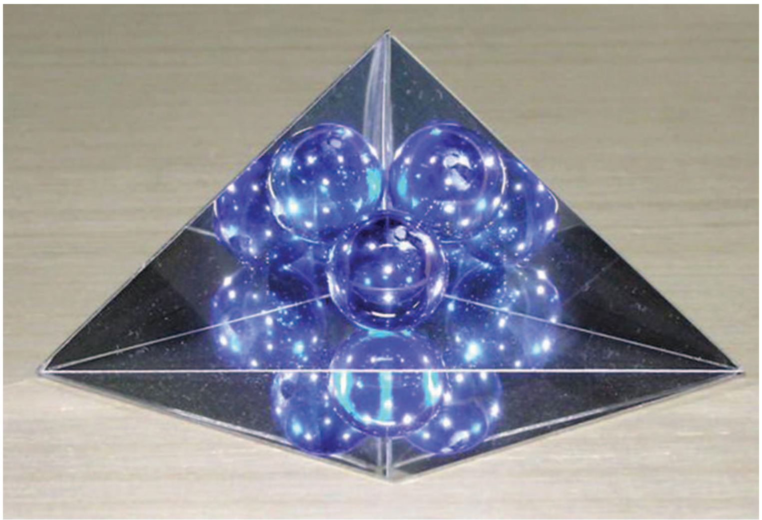
Triedar

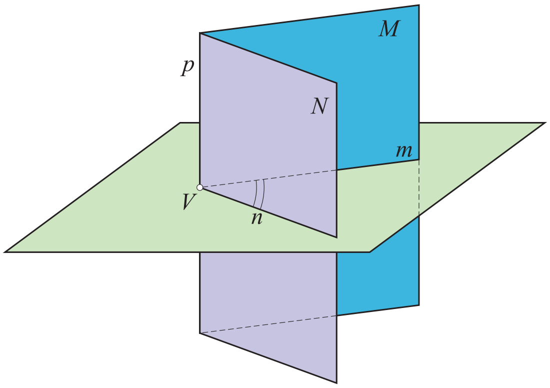


Branimir Dakić, Zagreb

U prethodnom smo članku razmatrali jedan lijep zadatak kroz čije se rješavanje provlačio zapravo problem egzistencije trostranog prostornog kuta ili **triedra**. U ovom dodatku pozabavimo se malo kutovima što ih zatvaraju ravnine u prostoru.

U aktualnim programima osnovne i srednje škole zapisan je i pojam kuta između dvije ravnine. Kako se taj kut definira?

Neka su dane ravnine M i N koje se sijeku u pravcu p. Tada se kut između tih ravnina određuje na sljedeći način:



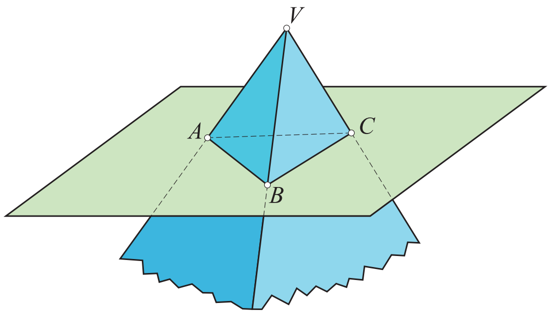
Postavi se treća ravnina, okomito na presječnicu p prvih dviju i ona tu presječnicu siječe u točki V a ravnine M i N siječe u pravcima m i n. Ti pravci određuju dva kuta a manji od njih je kut između ravnina M i N.

Izbor manjeg od dvaju kutova rješava zahtjev jednoznačnosti i rješava problem koji se primjerice može pojaviti kod određivanja kutova između strana poliedra.

Kut između dviju ravnina zove se dvostrani kut ili **diedar**. Dvije ravnine su strane diedra, pravac p je njegov brid, odnosno rub.

Dakako da u geometriji prostora ima smisla govoriti i o trostranom prostornom kutu ili **triedru**. Takav kut tvore primjerice po tri strane trostrane piramide. Evo kako možemo definirati triedar:

Neka je dan trokut ABC. Izvan ravnine tog trokuta neka je dana točka V. Trostrani kut $VABC$ je unija svih zraka s rubnom točkom V koje sijeku trokut ABC. Točka V vrh je triedra, zrake AV, BV i CV njegovi su bridovi a ravnine ABV, BCV i ACV njegove su strane. Kutovi $\alpha = \sphericalangle BVC$, $\beta = \sphericalangle AVC$ i $\gamma = \sphericalangle AVB$ bridni su kutovi triedra.



Triedar je presjek triju poluprostora.

Vratimo se sada na prethodni članak. Kao što smo već rekli, početni mu je problem zapravo pitanje vezano uz egzistenciju triedra. A na njega daje odgovor sljedeći poučak:

- Zbroj bilo koja dva od tri plošna kuta $\sphericalangle AVB$, $\sphericalangle BVC$ i $\sphericalangle AVC$ veći je od trećeg.

Tu se skriva razlog zbog kojega ne možemo složiti piramidu od pravokutnog i tupokutnog trokuta.

Ima dakako i drugih tvrdnji koje se odnose na triedar. Tako primjerice vrijedi:

- Tri ravnine koje prolaze bridovima trostranog kuta okomito na suprotne strane sijeku se u jednom pravcu.
- Ako su svi plošni kutovi trobrida šiljasti, tada su i svi njegovi dvograni kutovi šiljasti, a ako su svi plošni kutovi tupi, tada su i svi dvograni kutovi tupi.
- Neka su $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ mjere dvostranih kutova s bridovima VA, VB, VC, a α, β, γ mjere suprotnih plošnih kutova.

Tada vrijedi:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\hat{A}} = \frac{\sin\beta}{\sin\hat{B}} = \frac{\sin\gamma}{\sin\hat{C}}.$$

(*Teorem o sinusima*)

$$\cos\alpha = \cos\beta\cos\gamma + \sin\beta\sin\gamma\cos\hat{A}.$$

(*Prvi poučak o kosinusima*)

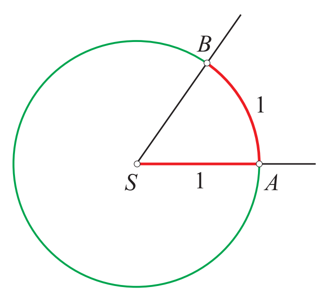
$$\cos\hat{A} = -\cos\hat{B}\cos\hat{C} + \sin\hat{B}\sin\hat{C}\cos\alpha.$$

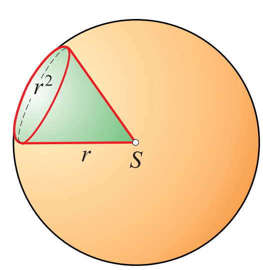
(*Drugi poučak o kosinusima*)

Na kraju dodajmo tek da je u nastavi geometrije drugog razreda srednje škole prije nekoliko desetljeća obrađivan triedar, pri čemu su dokazivane neke osnovne činjenice vezane prije svega uz njegove bridne i dvostrane kutove. Također je spomenut i pojam višestranog kuta. Eto, tek toliko kad razmišljamo o rasterećenju sadržaja nastave matematike.

Steradijan

Kutove u ravnini mjerimo kutnim stupnjevima, ali i radijanima. Lukom kružnice kojem je duljina jednaka polumjeru kružnice određen je kut s vrhom u središtu kružnice. Mjera takvog kuta jednaka je **1 radijan**. Na analogan se način definira steradijan, mjera prostornog kuta. Dakle, **steradijan** je kut čiji je vrh u središtu sfere polumjera r, a na sferi mu pripada kapica površine r^2.





Puni kut ima 2π radijana. Sfera je prostorni kut čija je mjera 4π steradijana. Naziv je složenica dviju grčkih riječi, *stereos* – tijelo i *radius* – zraka.