

Matematička pismenost

2. dio

Dubravka Glasnović Gracin, Zagreb

U prošlom broju upoznali smo se s osnovama PISA testiranja. Ovaj cijeli ogledni članak temeljen je na [1] i [6], uz proširenja na hrvatske prilike te konkretne primjere iz PISA programa s objašnjenjima.

Sposobnosti (kompetencije) potrebne za matematičku pismenost

Matematički pismen pojedinac može uspješno riješiti matematički zadatak prikazan kroz neku situaciju iz stvarnosti. Pojedinac pritom prolazi kroz proces matematizacije, izvanmatematičke i unutarmatematičke kontekste te sveobuhvatne ideje, a za uspješno i cjelovito rješenje zadanog problema on treba posjedovati brojne matematičke **sposobnosti**. Kako bi se te sposobnosti mogle identificirati i ispitati, OECD/ PISA donosi osam karakterističnih matematičkih sposobnosti (kompetencija).

Matematičke sposobnosti:

1. *Matematičko mišljenje i zaključivanje.* Ova sposobnost uključuje postavljanje pitanja karakterističnih za matematiku (Postoji li...? Ako da, koliko? Kako ćemo pronaći...?); poznavanje vrsta odgovora koje matematika nudi za navedena pitanja; razlikovanje različitih vrsta izjava (definicija, teorema, hipoteza, primjera itd.); razumijevanje i baratanje rasponom i granicama danih matematičkih koncepata.
2. *Matematičko argumentiranje.* Ova sposobnost uključuje razumijevanje što je to dokazivanje i kako se ono razlikuje od ostalih vrsta matematičkog zaključivanja; praćenje i ispitivanje sljedova raznovrsnih matematičkih argumenata; posjedovanje osjećaja za heuristiku (Što se može, a što se ne može dogoditi, i zašto?); kreiranje i izražavanje matematičkih argumenata.
3. *Komunikacija.* Ova kompetencija uključuje sposobnost izražavanja matematičkih sadržaja na razne načine u usmenom, pisanom i drugom vizualnom obliku; kao i razumijevanje tuđih radova i izjava izraženih na isti način.
4. *Modeliranje.* Ova sposobnost uključuje matematizaciju, tj. prevođenje situacije iz realnosti u matematičke strukture; interpretiranje matematičkih modela u okvirima konteksta ili stvarnosti; rad s matematičkim modelima; vrednovanje modela; promišljanje, analizu i kritički stav prema modelima i njihovim rješenjima; promišljanje o procesima modeliranja.
5. *Postavljanje i rješavanje problema.* Ova sposobnost uključuje postavljanje, formuliranje i definiranje raznih vrsta problema (primjerice: čistih, primijenjenih, otvorenog ili zatvorenog tipa) i rješavanje raznih matematičkih problema na mnoge načine.
6. *Prezentiranje.* Ova sposobnost uključuje dekodiranje, kodiranje, prevođenje, razlikovanje i interpretiranje različitih oblika

prezentiranja matematičkih objekata i situacija, kao i razumijevanje odnosa između različitih prezentacija; odabir najprikladnijeg oblika prezentacije; prelaženje iz jednog oblika prezentacije u drugi, već prema situaciji i svrsi.

7. *Korištenje simbola, formalnog i tehničkog jezika i operacija.* Ova sposobnost uključuje dekodiranje i interpretaciju simboličkog i formalnog jezika, te razumijevanje njegove veze s prirodnim jezikom; prevođenje iz prirodnih jezika u simbolički/ formalni jezik; baratanje s izjavama i izrazima koji sadrže simbole i formule; korištenje varijabli, rješavanje jednadžbi, računanje.
8. *Korištenje alata i tehnologija.* Ova sposobnost uključuje poznavanje i korištenje raznih pomoći i alata (uključujući alate informacijske tehnologije) koji mogu pomoći pri matematičkim aktivnostima; poznavanje ograničenja takvih pomoći i alata.

Da bi bio matematički pismen, pojedincu su potrebne sve ove kompetencije na raznim razinama. No, matematičku pismenost ipak nije lako izmjeriti. Kako je objasnila Deborah Hughes-Hallet (2001) u svom članku u *Mathematics and Democracy*, jedan od razloga zašto je matematičku pismenost teško istaknuti i poučavati je stoga što ona uz algoritme uključuje i tzv. cjelokupni uvid (engl. *insight*). Neki algoritmi su naravno neophodni, ali učenje (ili memoriziranje) samo algoritama nije dovoljno: cjelokupni uvid je bitna komponenta matematičkog razumijevanja. Takav cjelokupni uvid, ističe Hughes-Hallett, podrazumijeva razumijevanje kvantitativnih odnosa i sposobnost identificiranja tih odnosa u nepoznatom kontekstu; njegovo stjecanje uključuje promišljanje, sudove i, iznad svega, iskustvo. Dosad aktualni školski kurikulumi na žalost rijetko stavljaju naglasak na cjelokupni uvid i ne čine mnogo da aktivno podrže njegov razvoj na bilo kojem nivou. Razvoj cjelokupnog uvida u matematici trebalo bi aktivno podupirati, počevši čak i prije prvog razreda osnovne škole.

Mnoge zemlje su počele ozbiljno shvaćati probleme povezane s pre naglašavanjem algoritama i zanemarivanjem cjelokupnog uvida. Primjerice, Nizozemska je imala određeni ograničeni uspjeh u pokušaju reformiranja načina kako poučavati matematiku. Naime, nedavni relativno visoki rezultati postignuti na *the Third International Mathematics and Science Study* (TIMSS) i na TIMSS-R studiji nizozemskih učenika to i potvrđuju, ali još jači dokaz trebaju dati rezultati Nizozemske u budućim PISA istraživanjima (De Lange, 2005).

Skupine kompetencija

Pojedinačno korištenje i testiranje gore nabrojanih osam kompetencija nije posve pogodno za razvoj PISA ispitnih pitanja jer je u matematici neophodno paralelno koristiti mnoge od tih sposobnosti. Stoga, zbog efikasnosti i uspješnijeg mjerenja matematičke pismenosti, spomenute sposobnosti možemo organizirati i smjestiti u tri velike skupine kompetencija (razredi kompetencija, engl. *competency clusters*):

1. Reprodukcijska (reproduction cluster)
2. Povezivanje (connections cluster)
3. Refleksivna (reflection cluster)

Objasnit ću ih pobliže u tekstu koji slijedi.

Skupina 1. Reprodukcijska

Sposobnosti reprodukcije se u prvom redu odnose na reprodukciju naučenog znanja. Te sposobnosti se najčešće mjere u mnogim standardnim matematičkim testovima, u redovnim ispitima znanja na nastavi, kao i u mnogim komparativnim internacionalnim studijama.

Tu se radi o poznavanju činjenica, o uobičajenom prikazivanju problema, prepoznavanju ekvivalenata, prisjećanju poznatih matematičkih objekata i svojstava, izvođenju rutin-

skih procedura, primjeni standardnih algoritama tehničkih vještina, baratanju simboličkim izrazima i formulama u standardnom obliku, kao i raznim računanjima.

Pitanja za ispitivanje ove skupine često su organizirana u obliku višestrukog izbora, popunjavanju praznih dijelova, uparivanju ili (suženom) obliku otvorenog rješenja. Donosim dva primjera zadataka za koje su potrebne sposobnosti reprodukcije:

Primjer 6. Riješi jednadžbu $7x - 3 = 13x + 15$.

Primjer 7. Zapiši 69% u obliku razlomka.

U ovim primjerima se od učenika traži poznavanje standardnih procedura (npr. algoritam rješavanja jednadžbi, postupak pretvaranja postotka u oblik razlomka) i o poznavanju činjenica (npr. što je postotak). Zadaci su već matematizirani i nema situacije iz stvarnog života.

Skupina 2. Povezivanje

Sposobnosti povezivanja se odnose na rješavanje problema koji nisu potpuno rutinski, ali još uvijek sadrže poznate postavke i zahtijevaju relativno malu matematizaciju. U ovoj skupini povezujemo materijale iz različitih sveobuhvatnih ideja, ili iz različitih dijelova kurikuluma, ili povezujemo različite prikaze istog problema. Od učenika se na ovoj razini očekuje baratanje raznim oblicima prikaza podataka obzirom na situaciju i svrhu, razlikovanje definicija, tvrdnji, primjera, uvjetnih tvrdnji i dokaza, te biranje vlastitih strategija i matematičkih alata prilikom rješavanja problema.

Gledano sa stanovišta matematičkog jezika, drugi aspekt u ovoj skupini je dekodiranje i interpretacija simboličkog i formalnog jezika i razumijevanje njegovih odnosa s prirodnim jezikom. Zadaci koji se odnose na ovu skupinu su često smješteni unutar konteksta i potiču učenike na donošenje matematičkih odluka.

Primjer 8. UDALJENOST

Mary živi 2 km daleko od škole, a Martin 5 km. Koliko daleko Mary i Martin žive jedno od drugoga?

Primjer 9. PIZZA

*Pizzerija nudi dvije okrugle pizze iste debljine, ali različitih veličina. Manja pizza ima promjer 30 cm i košta 30 zeda. Veća pizza ima promjer 40 cm i košta 40 zeda.**

Koja pizza se više isplati? Objasni svoj zaključak.

U oba se primjera od učenika traži prevesti situaciju iz stvarnog života u matematički jezik, razviti matematički model, provjeriti uklapa li se rješenje matematičkog problema u kontekst početnog pitanja te dobrim odabirom komunikacije objasniti rezultat. Sve ove aktivnosti spadaju u skupinu kompetencija povezivanja.

Skupina 3. Refleksija

Skupina refleksije objedinjuje sposobnosti koje sadrže elemente dubljeg promišljanja (refleksije) kako bi se uspješno riješio problem. Tu se od učenika traži matematizirati situaciju (prepoznati i izlučiti matematiku ukomponiranu u problem te riješiti matematički problem). Učenici pritom trebaju analizirati, objasniti i razviti svoje vlastite modele i strategije te dati matematičke argumente, uključujući dokaze i generalizacije.

Ove sposobnosti mogu funkcionirati samo ako su učenici sposobni valjano **komunicirati** na različite načine (u usmenom i pisanom obliku, te koristeći vizualizacije). Komunikacija treba biti dvosmjerna: treba se znati izraziti, kao i razumjeti matematičku komunikaciju drugih. Konačno, treba naglasiti da učenici trebaju i sposobnosti *cjelokupnog uvida* (engl. *insight*) – to je cjelokupni uvid u prirodu matematike kao znanosti (uključujući kulturni i povijesni aspekt) i razumijevanje korištenja matematike u drugim predmetima.

* © PRIM, Stockholm Institute of Education

Naravno, kompetencije u skupini refleksije vrlo često u sebi sadrže vještine i sposobnosti povezane s ostalim dvjema skupinama. Važno je također napomenuti da između triju skupina kompetencija nema oštih granica.

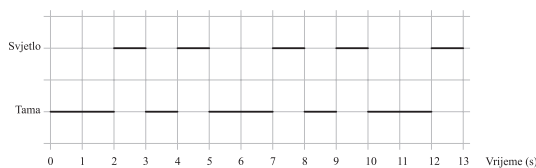
Skupinu refleksije, koja dopire do samog srca matematike i matematičke pismenosti, je vrlo teško testirati. Mogućnost zaokruživanja više odgovora definitivno nije izbor za ovu skupinu. Pitanja s proširenim odgovorima s mogućnošću više odgovora (s ili bez mogućnosti povećanja stupnja kompleksnosti) bit će prikladniji formati. Ali i izrada i prosudba učeničkih odgovora u takvim zadacima su jako, ako ne i ekstremno, teški.

Zadaci koji zahtijevaju sposobnosti iz skupine refleksije obično se nalaze na kraju opširnijih problema. U takvim opširnijim problemima obično se počinje s lakšim podzadacima u kojima su potrebne sposobnosti reprodukcije i povezivanja, da bi se postupno prešlo na teže probleme. Evo PISA problema koji daje cjelokupni uvid u različite sposobnosti potrebne za rješavanje problema (De Lange 2005, OECD/ PISA Framework 2005):

Primjer 10. SVJETIONIK

Svjetionici su tornjevi sa svjetlosnim reflektorom na vrhu. Oni noću pomažu brodovima u pronalasku pravog puta. Reflektor svjetionika odašilje svjetlosne signale sa stalnim uzorkom. Svaki svjetionik ima svoj vlastiti uzorak.

Na donjem dijagramu možemo vidjeti uzorak jednog svjetionika. Svjetlosni signali se izmjenjuju s periodima tame.



To je stalni uzorak. Nakon nekog vremena uzorak se ponavlja. Vrijeme potrebno za cijeli ciklus uzorka prije nego što se počinje

ponavljati naziva se period. Kada pronadeš period uzorka, lako je proširiti dijagram za sljedeće sekunde, minute ili čak sate.

Pitanje 1.

Koji bi od ponuđenih odgovora mogao biti period zadanog svjetionika?

- A. 2 s B. 3 s C. 5 s D. 12 s

Grafički prikaz, koji će biti nov većini učenika, uključuje vještine interpretacije i razmišljanja od samog početka rješavanja problema. To znači da spada u skupinu **kompetencije povezivanja**.

Prikladna sveobuhvatna ideja je **ideja promjene i odnosa**, jer se radi o (periodičnoj) funkciji. Učenici će trebati pronaći "ritam", bilo pomoću grafa ili nekog drugog prikaza, kako bi riješili zadatak. Koncept periodičnosti koji ovdje leži u pozadini je važan, ne samo unutar matematike, već i u svakodnevnom životu. Pokazalo se da većina učenika ne smatra ovaj problem preteškim, unatoč nepoznatoj vrsti zadatka.

Situaciju PISA opisuje kao "javnu". Netko bi se mogao žaliti da je kontekst bliži učenicima koji žive blizu mora ili oceana. No, treba istaknuti da matematička pismenost uključuje sposobnost korištenja matematike u kontekstu različitom od lokalnoga. To ne znači nužno da bi učenici koji žive blizu mora mogli na neki način biti u prednosti. Naprotiv, analizirajući rješenja po državama, ovaj zadatak ne daje nikakvu indikaciju za afirmacijom ovog pitanja: rezultati čisto kontinentalnih zemalja nisu drukčiji od onih koje imaju izlaz na more.

Pitanje 2.

Koliko sekundi svjetionik odašilje svjetlo unutar jedne minute?

- A. 4 B. 12 C. 20 D. 24

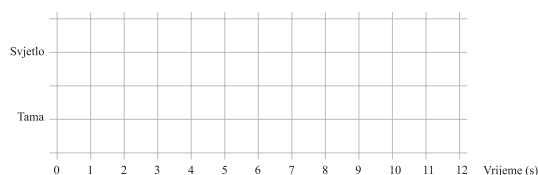
Ovo je pitanje neznatno teže od Pitanja 1, a i problem je malo drukčije prirode. Sposobnosti potrebne za rješavanje ovog zadatka također

spadaju u skupinu **kompetencije povezivanja**. Situacija je i dalje **javna**, a matematički model spada u sveobuhvatnu ideju **promjene i odnosa**.

Učenici trebaju prevesti i proširiti vizualni model u numerički koji će im onda pomoći analizirati periodični uzorak u jednoj minuti. Nije nužno da su učenici pritom točno odgovorili na Pitanje 1, ali korištenje tog rezultata je jedna od mogućih strategija rješavanja: budući da je period 5, ima 12 perioda u minuti, a kako u svakom periodu svjetionik dvaput odašilje svjetlo, odgovor mora biti 24.

Pitanje 3.

Na donjoj slici nacrtaj graf mogućeg uzorka osvjetljavanja svjetionika koji odašilje svjetlosne signale 30 s u minuti. Period ovog uzorka mora biti jednak 6 s.



Iako pitanje izgleda poprilično slično prethodnim dvama pitanjima, analiza točnih odgovora je značajno niska. Zanimljivo je da se od učenika zapravo traži da nešto sami konstruiraju ili dizajniraju, što je važan aspekt matematičke pismenosti: korištenje matematičkih sposobnosti nije samo pasiva ili izvođenje, već je potrebno i konstruiranje odgovora. Rješavanje ovog problema nije trivijalno jer trebaju biti zadovoljena dva uvjeta: jednake količine svjetla i tame (30 s u min) i period od 6 s.

Sposobnosti potrebne za rješavanje ovog zadatka spadaju u skupinu **kompetencije refleksije**. Situacija je i dalje **javna**, a matematički model spada u sveobuhvatnu ideju **promjene i odnosa**.

Primjer 11. VISINE UČENIKA

Na satu matematike jednog su se dana mjerile visine svih učenika. Prosječna visina dječaka

bila je 160 cm, dok je prosječna visina djevojčica bila 150 cm. Ana je pritom bila najviša u cijelom razredu sa 180 cm. Zdenko je pritom bio najniži u razredu sa 130 cm.

Toga dana dva učenika (čitatelju nepoznatog spola) nisu bila prisutna na nastavi, ali su došli sljedećeg dana. Izmjerene su njihove visine i ponovo izmjerene prosječne visine. Začudo, nije se promijenila vrijednost niti prosječne visine djevojčica, niti prosječne visine dječaka od prethodnog dana.

Koji zaključci slijede iz te informacije? Zaokružite Da ili Ne za svaki zaključak.

Zaključak	Možemo li zaključiti sljedeće:
Oba učenika su djevojčice.	Da / Ne
Jedan učenik je dječak, a drugi je djevojčica.	Da / Ne
Oba učenika su jednako visoka.	Da / Ne
Prosječna visina svih učenika se nije promijenila.	Da / Ne
Zdenko je i dalje najniži.	Da / Ne

Sposobnosti potrebne za rješavanje ovog zadatka spadaju u skupinu **kompetencije refleksije** jer učenici zaista do detalja trebaju razumjeti zadatak i koncepte na kojima on počiva. Situacija je **obrazovna** (školski život), a matematički model spada u sveobuhvatnu ideju **neizvjesnosti** jer je potrebno razumjeti statističke koncepte poput prosječne visine i sl.

Na kraju primijetimo da su sposobnosti potrebne za matematičku pismenost zapravo sposobnosti potrebne za matematiku *kakvu bi trebalo poučavati*. Kada bi to bilo tako (s kurikuluma koji slijede sugestije od Hughes-Hallett i koji proizlaze iz iskustava u Nizozemskoj i drugim zemljama), rascjep između matematike i matematičke pismenosti bio bi mnogo manji nego što je sada (Steen, 2001).

Matematička pismenost: problemi

U dosadašnjim nastavcima ovog članka definiran je pojam matematičke pismenosti i opisane su njezine pozadinske teoretske komponente. Izučavanje i preciziranje konteksta, matematičkog sadržaja i potrebnih sposobnosti pomaže u odabiru oblika pitanja i bodovanja odgovora zadatka. No, to ne znači da smo do kraja riješili problem mjerenja matematičke pismenosti. Naprotiv, problema ima poprilično i o njima svakako treba diskutirati. U ovom posljednjem nastavku ukratko prenosim najvažnije probleme vezane uz matematičku pismenost i PISA testiranje, kako ih u svojem predavanju “*PISA: Does it really measure literacy in Mathematics?*” održanom na Sveučilištu u Klagenfurtu 2005. godine, navodi predsjednik PISA-ine Ekspertne skupine za matematiku, nizozemski matematičar i didaktičar, profesor dr. Jan De Lange.

Problem “konjskih utrka”

Jedan od glavnih aspekata PISA testiranja koji je, čini se, za sobom podigao najviše prašine je tzv. “aspekt konjskih utrka”. Na PISA-u se, nažalost, gleda prvenstveno kao na natjecanje s pobjednicima i gubitnicima, a u drugi se plan stavlja ono što je uistinu najvažnije: sadržaj testiranja i odabir instrumenata za testiranje. Čak i izvještaj kojeg daje OECD potencira ovaj problem jer se već na prvoj stranici PISA izvještaja govori o pobjednicima i gubitnicima, gdje piše: “Finska je najuspješnija zemlja”. Time se nekim kritički nastrojenim autorima, koji PISA-i zamjeraju da je prvenstveno zaokupljena kompeticijom, daje dobra osnova za potvrdu te svoje kritike.

Naravno, na “konjske utrke” se nadovezuje današnji senzacionalistički orijentirani popularni tisak i tada u cijeloj javnosti PISA testiranje dobiva konotaciju prvenstveno međunarodnog natjecanja, umjesto da PISA projekt bude indikator nekih unutrašnjih društvenih slabosti obrazovnog sustava koji svaka zemlja

treba analizirati u svrhu poboljšanja kvalitete nastave jer samo tako dobiva kompetentne buduće naraštaje.

OECD/ PISA je bio jasan u ukazivanju da PISA mjeri matematičku pismenost, što nije isto što i kurikulumna matematika. Ipak, u popularnim medijima ova razlika gotovo nikad nije izvještena. Zato je ponekad OECD proglašen krivim za nametanje novog kurikuluma za matematiku za svoje zemlje članice, kao i za zemlje partnere. PISA izvješćuje kako učenici izvršavaju zadatke koji su napravljeni za mjerenje matematičke pismenosti i jasno je stoga da nam ona ne kazuje koliko učenici vladaju svojim školskim kurikulumima. To bolje čini testiranje TIMSS (*The Third International Mathematics and Science Study*).

Problem mjerenja pismenosti

No, ne trebaju nas zabrinjavati samo “konjske utrke” i manjak zanimanja za aspekte sadržaja i instrumenta. Postoje također aspekti valjanosti koji zahtijevaju daljnju diskusiju.

Veliki problemi dolaze sa samim izborom mjerenja *matematičke pismenosti* umjesto mjerenja *kurikulumske matematike*. Vrlo je vrijedan napor pokušati ne samo definirati funkcionalnost matematike 15-ogodišnjih učenika, već i dizajnirati instrument koji pokušava operacionalizirati ovu definiciju kroz zadatke. Ali, kako sigurno znati da će ti zadaci dobro obaviti posao, tj. biti u funkciji mjerenja matematičke pismenosti? Tu možemo postaviti još niz kritičkih pitanja. Možemo li zaista mjeriti matematičku pismenost zadacima tipa višestrukog izbora ili onog s otvorenim rješenjem? Trebamo li za mjerenje matematičke pismenosti i neke druge instrumente, poput proširenih zadataka? Ili poput grupnog rada, poput korištenja tehnologije u rješavanju zadataka iz matematičke pismenosti? Nadalje, govoreći o instrumentu: kako OECD odlučuje koja je rubna točka da se nešto nazove matematički pismenim? Možemo lako naći argumente da jedan test za učenike mnogih zemalja (u 2006. njih 58) ne može zadovoljiti potrebe svih zemalja.

Problem sekundarne analize

Točka koja se obično ignorira oko “konjskih utrka” je da zaista vidimo Finsku kako je osvojila prvo mjesto, ali znamo li “vrijeme” ili je li to svjetski rekord? Drugim riječima, PISA rezultati su relativni rezultati: prosjek svih zemalja je 500, a standardna devijacija je 100. Tako da, unatoč tome što je definicija matematičke pismenosti prilično elaborirana kroz cijelu paletu kompetencija, ne postoji opći kriterij koji se odnosi na PISA testiranje. Sve je upućeno na norme i zapravo ne znamo jesmo li ili nismo zaista pobjednici među drugim državama, iako smo tako proglašeni. Nadalje, navedimo primjer Belgije i Nizozemske, koje su u “konjskim utrka” postigle potpuno jednak rezultat, iako imaju vrlo različite obrazovne sustave. Princip “jedan broj sve govori” može se obiti o glavu na ružne načine, ako vjerujemo samo tom jednom broju. To ide u prilog nepoželjnosti “konjskih utrka”.

Kako bismo postigli bolji pregled natjecanja učenika unutar neke države, potrebna nam je *sekundarna analiza* rezultata i uvid u aktualni rad učenika. Izvođenjem sekundarnih analiza podiže se vrijednost testiranja za pojedinu zemlju, jer se iz sekundarne analize mogu izvući zanimljivi podaci koji se nisu dobro vidjeli iz rezultata studije na svjetskoj razini. OECD potiče korištenje svojih podataka za ovu svrhu, ali čak i ako se napravi ova sekun-

darna analiza, ona nažalost medijima nikada nije zanimljiva onoliko koliko ona to zaslužuje.

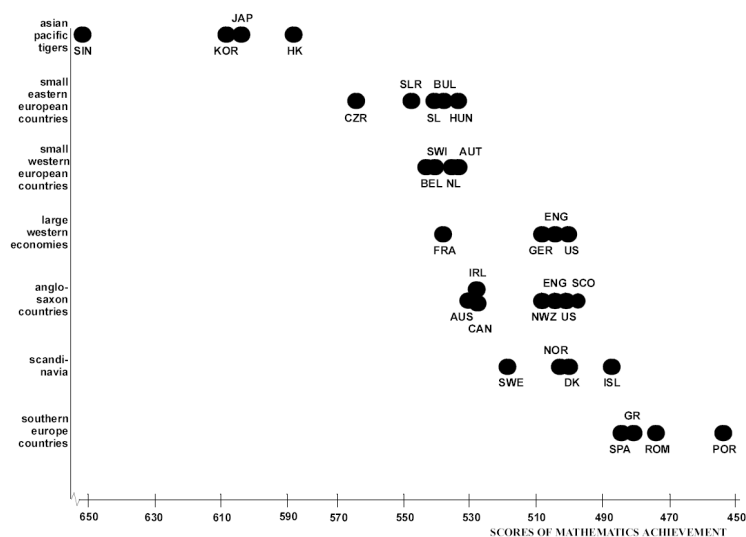
Problem obrazovanja i kulture

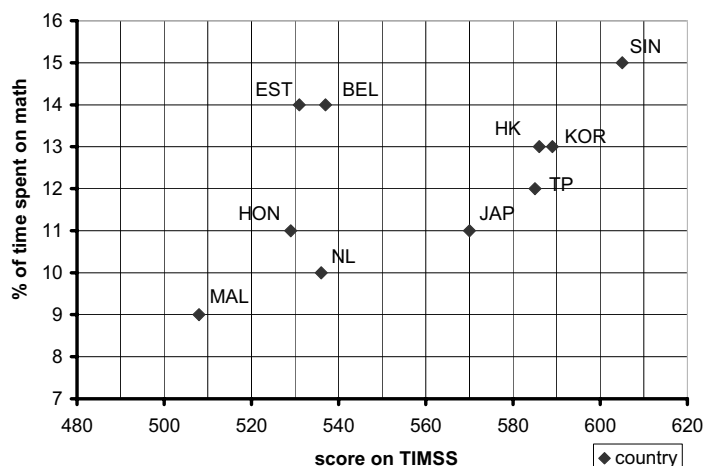
Dobro potvrđen problem bilo kojeg internacionalnog komparativnog testa je činjenica da je obrazovanje kulturno ugrađeno. Poznata Clarke-ova opaska: “ispitati raspon vrijednosti kod kojih etiopski učenici posjeduju matematičke vještine potrebne za efikasno sudjelovanje u američkom društvu izgleda i uzaludno i beskorisno” je često objeručke prihvaćena, ali i sama za sebe prilično beznačajna. Matematičke sposobnosti kakve su identificirane u *Assessment Framework*-u izlaze izvan kulturnih aspekata: nešto logički promišljati, biti kritičan, matematički razmišljati, biti sposoban koristiti matematiku – su sposobnosti koje su korisne u svakoj situaciji ili kulturi. Po mišljenju De Langea, kulturni aspekt se manje odnosi na “sadržaj”, a više na “kulturni sadržaj” edukacije u pojedinoj zemlji.

Pogledajmo graf na dnu stranice koji prikazuje socio-ekonomsko-geografske skupine zemalja koje sudjeluju u TIMSS testiranju.

PISA izvješće

De Lange nastavlja da bi se također trebalo zabrinuti oko izbora što staviti u redovno izvješće, a što izbaciti. Zanimljivo je znati da





je PISA nadgledana od Upravnog odbora koji se sastoji od predstavnika iz raznih zemalja. Ovo je razumljivo, jer te zemlje plaćaju cijeli PISA pothvat. Ali, s druge strane, odbor može utjecati na način na koji se rezultati prikupljaju (zadaci s višestrukim izborom se isplate) i koji rezultati završavaju na istaknutom mjestu u izvješćima. Kako je politički znanstvenik Kettle jednom uočio, obrazovni testovi se ne rade zbog mjerenja, već zbog političke komunikacije.

De Lange navodi još jedan primjer: “Nizozemska vlada nas je jednom zamolila da damo par razloga zašto je Singapur nadmašio Nizozemsku (opet: “konjske utrke”). Jedan od razloga bi mogao biti otkriven ako analiziramo graf kojeg smo sami stvorili, ali koji je bio temeljen na podacima iz TIMSS-a. Zašto taj graf nije bio prikazan u izvješću? Tko donosi odluke?”

Dobre strane PISA testiranja

Nakon opisanih problema ipak se dobro podsjetiti dobrih i obećavajućih strana PISA testiranja, pogotovo u domeni matematičke pismenosti. Unatoč svemu, PISA istraživanje može postati važan instrument za mjerenje matematičke pismenosti. Trenutno mu ostaje to i dokazati, ali ono svakako već sada čini vrijedne stvari. Jedna od najvažnijih je stavljanje (*matematičke*) pismenosti u srce diskusije. PISA

odstupa od uobičajenih kurikulumskih pristupa i pokušava pronaći koliko su dobro naši učenici osposobljeni za moderno društvo. Također, PISA ima inovativnu i ambicioznu osnovu za ispitivanje s osnovnim komponentama: sadržaj, kontekst i sposobnosti. Uz to, ima i vrlo lijepu kolekciju zadataka koji čine kognitivni dio PISA instrumentarija. Ona pristaje na dodatke koji će još poboljšati valjanost i učiniti informaciju još pouzdanijom i relevantnijom. PISA istraživanje u pozitivnom smislu utječe na mišljenje o vrijednosti matematičkog obrazovanja u velikom dijelu svijeta, što bi moglo rezultirati boljom komunikacijom o matematičkom obrazovanju između psihometričara s jedne strane i matematičkih edukatora i stručnjaka s druge strane. A izvođenjem sekundarnih analiza podići će se vrijednost testiranja za pojedine zemlje.

Navedimo i to da mnoge zemlje vrlo ozbiljno uzimaju PISA rezultate, u smislu da prihvaćaju ideju kako izlazni rezultat edukacijskog procesa treba sadržavati određenu količinu funkcionalnosti. Ali, na zemljama je da odluče koliko im je važan taj aspekt. I iz tog stanovišta će slijediti koliko pažnje će se davati funkcionalnosti u školskom kurikulumu. Jedna od zemalja koja je poduzela te korake je Njemačka: ona je učinila velike napore u uvođenju u nastavu više kontekstualno orijentiranih problema koji sadrže dobru matematiku. Rezultati u 2003. su se poboljšali u odnosu na 2000., pa će biti zanimljivo vidjeti

što će Njemačka učiniti 2006. i 2009. godine. Mnoge zemlje će slično postupiti.

Zaključak

PISA program je program međunarodnog utvrđivanja stupnja osposobljenosti i znanja petnaestogodišnjaka. I dok su se dosadašnje međunarodne studije koncentrirale na testiranje “školskog” znanja, PISA ima za cilj utvrditi kako učenici izvršavaju zadatke izvan školskih kurikuluma. To je dinamičan model cjeloživotnog obrazovanja koji testira sposobnosti za djelovanje u situacijama iz stvarnog života.

Matematička pismenost se odnosi na ono matematičko znanje koje je stavljeno u funkcionalnu primjenu mnogih različitih konteksta (kako analizirati, poimati i efikasno komunicirati kroz postavljanje, formuliranje, rješavanje i interpretaciju matematike u mnoštvu situacija). PISA program opisuje matematičku pismenost u tri dimenzije: u sadržaju predmeta matematike, preko situacija u kojima se koristi ta matematika, te kroz opće matematičke kompetencije. *Sadržaj* predmeta matematike podijeljen je na četiri sveobuhvatne ideje (engl. *overarching ideas*) u koje možemo klasificirati svaki testni zadatak: količina, prostor i oblik, promjena i odnosi, te neizvjesnost. *Situacije* u koje je smješten pojedini zadatak variraju od privatnog konteksta do onog koji se odnosi na šira znanstvena i opća društvena pitanja. *Matematičke kompetencije* su podijeljene u tri skupine kompetencija: reprodukcija (definicije, računanja jednostavnih računskih operacija), povezivanja (i integracija za rješavanje problema), te refleksija (matematičko razmišljanje, generalizacija, analiza i cjelokupni uvid).

Službeni cilj PISA istraživanja je procjena učinkovitosti obrazovnih sustava s obzirom na kontekst u kojem taj sustav djeluje, kao i na uložena financijska sredstva. Ali, to nije baš uvijek jednostavno. Neki od većih problema su navedeni u poglavlju “Matematička

pismenost: problemi”. No, unatoč svemu, PISA studija može postati važan instrument za mjerenje matematičke pismenosti. Ona već sada u pozitivnom smislu utječe na mišljenje o vrijednosti matematičkog obrazovanja.

Na kraju se vratimo na cikluse PISA testiranja. Danas, u 2007. godini, naglasimo kako je s testiranjem u 2006. godini završen ciklus ispitivanja svih triju vrsta pismenosti: čitalačke (naglasak u 2000.), matematičke (naglasak u 2003.) i prirodoslovne (naglasak u 2006.). Sada očekujemo analize ne samo za znanstvenu pismenost, već i vrlo zanimljive analize na višem nivou, koje će obuhvaćati cijeli ciklus koji je prošao, tj. sva 3 testiranja u razdoblju od 2000. do 2006. godine. Nadajmo se da će Hrvatska iz PISA analiza prepoznati prave informacije za donošenje odluka koje vode kvalitetnim promjenama našeg obrazovnog sustava, pogotovo u domeni odnosa prema nastavi matematike i matematičkim sadržajima, kontekstima i traženim sposobnostima unutar kurikuluma. Takve kvalitetne promjene omogućile bi našim školama da učenike kvalitetnije pripreme za potpuno uključivanje u društvo kao promišljajuće i odgovorne građane koji su svjesni svoga vlastitog procesa mišljenja te strategija i metoda učenja.

Literatura:

- [1] De Lange, J.: *PISA – Does it really measure literacy in mathematics?* Izašlo u: Schneider, E. (ur.): Fokus Didaktik: Vorträge beim 16. Internationalen Kongress der ÖMG und Jahrestagung der DMF, Universität Klagenfurt, Profil Verlag, München-Wien, 2005.
- [2] Haider, G., Schreiner, C.: *Die PISA Studie*, Böhlau Verlag, Wien-Köln-Weimar, 2006.
- [3] Hughes-Hallet, D.: *Achieving Numeracy: The Challenge of Implementation*, U L. A. Steen (ur.), Mathematics and Democracy, The Case for Qualitative Literacy (str. 93–98), Princetown, NJ, 2001.
- [4] Milin-Šipuš, Ž.: *O programu PISA*, Matematika i škola br. 20, Element, Zagreb, 2003.
- [5] Steiner, E., Ruppen, P.: *Mathematikleistungen in vier Inhaltsbereichen und dazugehörigen Aufgabenbeispiele*. Izašlo u: PISA 2003: Analysen für Detuschschweitzer Kantone und das Fürstentum Liechtenstein, Zürich, 2005.
- [6] *Mathematical Literacy*, The PISA 2003 Assessment Framework – Mathematics, Reading and Problem Solving Knowledge and Skills, OECD, 2003.
- [7] *OECD – PISA: Program međunarodne procjene znanja i vještina učenika*, Zavod za školstvo RH, Centar za PISA projekt, Zagreb, 2005.