

# Predmatematičke vještine



Dubravka Glasnović Gracin,  
Zagreb

*Učenje matematike bez razvijenih predmatematičkih vještina je poput pokušaja hvatanja balona bez uzice: kada balon nije zavezan, on će odletjeti. Kada su predmatematičke vještine prisutne, uz njih čvrsto vežemo matematičke koncepte. Tako matematički koncepti ne mogu odletjeti.*

(Sharma, 2001.)

## Faktori koji utječu na proces učenja matematike

Matematiku mnogi opisuju kao težak predmet, ali možda bi primjereniji opis bio da je matematika kontroverzan predmet, jer nju učenici ili izrazito vole ili izrazito ne vole, malo je onih potpuno ravnodušnih prema matematici. Razlozi zašto je tomu tako vjerojatno prouzročeni iz učenikova osjećaja uspjeha, odnosno neuspjeha u savladavanju matematičkog gradiva. Mnogi autori su se bavili problemom neuspjeha u nastavi matematike. Gradivo matematike je samo po sebi specifično, ono od učenika traži *usvajanje matematičkih pojmova* (a ne "štrebanje" činjenica), a usvajanje apstraktnih pojmova je naporan i složen proces. Uz to, matematičko gradivo je povezano s prethodno naučenim gradivom, pa razlozi neuspjeha učenika često imaju uzrok u nekom prethodnom pojmu koji nije bio u potpunosti usvojen. Ovo su neki razlozi "vanjskih" čimbenika koji utječu na učenje matematike, dakle

čimbenika koji proizlaze iz prirode samog gradiva matematike. No, postoje i razlozi (ne)uspjeha u nastavi matematike koji proizlaze iz samog učenika.

Sharma (2001.) spominje pet čimbenika koji utječu na proces učenja matematike, a time i na uspjeh u matematici. To su:

- stupanj kognitivnog razvoja;
- matematička osobnost učenika;
- predmatematičke vještine;
- matematički jezik;
- stupnjevi poznavanja matematike.

Opširnije o svakom čimbeniku koji utječe na proces učenja matematike čitatelj može pronaći u Sharminoj knjizi (2001.), a u ovom tekstu će biti riječi o jednom od čimbenika: o predmatematičkim vještinama. Već je spomenuto da usvajanje matematičkih pojmova zahtijeva određen napor, upravo kao i učenje čitanja. Zato trebamo imati razvijene određene predispozicije kako bi se ti procesi što lakše usvojili. Kod čitanja tako trebamo ima-

ti razvijene predčitalačke vještine, a za usvajanje apstraktnih matematičkih pojmova trebamo imati razvijene predmatematičke vještine.

## Predmatematičke vještine

*Predmatematičke vještine* su određene vještine koje čine preduvjet za učenje matematičkih sadržaja u školi. Potrebno ih je sustavno razvijati u predškolskoj dobi u obliku dječjih igara i ostalih motivirajućih aktivnosti s konkretnim materijalima.

Predmatematičke vještine vježbaju se u nematematičkom okruženju. To znači da nije bitno da je sadržaj igre matematički pojam (npr. uopće ne moramo baratati brojevima, geometrijskim likovima i sl.), već se možemo koristiti igračkama i ostalim predmetima bilskim djeci. Ali ipak, aktivnosti koje se rade s tim objektima *jesu* matematičke.

U predmatematičke vještine važne za predškolsko razdoblje ubrajaju se sljedeće aktivnosti:

- razvrstavanje predmeta;
- uspoređivanje predmeta;
- nizanje predmeta i održavanje zadanog redosljedaja;
- slijeđenje niza uputa od više koraka;
- rad s obrascima;
- orijentiranje u prostoru;
- vizualno grupiranje predmeta;
- procjenjivanje.

U tekstu koji slijedi ukratko je opisana svaka spomenuta vještina, dani su prijedlozi za igre u vrtiću i kod kuće vezane uz svaku vještinu te su za svaku vještinu dane poveznice s gradivom matematike iz škole.

### Razvrstavanje predmeta

Ova predmatematička vještina se odnosi na razvrstavanje predmeta prema određenom obilježju (boja, veličina, vrsta itd.). Preporučuje se rad s predmetima koji su bliski predškolskoj djeci, te



aktivnosti s obilježjima koja su perceptivno lako uočljiva (boja, veličina, oblik, funkcija i sl.).

#### Aktivnosti:

Počinjemo sa skupovima koji se mogu razvrstati samo po jednom obilježju. Primjerice, po boji: svi štapići su potpuno jednaki, samo što su neki crveni, a drugi žuti. Dijete treba razvrstati te štapiće po boji. Nakon toga dajemo skup koji se može razvrstati po dva obilježja (npr. skup štapića u dvije boje i u dvije veličine). Na kraju uvodimo skupove s više obilježja (npr. skup geometrijskih likova koje možemo razvrstati po boji, obliku ili veličini; skup životinja i stvari koje možemo razvrstati prema više obilježja i sl.).

#### Povezivanje sa školskom matematikom:

Treba napomenuti da su aktivnosti sa skupovima u kojima se može razvrstati prema više kriterija vrlo vrijedne za razvoj apstraktnog mišljenja. Naime, sama definicija apstrakcije je odbacivanje nebitnog i fokusiranje na bitno. Slična stvar se upravo događa kod razvrstavanja predmeta prema određenom obilježju, iako na perceptivnoj razini. Primjerice, ako kažemo djetetu da zadani skup razvrsta po boji, dijete će zanemariti sva ostala obilježja i fokusirati se samo na boju. Zatim od djeteta tražimo da *taj isti skup* razvrsta prema obliku, dijete

će odbaciti boju (koja je sada nebitna) i fokusirat će se na novo obilježje – oblik.

Ovo fokusiranje na različita obilježja na istom skupu je nužna predradnja za shvaćanje apstraktnog pojma broja, rješavanje problemskih zadataka, fokusiranja na bitno, koncentracije i sl. Osim u školskoj matematici, ova aktivnost je važna za uspješno rješavanje svakodnevnih problema.

*“Djeca, pa čak i odrasli koji imaju ograničeno iskustvo u razvrstavanju, ili ga uopće nemaju, imat će teškoća u verbalnim problemskim zadacima i u susretu sa složenim podacima.”* (Sharma, 2001.)

### Uspoređivanje predmeta

Uspoređivanje predmeta se odnosi na pronalaženje odnosa između dva predmeta ili između dvaju skupova.



#### Aktivnosti:

To su aktivnosti oblika: veći-manji-jednak, viši-niži, dulji-kraći, teži-lakši, vaga u ravnoteži i sl. Prema mojem iskustvu, učenici uglavnom nemaju problema s ovim pojmovima i pravilno ih koriste, jedino što u školskoj matematici nastaje problem na simboličkoj razini, tj. kada se uvodi i počne koristiti znak za veće i manje.

#### Povezivanje sa školskom matematikom:

Ova aktivnost je temelj za mnoge matematičke koncepte poput jednakobrojnosti skupova, uspoređivanja cijelih brojeva, kasnije uspoređivanja razlomaka, mjerenja i sl.

### Nizanje predmeta i održavanje zadanog redoslijeda

Nizanje predmeta se odnosi na stavljanje više predmeta u niz prema zadanom predlošku. U prethodnoj stavci opisano je uspoređivanje, koje se odnosi na dva predmeta ili skupa, dok se nizanje odnosi na više predmeta ili skupova.



#### Aktivnosti:

Poredati predmete po veličini, poredati predmete po intenzitetu boje (npr. od najsvjetlije nijanse do najtamnije) itd. U ovu aktivnost zgodno se uklapaju dječje igre s lutkama babuškama.

Problem koji sam uočila u praksi je vezan uz pojam “između”, s kojim su imali problema čak i neki učenici petih razreda. Zato je posebno važno poticati aktivnosti upravo s tim pojmom.

#### Povezivanje sa školskom matematikom:

Nizanje predmeta je nužna predradnja za usvajanje koncepta rednih brojeva, snalaženja na brojevnom pravcu, u ravnini i u prostoru.

## Rad s obrascima

Rad s obrascima znači: moći prepoznati i reproducirati zadane obrasce (npr. nizove, geometrijskih likove i sl.) ili ih operativno koristiti (znati po kojem ključu treba nastaviti niz i sl.). Iako se prethodna aktivnost nizanja predmeta također može svrstati pod rad s obrascima, rad s obrascima obuhvaća mnogo više od nizanja predmeta.



### Aktivnosti:

Zadaci tipa "nastavi niz" su vrlo vrijedni za intelektualni razvoj djeteta. Oni se mogu kreirati s raznim predmetima, primjerice igračkama i sl. Djeca jako vole ovakve zadatke. Poželjno je i da dijete samo roditelju zada neki redoslijed.

Osim nastavljanja niza po zadanom redoslijedu, u radu s obrascima mogu se igrati igre tipa "Pogledaj, zapamti, ponovi". Jedno dijete može napraviti niz radnji, a drugo ponoviti za njim.

U rad s obrascima ubrajaju se i preslikavanja zadanog uzorka ili lika. Naime, dijete treba usvojiti određene općepoznate uzorke. Jedan od načina kako to učiniti je preslikavanje uzorka. Primjerice, učenje kako se crta sunce, cvijet, kuća itd. Za

matematiku su tu posebno važni učenje obrazaca oblika, tj. preslikavanje trokuta, kruga, kvadrata, pravokutnika itd.

### Povezivanje sa školskom matematikom:

Ova aktivnost je predradnja za usvajanje matematičkih obrazaca, npr. parnih i neparnih brojeva, mjesne vrijednosti, geometrijskih koncepata, nizova itd.

## Slijeđenje niza uputa od više koraka

Slijeđenje niza uputa od više koraka se odnosi na aktivnosti kada dijete dobiva upute po kojima radi određene aktivnosti, ali može se koristiti i varijanta da dijete daje upute i kontrolira njihovu provedbu. Slijeđenje niza uputa se također može shvatiti kao jedan aspekt rada s obrascima.

### Aktivnosti:

Dijete uči svoj dnevni raspored aktivnosti, prepričava priče prema slikama, jedno dijete objašnjava drugom djetetu način i pravila neke igre, davanje raznih uputa (upute može davati roditelj, odgajatelj, ali i dijete).



## Povezivanje sa školskom matematikom:

Ova aktivnost je temelj za slijeđenje matematičkih algoritama (postupaka, recepta), npr. za pisano računanje u kojem jedan korak strogo slijedi drugi.

## Orijentiranje u prostoru

Orijentiranje u prostoru odnosi se na uočavanje položaja predmeta u prostoru i odnosa između tih predmeta.

### Aktivnosti:

Aktivnosti obuhvaćaju snalaženja tipa gore-dolje, ispred-iza, unutar-izvan, lijevo-desno, između itd. Kod djeteta treba razlikovati razumijevanje prostora u odnosu na vlastito tijelo (iznad moje glave, ispod mojih nogu...) te razumijevanje prostora u odnosu na druge osobe (pokraj mame, iza mame itd.).

Roditelji mogu razgovarati s djetetom boraveći u prirodi što je daleko, što je blizu itd. Također, u različitim situacijama treba poticati dijete da sluša i koristi riječi: ispod-iznad, gore-dolje, unutar-izvan, na-u, blizu-daleko, ispred-iza, između.

Kod ove aktivnosti važno je i rotiranje likova u ravnini (trokut, pravokutnik, kvadrat: "standardni" i "nes-tandardni" položaji). Naime, često se događa da



dijete prepoznaje kvadrat samo ako mu je donja stranica u vodoravnom položaju. Zakrenemo li taj kvadrat za 45°, mnoga djeca će reći da to više nije kvadrat.

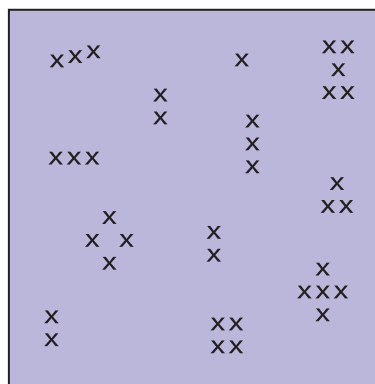
## Povezivanje sa školskom matematikom:

Ova aktivnost je predradnja za razvijanje prostornog zora, razumijevanje brojevnog pravca, mjesnih vrijednosti itd.

## Vizualno grupiranje predmeta

Vizualno grupiranje predmeta se odnosi na sposobnost trenutnog određivanja broja objekata u skupu putem vizualnog zbližavanja. Primjerice, kada na igraćoj kocki padne broj 6, dijete je već toliko vizualno zbliženo sa simbolom da ne treba brojiti točkice kako bi saznalo da se radi o broju 6.

Primjerice, kod brojenja križića na ovoj slici, uz strategiju brojenja, bitno je vizualno grupirati predmete, a ne brojiti ih jednog po jednog. Naravno, ova aktivnost je namijenjena školskoj djeci koja znaju zbrajati. Tako je cilj da dijete odmah vidi da se u gornjem lijevom uglu nalaze tri križića bez brojenja.



### Aktivnosti:

Poticati aktivnosti tipa "Čovječe ne ljuti se" i ostale igre u kojima se pojavljuje igraća kocka ili brojevi s igraće kocke (Domino).



*Povezivanje sa školskom matematikom:*

Ova aktivnost pomaže kod usvajanja koncepta broja (jer se broj usvaja na više razina: prema količini, vizualno i simbolički).

### Procjena

Procjena kao predmatematička aktivnost se odnosi na davanje vlastitog mišljenja o približnom rezultatu ili nekoj pojavi od strane djeteta. Na žalost, procjena se ne potiče dovoljno na nastavi matematike.

*Aktivnosti:*

Aktivnosti s procjenom su vrlo vrijedne i mogu se uklopiti u gotovo svaku matematičku aktivnost.

Primjerice, procjenu možemo poticati kroz razgovor vezan uz aritmetičke teme:

- Ako iz ove hrpe kuglica uzmemo nekoliko kuglica, hoće li na hrpi ostati više ili manje kuglica nego prije?
- Što mislite, koliko malih štapića treba staviti jedan na drugi da dobijemo ovaj veliki štapić?
- Što mislite, koliko koraka je Ivan udaljen od Maje?

Procjena je izuzetno važna i u geometriji. Već smo spomenuli problem orijentacije u prostoru na koji također možemo vezati aktivnosti vezane uz procjenu. Uz to, djecu možemo poticati na razvijanje procjene pomoću pitanja tipa:

- Što mislite, može li se kroz ovu rupu provući ovaj krug? A ovaj? Itd.

Procjena je vezana i uz shvaćanje nekih važnih matematičkih koncepata, kao što je primjerice vjerojatnost. Osjećaj za ideju vjerojatnosti pomoći će djetetu da kasnije uspješno savlada vjerojatnost kao dio školske matematike, ali i kao dio života. Primjerice:

- U ovoj kutiji je 100 (jako puno) crnih kuglica i samo jedna bijela. Zažmirit ću i izvući jednu kuglicu. Što mislite, hoće li to biti bijela ili crna kuglica? Zašto?

*Povezivanje sa školskom matematikom:*

Ova aktivnost je predradnja za procjenjivanje točnosti aritmetičkih rezultata, shvaćanje vjerojatnosnih veličina te priprema za životne situacije i poticanje sigurnosti u sebe i svoje potencijale.

## Zaključak

Predmatematičke vještine obuhvaćaju skup predškolskih znanja i vještina koja su preduvjeti za usvajanje matematičkih pojmova iz školske matematike, poput pojma broja i aritmetičkih operacija te geometrijskih odnosa. Važno je naglasiti da je uz aktivnosti kod djeteta potrebno neprestano poticati govor, objašnjavanje i diskusiju kao još jedan važan aspekt u razvoju matematičkog mišljenja. Iskustva pokazuju da djeca odlično reagiraju na ovakve aktivnosti i rado se odazivaju dobro osmišljenim aktivnostima vezanim uz predmatematičke vještine.

### LITERATURA

- 1/ Čudina-Obradović, M.: *Matematika prije škole, Priručnik za roditelje i odgojitelje*, Školska knjiga, Zagreb, 2002.
- 2/ Liebeck, P.: *Kako djeca uče matematiku*, Educa, Zagreb, 1995.
- 3/ Sharma, M. C.: *Matematika bez suza. Kako pomoći djetetu s teškoćama u učenju matematike*, Ostvarenje, Lekenik, 2001.