vođenju mišljenja, načelu zornosti i paralelnoj primjeni metode demonstracije. Slušajući predavanje i prateći zapis na ploči ili prozirnici učenici trebaju zajedno s nastavnikom korak po korak misaono prelaziti put traženja, postavljanja i utvrđivanja matematičkih činjenica. Slijedeći nastavnikov proces mišljenja, učenici aktiviraju i svoje mišljenje. Pritom važnu ulogu igraju i povremena nastavnikova popratna pitanja kojima on usporava tempo svoga izlaganja i ukazuje na teža mjesta. Pitanja su ovog tipa:

Odakle treba početi? Zašto to vrijedi? Na osnovi čega to zaključujemo? U kojemu su odnosu te veličine? Što je zajedničko tim likovima? Kolika je ta vrijednost? Što dobivamo uspoređivanjem? Koju metodu možemo primijeniti? Postoji li drugi način?

Iako na ova pitanja nastavnik najčešće sam odgovara, on njima ipak postiže određeni obrazovni cilj: uočavanje težih mjesta u nekom matematičkom sadržaju, promišljanje o nastavku obrade, a što je najvažnije priprema mogućnost prijelaza metode predavanja u djelotvorniju **metodu dijaloga**.

Dobre strane metode: Precizan plan izvođenja na osnovi razrađene pripreme, postavljanje težišta na glavna pitanja obrade, promišljenost svih logičkih koraka, racionalnost i jasnoća, jasan i precizan zapis na ploči, priprema učenika za nastavak školovanja na fakultetima.

Slabe strane metode: Pasivnost učenika, slabljenje koncentracije, nedostatak povratne informacije, previše usmjerena nastava, slaba učinkovitost.

Neki od oblika metode predavanja primjenjuju se u svim razredima. Samo predavanje primjenjuje se u višim razredima. Međutim, ova primjena treba obuhvatiti samo **dio nastavnog sata**, i to kao **pomoćna metoda**, nakon temeljite nastavnikove analize nastavnog gradiva i primjerenog izbora drugih metoda za pripremani nastavni sat.

Matematički sadržaji koji su pogodni za obradu primjenom metode predavanja:

1) Motivacija za matematički sadržaj koji je predmet nastavnog sata.
2) Povijesne činjenice, zanimljivosti i historicizmi.
3) Tumačenja i objašnjenja prije samostalnog rada učenika.
4) Otkrivanje okolnosti u kojima je nastao problem.
5) Složeno ili važno gradivo s aspekta cjelovitosti razmatranja i usvajanja.
6) Opis rada s tablicama, džepnim računalom ili računalom.
7) Izvodi formula i dokazi poučaka.
8) Analogoni i poopćenja.

Opisat ćemo nekoliko primjera iz školske matematike u kojima se jasno vidi potreba primjene nekog od navedenih oblika metode predavanja.

2. Primjeri

Razmotrimo najprije neke činjenice koje se odnose na povijest matematike, gdje bi živa riječ nastavnika mogla potaknuti interes učenika prema matematici. Učenici obično nemaju ni najosnovniju predodžbu o razvoju matematike, o njezinoj staroj i bogatoj povijesti. A mnogi veliki matematičari dali su značajne doprinose i školskoj matematici. Danas se rezultati njihovih istraživanja mogu naći na stranicama udžbenika matematike za osnovnu i srednje škole. Kao primjer uzmimo priču o radu starogrčkog matematičara koji se među prvima spominje pri obradi školske matematike.

Primjer 1. Tales.

Što o radu Talesa saznaju učenici? Malo ili ništa. Učenici uče dva poučka koji nose njegovo ime. To su Talesov poučak o obodnom kutu nad promjerom kružnice i Talesov poučak o proporcionalnosti u pramenu pravaca. Evo tih izreka:

Obodni kut nad promjerom kružnice je pravi kut.

Ako se dva ukrštena pravca ravnine presijeku s dva paralelna pravca, onda su odgovarajući odresci na tim pravcima proporcionalni.

Bilo bi poželjno da učenici pri usvajanju ovih poučaka čuju malo više o Talesu i koje su njegove zasluge. U tu svrhu može poslužiti ovaj **historicizam**:

TALES (Milet, Mala Azija, oko 625. – oko 548. p.K.). Starogrčki matematičar, fizičar, astronom i filozof. "Otac" grčke matematike i prvi grčki astronom. Bavio se trgovinom. U mladosti je bio u Babilonu i Egiptu, gdje je izučavao različite znanosti. Odatle je vjerojatno u Grčku prenio njihova znanja iz geometrije. Po povratku osnovao je u Miletu filozofsku školu (*Miletska škola*). Svojim predviđanjem pomrčine Sunca 28. 5. 585. g. p.K. stekao je slavu jednog od "sedam mudraca" (Solon, Tales, Hilon, Pitak, Bijant, Kleobul, Perijander). Izračunao je visinu Keopsove piramide pomoću njezine sjene. Bio je prvi matematičar koji je dokazivao matematičke tvrdnje, iako njegov dokaz još nije logički strog. Osim dva navedena poučka Talesu se pripisuju i mnoge druge geometrijske tvrdnje. Evo još nekih od njih:

jednakost vršnih kutova, jednakost kutova uz osnovicu jednakokračnog trokuta, treći poučak o sukladnosti trokuta (K-S-K), promjer raspolavlja krug.

Njegovo ime nosi i jedan krater na vidljivoj strani Mjeseca.

To bi bila kratka priča o radu velikog Talesa. Upoznavanje učenika sa sličnim činjenicama o drugim matematičarima iz školske matematike dalo bi nastavi matematike dodatnu ljepotu i sadržajnost. Tu je od posebne važnosti nastavnikova umješnost **pripovijedanja** i predstavljanja takvih činjenica.

* * *

Razmotrimo dalje par primjera u kojima se razumijevanje i jasnoća novog matematičkog sadržaja postiže primjerenim nastavnikovim **objašnjavanjem**. Radi se o postupku uvođenja novih matematičkih pojmova.

Primjer 2. Kvadrat broja i kvadriranje.

Uvođenje pojmova kvadrat broja i kvadriranje je jednostavno. Za to je dovoljno samo promatranje umnoška broja sa samim sobom. Uzmemo li konkretno da je duljina stranice kvadrata redom 7, 4.3, $\frac{2}{5}$, površina kvadrata je redom umnožak $7 \cdot 7$, $4.3 \cdot 4.3$, $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$. Te umnoške zapisujemo na novi način kao 7^2, 4.3^2, $\left(\frac{2}{5}\right)^2$ i zovemo kvadratima brojeva 7, 4.3, $\frac{2}{5}$.

Općenito, ako je a duljina stranice kvadrata, njegova površina P zapisuje se u obliku $P = a^2$.

Postupak proširujemo i na negativne brojeve pa tako primjerice umnoške $(-9) \cdot (-9)$, $(-11.8) \cdot (-11.8)$, $\left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)$ zapisujemo kao $(-9)^2$, $(-11.8)^2$, $\left(-\frac{2}{5}\right)^2$.

Općenito, ako je x neki broj, umnožak $x \cdot x$ zapisuje se u obliku x^2 i zove se *kvadrat broja* x. Za svaki broj x postoji jedinstven kvadrat x^2. Pridružimo li broju x njegov kvadrat x^2, dobivamo funkciju koja se naziva *kvadriranje*.

* * *

Primjer 3. Drugi korijen i korjenovanje.

Vidjeli smo da se uvođenje pojmova kvadrat i kvadriranje prirodno motivira razmatranjem učenicima bliskog pojma površina kvadrata.

Uvođenje pojmova drugi korijen i korjenovanje je nešto složenije. Za motivaciju opet uzimamo površinu kvadrata, ali sada problem promatramo u obrnutom smjeru. Do tih pojmova doći ćemo traženjem odgovora na sljedeće pitanje:

Kolika je duljina stranice a kvadrata ako je poznata njegova površina P?

Uzmimo konkretno da je površina P kvadrata redom 64, 2.89, $\frac{49}{100}$, 2, 5.1, $\frac{3}{10}$. U prva tri slučaja lako nalazimo da je duljina stranice a kvadrata redom 8, 1.7, $\frac{7}{10}$, jer je $8^2 = 64$, $1.7^2 = 2.89$, $\left(\frac{7}{10}\right)^2 = \frac{49}{100}$. U ostala tri slučaja odgovor nije tako lak. U svrhu rješavanja ovog problema treba uvesti jedan dodatni pojam.

Pogledajmo ponovo naš problem. Poznata je površina kvadrata, a nepoznata duljina njegove stranice. Označimo li tu nepoznatu duljinu s x, ona je očito rješenje jednadžbi redom $x^2 = 64$, $x^2 = 2.89$, $x^2 = \frac{49}{100}$, $x^2 = 2$, $x^2 = 5.1$, $x^2 = \frac{3}{10}$.

U ovim jednadžbama nalazi se kvadrat nepoznanice pa su to konkretni primjeri tzv. *kvadratne jednadžbe*. Opći oblik kvadratne jednadžbe ove vrste je

$$x^2 = b \qquad (b > 0).$$

Prema tome, problem određivanja duljine stranice kvadrata kada je poznata njegova površina svodi se na rješavanje gornje kvadratne

Iz rječnika metodike

jednadžbe. Za prethodne konkretne kvadratne jednadžbe uočavamo: jednadžba $x^2 = 64$ ima rješenja 8 i -8, jednadžba $x^2 = 2.89$ rješenja 1.7 i -1.7, a jednadžba $x^2 = \frac{49}{100}$ rješenja $\frac{7}{10}$ i $-\frac{7}{10}$. Budući da postoje kvadrati kojima su površine jednake 2, 5.1 i $\frac{3}{10}$, zaključujemo da i jednadžbe $x^2 = 2$, $x^2 = 5.1$, $x^2 = \frac{3}{10}$ moraju imati rješenja. A to zapravo znači da kvadratna jednadžba $x^2 = b$ mora imati rješenje za svaki pozitivni broj b. Tako smo motivirali sljedeću definiciju.

Definicija. Pozitivan broj x za kojeg je $x^2 = b$, gdje je b zadan pozitivan broj, naziva se *drugi korijen iz broja b* i označava s $\sqrt{b}$.

* * *

Razmotrimo sada dva primjera u kojima ćemo kao cilj prepoznati **opisivanje** kratke sinteze nekih ranije usvojenih znanja učenika.

Primjer 4. Skup realnih brojeva $\mathbf{R}$.

Ova cjelina proučava se u završnom razredu osnovne škole. Prije toga učenici su upoznali nekoliko drugih skupova brojeva: prirodne brojeve, cijele brojeve i racionalne brojeve. Metodički je dobro da na početku obrade ove cjeline učitelj matematike pripremi kratki prikaz tih skupova i opiše motivaciju potrebe za proširivanjem područja brojeva. Jedna motivacija je pitanje rješivosti jednadžbi u skupovima brojeva. Evo kratkog prikaza obrade primjenom **metode predavanja**.

Najprije smo upoznali skup prirodnih brojeva $\mathbf{N}$. U tom skupu jednadžba $a + x = b$, $a, b \in \mathbf{N}$ ima rješenje samo za $a < b$. To je rješenje razlika $b - a$ prirodnih brojeva b i a. Za $a > b$ oduzimanje nije izvedivo u skupu $\mathbf{N}$. Tu se javlja prva potreba proširivanja skupa brojeva.

Skup $\mathbf{N}$ proširili smo s nulom 0 i negativnim brojevima -1, -2, -3, ... i dobili skup cijelih brojeva $\mathbf{Z}$. U skupu $\mathbf{Z}$ uvijek je $b - a$ rješenje jednadžbe $a + x = b$. Ova jednadžba ima sada rješenje i za $a, b \in \mathbf{Z}$.

Potreba za proširenjem skupa $\mathbf{Z}$ motivira se zahtjevom da jednadžba $ax = b$, $a, b \in \mathbf{Z}$, $a \neq 0$ ima rješenje u nekom skupu brojeva. Taj se zahtjev ostvaruje u skupu racionalnih brojeva $\mathbf{Q} = \left\{\frac{a}{b},\ a \in \mathbf{Z},\ b \in \mathbf{N}\right\}$ jer je $x = \frac{b}{a} \in \mathbf{Q}$. Jednadžba $ax = b$ ima rješenje u $\mathbf{Q}$ i za $a, b \in \mathbf{Q}$, $a \neq 0$.

Tako smo redom izgrađivali skupove brojeva $\mathbf{N}$, $\mathbf{Z}$, $\mathbf{Q}$ za koje vrijedi $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q}$.

Postoji li potreba za daljnjim proširenjem područja brojeva? Postoji. Taj se zahtjev motivira činjenicom da ne postoji racionalan broj x čiji je kvadrat jednak 2. Drugim riječima, jednadžba $x^2 = 2$ nema rješenja u skupu $\mathbf{Q}$. Ali, mi znamo da takav broj postoji, jer je $x = \sqrt{2}$ duljina dijagonale kvadrata kojemu stranica ima duljinu 1. Dakle, potrebno je proširiti skup $\mathbf{Q}$.

Nastavak je uvođenje skupa realnih brojeva $\mathbf{R}$.

Napomena. Ukoliko u udžbeniku postoji prikaz uvođenja skupova brojeva s odgovarajućim motivacijama gornjeg oblika, metodika preporučuje zamjenu metode predavanja **metodom rada s tekstom**. Čitajući prikaz učenici će se sami podsjetiti na svoje predznanje i bit će bolje motivirani za daljnji rad.

* * *

Primjer 5. Skup kompleksnih brojeva $\mathbf{C}$.

Ova cjelina proučava se u srednjoj školi. Srednjoškolci sada već poznaju više skupova brojeva: prirodne brojeve, cijele brojeve, racionalne brojeve, realne brojeve. Metodički je dobro da na početku obrade ove cjeline nastavnik matematike **metodom predavanja** ponudi kratki prikaz tih skupova i opiše motivaciju potrebe za proširivanjem područja brojeva. Ovdje naravno treba koristiti primjer 4 i dopuniti ga još jednim korakom.

Korak počinje pitanjem: postoji li potreba za daljnjim proširenjem područja brojeva?

Do potvrdnog odgovora na to pitanje doći ćemo razmatranjem jednadžbe oblika $ax^2+bx+c=0$, $a,b,c\in\mathbf{R}$, $a\neq 0$. Ta se jednadžba naziva *algebarska jednadžba drugog stupnja* ili *kvadratna jednadžba*. Potrebu uvođenja same kvadratne jednadžbe treba ilustrirati motivacijskim zadatkom iz svakodnevnog života.

Kvadratna jednadžba nema uvijek rješenja u skupu realnih brojeva $\mathbf{R}$. Najjednostavniji primjer kvadratne jednadžbe koji dokazuje valjanost tvrdnje jest $x^2+1=0$.

Postavimo li prije rješavanja kvadratne jednadžbe zahtjev da ona uvijek ima rješenja u nekom skupu brojeva, otkrili smo jednu motivaciju potrebe proširenja skupa realnih brojeva $\mathbf{R}$ i uvođenja novog skupa brojeva.

Nastavak je uvođenje skupa kompleksnih brojeva $\mathbf{C}$.

* * *

Razmotrimo na kraju primjer u kojemu se pojavljuju teoremi. To je teži matematički sadržaj i njegovu obradu nastavnik djelomice izvodi **predavanjem**.

Primjer 6. Svojstva logaritamske funkcije.

Logaritamska funkcija $\log_a$ baze a uvodi se kao inverzna funkcija eksponencijalne funkcije $\exp_a$ baze a. Jasno je da će se zato i svojstva logaritamske funkcije $\log_a$ oslanjati na svojstva eksponencijalne funkcije $\exp_a$, a ta su svojstva ranije obrađena.

Opišimo način metodičke obrade svojstava funkcije $\log_a$.

Za pozitivne realne brojeve a $(a\neq 1)$, x i y vrijedi:

$$\log_a xy=\log_a x+\log_a y,$$
$$\log_a \frac{x}{y}=\log_a x-\log_a y,$$
$$\log_a x^k=k\log_a x.$$

1) Ovdje se **metodom predavanja** dokazuje samo prvo svojstvo. Polazimo od činjenice da je logaritam pozitivnog realnog broja x baze a eksponent kojim treba potencirati bazu a da se dobije broj x, tj. $a^{\log_a x}=x$.

Sada imamo redom

$$x=a^{\log_a x},\quad y=a^{\log_a y},\quad xy=a^{\log_a xy}.$$

Pomnožimo prve dvije jednakosti i primijenimo pravilo za umnožak potencija jednakih baza s realnim eksponentima. Dobivamo

$$xy=a^{\log_a x}\cdot a^{\log_a y}=a^{\log_a x+\log_a y}.$$

Uspoređivanjem ove jednakosti s trećom jednakošću proizlazi

$$a^{\log_a xy}=a^{\log_a x+\log_a y},$$

a odavde neposredno slijedi valjanost prve tvrdnje.

2) Ne bi bilo dobro da nastavnik i drugo i treće svojstvo sam izvodi primjenom predavačke metode kad mu na raspolaganju stoje metode koje su bolje i primjerenije za primjenu na ovome mjestu. Valjanost tih svojstava učenici mogu usvojiti sami primjenom **metode rada s tekstom**, a najbolje je da nastavnik postavi problemsku situaciju i učenici do spoznaje dođu primjenom **problemske metode** i **metode analogije**.

3) Za razvoj mišljenja učenika vrlo je korisno da nastavnik postavi pitanje o mogućnosti **generalizacije** prvog svojstva. Učenici ne bi trebali imati poteškoća oko izvoda relacije

$$\log_a x_1x_2\ldots x_k=\log_a x_1+\log_a x_2+\ldots+\log_a x_k.$$

3. Zaključak

Metoda predavanja se ne ubraja u najbolje nastavne metode, ali ona ipak nalazi svoje mjesto u nastavnom procesu. Najčešće se koristi pri obradi i usvajanju novog gradiva. Učinak metode predavanja se povećava ako se ona kombinira s drugim metodama. Za neke je matematičke sadržaje prilično dobar učinak primjene te metode.