

Načelo primjerenosti

Zdravko Kurnik, Zagreb



Nastava matematike je zahtjevan proces. Matematički sadržaji logički su povezani i razlikuju se po složenosti i težini. Neki su izrazito složeni i teški i za njihovo razumijevanje potreban je veći umni napor. Nastavnik matematike nastoji smanjiti ovu teškoću primjenjujući, pored ostalog, različita načela.

1. Sustav načela metodike nastave matematike

Polazne postavke i temeljne ideje na osnovu kojih se izvodi nastava matematike zovu se *metodička načela*. Ona su opće smjernice odgojno-obrazovnog rada i kao sastavni dio teorije nastave matematike određuju se ciljevima nastave i odgoja, potrebama društvenog razvoja i osobitostima školske djelatnosti učenika, zasnovane na odgovarajućem stupnju njihovog psihičkog razvoja. S druge strane, metodička načela određuju načine

prenošenja učenicima određenih matematičkih znanja, razvijanja njihovih umijeća, navika i sposobnosti – *nastavne metode*.

Metodička načela međusobno su usko povezana i čine sustav. Nije rijedak slučaj da se ostvarivanjem jednog načela ostvaruje i neko drugo načelo. U temelje metodike mogu biti ugrađeni različiti sustavi, s različitim brojem načela. Jedan od sustava na osnovu kojih se izvodi nastava matematike u osnovnoj i srednjoj školi čine sljedeća načela:

- načelo primjerenosti
- načelo zornosti
- načelo interesa, svjesnosti i aktivnosti
- načelo sistematičnosti i postupnosti
- načelo trajnosti znanja, vještina i navika
- načelo individualizacije
- načelo motivacije
- načelo odgovornosti nastave
- načelo problemnosti
- načelo znanstvenosti.

Osnovna značajka svakog načela sadržana je već u samom nazivu načela i ona su nastavnicima matematike uglavnom jasna. Sva su načela podjednako važna, jer izražavaju bitna polazišta nastave matematike. Zato se trebaju u nastavi matematike i podjednako uvažavati i primjenjivati.

Matematika u odnosu na druge nastavne predmete ima neke osobitosti. Ta je činjenica zahtijevala da se tradicionalni sustav didaktičkih načela nadopuni s nekoliko načela koja su posebno *primjerena* matematici. U navedenom sustavu nadopuna su posljednja dva načela. Sva ta načela zajedno čine *sustav načela metodike nastave matematike*.

Što se događa kad se u nastavi matematike povrijedi neko načelo nastave matematike? Tada je zbog uske povezanosti svih načela sigurno povrijeđeno i neko drugo načelo. Već povreda jednog načela čini nastavu matematike *neprimjerenom*. Posljedice su teške, od otežanog poučavanja i prenošenja znanja učenicima do njihovog nerazumijevanja obrađivanih matematičkih sadržaja.

U ovom članku opisat ćemo prvo načelo i probleme koji se mogu javiti pri primjeni i mogućoj povredi toga načela.

2. Načelo primjerenosti

Ovo načelo u uskoj je vezi sa stupnjom lakoće, odnosno težine kojom učenici usvajaju nastavne matematičke sadržaje. Nastava matematike mora biti *primjerena*, a to znači da pred učenike mora stavljati zahtjeve koji se uz optimalni umni napor mogu ispunjavati. Sadržaj toga načela možemo jednostavno iskazati ovako:

Učenike treba staviti pred primjerene teškoće.

Ovaj zahtjev isključuje dva krajnja slučaja: prelagane zahtjeve i preteške zahtjeve.

Prelagani zahtjevi stvaraju kod učenika dojam da je i matematika lagan predmet i da se može bez napora i truda naučiti. Lakoća učenja ne stvara kod učenika naviku napornog rada i svladavanja teškoća. Posebno su oštećeni napredniji učenici. Njihove matematičke sposobnosti miruju i ne razvijaju se. Uz bolji način rada oni bi mogli steći bolje matematičko obrazovanje. Ovakva *neprimjerena* nastava učenicima se osvećuje na višim razinama školovanja. Tu su zahtjevi veći, obrazovni ciljevi ne mogu se ostvariti bez većeg umnog napora, a učenici nisu navikli na takav rad. Tako nekad dobri učenici odjednom doživljavaju neuspjeh.

Preteški zahtjevi također čine nastavu matematike *neprimjerenom*. Sada se kod nekih učenika stvara dojam da je matematika težak predmet i da ga oni ne mogu svladati. Posljedice takvog stava za ostvarenje ciljeva i načela su vrlo loše i štetne: učenici ovladavaju predmetom površno, uče povremeno i nedovoljno da bi kako-tako zadovoljili provjere znanja, uče napamet, traže zaobilazne putove (prepisivanje, skriveni listići, šaptanje), gube interes za predmet. Znanje stečeno na ovaj način je neprimjenjivo, kratkotrajno i potpuno beskorisno.

Matematika jest težak predmet, ali u *primjerenoj* nastavi ona se može naučiti i svladati. Naravno, uz odgovarajući umni napor učenika. Umni napor ovdje se ne smije shvatiti kao naprezanje i opterećivanje uma učenika, nego kao faktor kojim se postiže razvoj njihovih umnih sposobnosti. Isto tako, *primjerenost* nastave ne smije se poistovjetiti s olakšavanjem nastave i odstranjivanjem svih teškoća, već kao odabir takvih kojima se na najbolji način postiže ostvarenje postavljenih ciljeva nastave. S obzirom da u svakom razredu sjede učenici različitih predznanja i matematičkih sposobnosti, pred nastavnikom matematike je zahtjevan zadatak da na *primjeren* način odgovori na sve izazove (*primjereni* zahtjevi za cijeli razred, individualna pomoć slabijim učenicima, upućivanje napredni-

jih učenika u dublje proučavanje matematike). Dobar nastavnik matematike mora ovladati sposobnošću da nakon što upozna sve učenike, sve njih i *primjereno* optereti.

Težina matematike ima u odnosu na druge nastavne predmete i neke izrazito pozitivne značajke i prednosti kojima se u nastavi matematike postižu važni ciljevi: razvijanje logičkog mišljenja, stvaranje navike ustrajnog rada, postizanje višeg stupnja koncentracije, kritičnost i dr. To se često zaboravlja.

3. Matematički sadržaji i načelo primjerenosti

Matematički sadržaji mogu se obrađivati na *primjeren* način, ali i na posve *neprimjeren* način. Sve ovisi o nastavniku matematike, njegovom metodičkom obrazovanju i poznavanju predznanja i matematičkih sposobnosti svih njegovih učenika. Tu dolazi do izražaja i kvaliteta udžbenika i drugog nastavnog materijala. Ako u ovom nizu činitelja nije sve u skladu s *primjereno* mogućnostima učenika, ni nastava matematike neće biti *primjerena*.

Opisat ćemo ukratko neke važne matematičke sadržaje i ukazati na *primjerenost* njihove obrade.

Motivacija. Interes prema matematici može se razvijati sadržajima same matematike, ljepotom njezinih ideja, djelotvornošću njezinih metoda i njezinim dostignućima. *Primjerena* je motivacija potrebna samo za odgovarajuće matematičke sadržaje. Sretna je okolnost da je pri obradi matematičkih sadržaja gotovo na svakom nastavnom satu motivacija moguća zahvaljujući raznolikosti njezinih vrsta i činjenici da je neka vrsta motivacije nastavniku uvijek na dohvata ruke. Samo je potrebno malo umješnosti i kreativnosti. Ponekad se motivacija sama nameće. Evo nekih takvih vrsta motivacije koje se primjenjuju na početku nastavnog sata: *motivacijska pitanja, motivacijski primjeri, motivacijski zadaci, motivacijska svojstva, historizmi*.

Svaki put kad izostane moguća motivacija, to može imati za posljedicu slabiji interes učenika za no-

vi matematički sadržaj i slabiju uspješnost nastave matematike.

Matematički pojmovi. Proces formiranja pojmova u nastavi matematike ne mora, a vrlo često i ne može biti precizan i strog kao isti proces u znanosti. Sve ovisi o uzrastu i predznanju učenika. Dopušten je stanovit stupanj slobode i pojednostavnjenja. Međutim, neki matematički pojam u nastavnom procesu mora biti odabran, uveden i njegovo značenje opisano tako da ga učenici razumiju, usvajaju, mogu prepoznati i razlikovati od drugih pojmova, te znaju primijeniti. U osnovnoj školi on se treba što pažljivije i *primjerenije* provoditi. U srednjoj školi proces formiranja pojmova je stroži i često se skraćuje.

Primjeren način izlaganja matematičkih pojmova zasniva se na ispunjavanju nekoliko bitnih zahtjeva: postizanju jasnoće matematičkih pojmova, poznavanju razine mišljenja svakoga učenika, ispunjavanju zahtjeva koje treba zadovoljavati definicija pojma (minimalnost sadržaja, prirodnost, prikladnost, primjenjivost).

Ako nastavnik ne obraća dovoljno pozornosti na gornje zahtjeve, učenici neće u potpunosti razumjeti nastavnika. Mnogi neuspjesi nastave matematike mogu se pripisati upravo toj činjenici. Kao najvidljiviji znaci nerazumijevanja procesa formiranja matematičkih pojmova od strane učenika su opterećivanje definicije pojma suvišnim riječima, te slabo razlikovanje definicije pojma i poučka. Posebno kada se neki pojam može definirati na više načina.

Zakovitosti. Pri izvođenju različitih zakonitosti (tvrdnje, jednakosti, pravila, formule, poopćenja) *primjeren* pristup poučavanju sastoji se u tome da nastavnik matematike treba razmatrati *primjeren* broj konkretnih i posebnih slučajeva uz aktivno sudjelovanje učenika kako bi nastava bila uvjerljiva i jasna. Jednom riječju *primjerena*. Ovo se posebno odnosi na nastavu matematike u osnovnoj školi koja je u nižim razredima pretežno konkretna i induktivna.

Poučci. Trajno usvajanje matematičkih znanja nije moguće bez usmjerenog razvoja mišljenja. Za-

to je razvoj mišljenja učenika jedan od osnovnih zadataka suvremene nastave matematike. Posebno stvaralačkog mišljenja kao najvišeg oblika. Poučak je jedan od oblika mišljenja i jedan od najvažnijih matematičkih pojmova. Pomoću poučaka proširuje se i produbljuje znanje učenika o matematiци. Obrada poučaka zahtijeva posebnu pozornost svakog nastavnika matematike. Pravilna i *primjerena* obrada toga pojma omogućuje brži razvoj matematičkog mišljenja učenika i bolje razumijevanje same matematike. Osnovna pitanja koja nastavnik matematike u nastavi treba *primjereno* obraditi su:

- 1) Precizno formuliranje poučaka i moguće preformuliranje poučaka.
- 2) Jasno razlikovanje pretpostavke i tvrdnje i razumijevanje njihove uloge u gradnji poučaka.
- 3) Obrat poučaka i njegova formulacija.
- 4) Formulacija negacije neke izjave.

Dokazi. Dokazivanje poučaka ima svoje važno mjesto u nastavi matematike. Posebno su važni dokazi geometrijskih poučaka, jer oni učenicima pružaju pravu priliku upoznavanja ideje strogog zaključivanja. S druge strane, dokazivanje poučaka ubraja se u teža mjesta obrade novog nastavnog gradiva. Stoga se neizbježno nameće pitanje: treba li dokaze upoznavati i shvaćati i onaj učenik koji se kasnije u svakodnevnom životu neće baviti matematikom, ili za njegovu životnu djelatnost matematika neće biti od neke posebne važnosti? Odgovor se lako može naslutiti iz sljedeće nepobitne istine: učiti dokazivati znači učiti rasuđivati, a to je jedan od osnovnih zadataka nastave matematike. Odgovor je: treba! Obrazovanje učenika nije potpuno ako on tijekom školovanja nije upoznao i shvatio dokaze nekoliko standardnih matematičkih poučaka.

Preostaje pitanje poučavanja dokazivanja poučaka. Da bi na to pitanje nastavnik matematike *primjereno* odgovorio, on neprestano mora imati na umu nekoliko važnih činjenica. Ponovimo te činjenice:

- 1) Iako je matematika deduktivna znanost, školska matematika ne izgrađuje se ni na jed-

noj razini nastave kao strog deduktivni sustav, već ostaje u okvirima modela. Ovo pogotovo vrijedi za nastavu matematike u osnovnoj školi, jer je ona većim dijelom induktivna. Mnogi poučci obrađuju se u njoj i trebaju se obrađivati bez dokaza.

- 2) U školskim dokazima neizbježni su intuitivni elementi.
- 3) Ako je neki poučak težak, dilema je treba li ga dokazivati. Ako je neki poučak jednostavan i tvrdnja gotovo očigledna, učenici teško shvaćaju zašto se to mora još i dokazivati.
- 4) Učenici mnogo lakše prihvaćaju logički dokaz u manje očiglednim primjerima. Takav dokaz je teži, ali u njemu se povezuje više različitih činjenica. Povezane činjenice lakše se pamte, stečeno znanje postaje trajnije.
- 5) Za dokaz nekog poučaka na nastavnom satu treba imati pripremljen niz *primjerenih* pitanja za brzo sagledavanje poučaka od strane učenika i uspješno vođenje metode razgovora. To pospješuje ostvarenje postavljenog cilja nastavnog sata na *primjeren* način.

Zadaci. Rješavanje zadataka je najčešća djelatnost učenika. Danas se težište postavlja na razvijanju umijeća samostalnog i stvaralačkog proučavanja matematike od strane učenika, te stvaranju preduvjeta za uspješnu primjenu stečenih matematičkih znanja i umijeća. Zadaci su važno sredstvo pri oblikovanju učenikova sustava osnovnih matematičkih znanja, umijeća i navika, a pridonose razvoju njihovih matematičkih sposobnosti i stvaralačkog mišljenja. U svakoj etapi nastavnog sata zadaci imaju određenu ulogu.

Primjereni izbor i primjereno korištenje nastavnih zadataka:

Za uvodni dio nastavnog sata potrebno je da nastavnik matematike pripremi i metodički razradi tzv. *motivacijske zadatke*. Njihova uloga je: uvođenje u problematiku sata, pobuđivanje interesa, motivacija potrebe obrade novog nastavnog gradiva. Takve zadatke treba razrješavati postupno i sustavno sam nastavnik. Ti zadaci služe mu kao – *primjeri*.

Ako se primjer nalazi pri kraju središnjeg dijela nastavnog sata, onda je njegova uloga neposredna primjena izvedenog pravila, zakona ili formule.

Nakon što se primjerima postigne jasnoća obrađenog novog gradiva, potrebno je stupanj usvojenosti istog gradiva od strane učenika provjeriti rješavanjem zadataka. To nastavnik postiže novom vrstom zadataka, koje rješavaju učenici. To su – *zadaci za ponavljanje i uvježbavanje*.

Nažalost, danas još uvijek prevladava neprimjereni postupak: pri uvježbavanju nastavnik matematike gotovo svu pozornost poklanja samo jednom učeniku na ploči, usmjerava njegov rad, upadica ma i pitanjima prekida njegovo promišljanje, zanemaruje ostale učenike u razredu, a rad na ploči završava pitanjem: Jeste li prepisali? Takvim postupkom povrijeđena su neka osnovna načela nastave matematike, a time nastava postaje *neprimjerena*.

Dužnost nastavnika matematike je da u nastavnom procesu posebno prati i potiče razvoj naprednijih učenika. Jedan jednostavan način poboljšanja rada s naprednijim učenicima su – *dodatni zadaci* (problemski zadaci iz zbirki, matematičkih časopisa i zbornika s matematičkih natjecanja). Svaki puta kad se ukaže prilika nastavnik treba naprednijim učenicima ponuditi na rješavanje takve zadatke. A takvih prilika u nastavi uvijek ima: domaće zadaće, sat vježbanja i ponavljanja, sat provjeravanja znanja, školske zadaće i dr.

Posljednji dio nastavnog sata je zadavanje domaće zadaće. O tome treba reći nešto više.

Domaće zadaće. *Primjereno* obrađivanje pitanja domaće zadaće može se svesti na nekoliko bitnih etapa.

Zadavanje domaće zadaće treba sadržavati izbor zadataka, nastavnikov osvrt na izbor, čitanje tekstova od strane učenika, nastavnikova pitanja o razumijevanju zadataka, objašnjenja i upute za rješavanje težih zadataka.

Izbor zadataka treba poboljšati tako da se uz tradicionalni način izbora obveznih zadataka koristi i neka od sljedećih novih mogućnosti: izbor zadataka kojima težina postupno raste i navođenje

onih koje su učenici obvezni rješavati, a koje ne; učenici samostalno biraju koje će od predloženih zadataka rješavati; učenici samostalno odabiru neke zadatke za domaću zadaću; učenici sami sastavljaju neke zadatke za domaću zadaću.

Potpuni ili djelomični pregled i provjera rješenja zadataka na sljedećem nastavnom satu i isticanje uspješnijih i originalnijih rješenja.

Domaće zadaće trebaju na odgovarajući način ući u postupak ocjenjivanja učenika, ali bez pretjerane strogosti, prisile i kažnjavanja.

Navika rješavanja domaće zadaće mora postati sastavni dio nastavnog procesa i dodatna motivacija učenicima za učenje matematike.

Džepno računalo. S ciljem osuvremenjivanja nastave u nastavu matematike uvedeno je džepno računalo kao važno pomagalo. Ono nastavnicima i učenicima može pružiti pomoć u prenošenju znanja i učenju, a ne samo kao sredstvo za brže i preciznije izvođenje operacija.

Oko uporabe džepnog računala u osnovnoj školi postoje različita mišljenja. Iako se uvodi od 5. razreda, ne treba pretjerivati. U nižim razredima uporaba treba ostati samo na nivou jednostavnih primjera i početnog upoznavanja. Učenicima viših razreda rad s džepnim računalom može biti izvrsna motivacija za učenje matematike i razvijanje interesa za predmet, što je posebno važno za njihovo kasnije matematičko obrazovanje. Kao sredstvo za preciznije i brže izvođenje operacija može im pomoći pri proučavanju decimalnih i iracionalnih brojeva, te pri izračunavanjima oplošja i obujmova geometrijskih tijela. U toj dobi džepno računalo može potaknuti brži razvoj navike ustrajnog rada učenika, sposobnosti duže koncentracije za učenje određenog sadržaja, logičkog mišljenja i zaključivanja. Moguća su i mala istraživanja kao što su određivanje prostih djelitelja prirodnih brojeva, rješavanje problema u kamatnom računu, ispitivanje aproksimacija i dr.

U srednjoj školi treba prirodno nastaviti s uporabom. Sada su moguće veće primjene i dublje proučavanje matematike pomoću džepnog računala, posebno grafičkog. Postupna primjena može se razviti u *istraživački rad*.

O *primjerenosti* uporabe džepnog računala u školskoj matematici još je teško govoriti, jer ne postoji razrađena posebna metodika uporabe. Dok se ta uporaba ne sagleda u pravom svjetlu, moguća su zastranjivanja i pretjerivanja. Sjetimo se samo što se u nastavi radilo sa skupovima!

Računalo. I računalo postupno ulazi u nastavu matematike. Na taj način poboljšava se primjena dviju suvremenih nastavnih metoda: *metode demonstracije* i *programirane metode*. Ovdje se znanje stječe individualnim praktičkim radom učenika koji omogućuje izražavanje različitih crta njegove kreativnosti. A to je osebujna značajka onoga što se naziva *stvaralačka sposobnost*.

Učenici dobro prihvaćaju uporabu računala u nastavi matematike, a rad na njemu dodatno ih motivira za učenje matematike. Još je nešto važno istaći: računalo, za razliku od klasičnih pomagala, omogućuje učenicima otkrivanje i provjeravanje matematičkih istina. Tako učenici na zaslonu mogu "vidjeti" Talesov poučak, Pitagorin poučak, poučak o obodnom i središnjem kutu, odnos grafova funkcija o parametrima, mogu izvoditi geometrijske konstrukcije, mogu istraživati analogone geometrijskih likova u prostoru i njihova svojstva. Na taj način je nastava geometrije, koja je dugo vremena bila zapostavljena, dobila novi zamah i važnost pri razvijanju logičkog mišljenja učenika.

O *primjerenosti* uporabe računala vrijedi ista napomena kao i za džepno računalo. S ovim dodatkom, kad je u pitanju računalo: postoje ideje da se nastavni programi prilagode uporabi računala i gotovo cijela nastava izvodi na računalu. Za sada je takvo nešto neizvodivo. Pravi put je osuvremenjivanje nastavnih programa i nastave matematike putem novih metoda i prilagođivanje uporabe računala novim programima. Računalo treba ostati pomagalo koje u nastavi matematike pomaže, a ne cilj!

Znanstvenost. Kao što znamo, načelo znanstvenosti nastave matematike sastoji se u nužnom skladu nastavnih sadržaja i nastavnih metoda s jedne strane i zahtjeva i zakonitosti matematike kao znanosti s druge strane. To znači da nastavnik matematike treba učenike upoznavati s onim

činjenicama i u njihovom mišljenju formirati one matematičke pojmove koji su danas znanstveno potvrđeni. Pritom nastavnik matematike ne mora biti znanstvenik da bi u nastavi pravilno i *primjerenost* primjenjivao *načelo znanstvenosti* i *znanstvene metode, analizu, sintezu, analogiju, apstrakciju, generalizaciju, specijalizaciju, indukciju i dedukciju*. To se u nastavi matematike treba nametnuti samo po sebi. Ako se znanstveni postupci *primjerenost* i pravilno primjenjuju, s nužnim osjećajem za težinu matematičkih sadržaja i matematičkog načina mišljenja, uvažavajući matematičke sposobnosti svakog pojedinog učenika, može se očekivati da će nastava matematike i tada biti primjerena.

Zaključak

Primjerena nastava matematike nam je cilj, *primjerenost* matematičko obrazovanje učenika nam je cilj. Nalazimo se u vremenu u kojem su u tom pogledu nužne veće promjene. Sredstva i pomagala za tu svrhu postoje. Nadam se da postoji i dobra volja. Jer bez nje sve će ostati, kao što se dosad često događalo, uzaludno gubljenje vremena.

LITERATURA

- [1] N. M. Beskin, *O nekim osnovnim principima predavanja iz matematike* (prijevod s ruskog), Matematika 2 (1985.), 5–10.
- [2] Z. Kurnik, *Suvremena metodika i nastava matematike*, Zbornik radova I. kongresa nastavnika matematike Republike Hrvatske, Zagreb 2000., 187–201.
- [3] Z. Kurnik, *Načelo znanstvenosti*, Matematika i škola 13 (2002.), 102–106.
- [4] Z. Kurnik, *Načelo problemnosti*, Matematika i škola 14 (2002.), 148–152.
- [5] J. Markovac, *Metodika početne nastave matematike*, Školska knjiga, Zagreb, 1992.