

Inovacije u nastavi matematike

Branimir Dakić, Zagreb



Uvod 1

Namjera ovog članka jest analizirati očigledne promjene koje se posljednjih godina uočavaju u nastavi matematike u nas pa i šire, promjene koje bi se jednom riječju mogle opisati kao **inovacije** u tom području. Riječ *inovacija* (lat. *in* + *novus* = *u* + *novo*) prema njezinu tumačenju u *Rječniku stranih riječi* Bratoljuba Klaića znači: *novotarija, prnova, obnova, promjena*. Wikipedija pojam objašnjava kao kreiranje naprednijih ili učinkovitijih proizvoda, procesa, tehnologija ili ideja koje utječu na trgovinu, upravljanje i društvo. U dokumentu *OECD Eurostat 2005*, Organizacije za ekonomsku suradnju i razvitak, institucije koja je između ostalog razvila i PISA¹ projekt, inovacija je ugradnja novih ili savršenijih proizvoda, procesa ili metoda u razna društvena područja. Inovacija, prema istom izvoru, podrazumijeva inventivnost, ali i učinkovito provođenje novih ideja.

Kad govorimo o nastavi matematike, a upravo o njoj i jest ovdje riječ, onda u skladu s navedenim prethodnim tumačenjima inovativnost razumijeva-

mo kao osuvremenjivanje nastave, kao sustavan i kreativan zahvat potaknut izmijenjenim društvenim okolnostima i potrebama te širokom ponudom novih tehnoloških mogućnosti.

Što je to dakle *novo*, *inovativno* u nastavi matematike?

Potanje: Uvažavamo li u nastavi matematike, i u kolikoj mjeri, suvremena svjetska kretanja u području nastavnih oblika i metoda rada? Prihvaćamo li i ugrađujemo li u našu nastavu široku ponudu modernih tehnologija? Ispunjava li nastava matematike u osnovnoj i srednjoj školi očekivanja i zadatke koje pred matematičku naobrazbu danas postavljaju društvene institucije i poduzeća ili, općenitije, u kolikoj mjeri naša škola "školuje za život"? Posebice je ovo posljednje pitanje izrazito aktualno jer se i pred matematiku danas postavlja zahtjev da bude konkretnija i učinkovitija u pripremi učenika za njihov budući privatni i profesionalni život. I konačno, što je s tradicijskom ulogom matematičke naobrazbe u sklopu općeg obrazovanja i opće kulture? Odričemo li se danas tih njezinih negda važnih naglasaka i nije li ih pragmatičnost zapostavila i potisnula u drugi plan?

Na sva ta pitanja pokušat ćemo dati odgovor u ovom članku.

Uvod 2

Neki su naši nastavnici matematike sami, bez sustavnih institucionalnih rješenja, a razumjevši nove okolnosti, vrlo spremno i ambiciozno prihvatili nove ideje i osuvremenili svoju nastavu novim metodama i oblicima rada. Oni su se, a više ih je od 200, okupili oko sada već legendarnog internetskog **Foruma nastavnika matematike**², što ga je 2000. godine pokrenuo kolega Šime Šuljić radi razmjene ideja, informacija, iskustava i nastavnih materijala

¹ *Programme for International Student Assessment* (Program za međunarodnu procjenu učenika).

² <http://groups.yahoo.com/group/nastava-matematike/>

te raspravljanja o najrazličitijim temama povezanim s matematikom u školi, ali i školstvom općenito. Na Forumu je tijekom godina emitirano više od deset tisuća poruka, a on djeluje i dan-danas. "Listaši", kako sami sebe nazivaju članovi te skupine, bili su nositelji trećeg stručno-metodičkog skupa što je 2003. održan u Rovinju u organizaciji **Matematičkog društva "Istra"**. Na tom skupu prikazane su neke metode i oblici rada do tada uglavnom nepoznati ili u najmanju ruku vrlo rijetki u našoj nastavnoj praksi, a kroz niz radionica zorno su predočene te nove didaktičke ideje i rješenja. "Listaši" su doprinijeli afirmaciji tog tzv. *Istarskog skupa* koji se razvio u, po mnogima, najkreativnije okupljanje naših nastavnika matematike.

Iz virtualnog druženja "listaša" izrasla je **Normala**³, udruga nastavnika matematike čije aktivnosti obilježava upravo inovativnost. Članovi ove mlade udruge stvorili su na internetu otvoreno didaktičko skladište raznih uradaka, organizirali nekoliko zapaženih skupova, realizirali više e-tečajeva *GeoGebre* za nastavnike i učenike te na svojem internet-skom portalu pokrenuli forum **Arhimedes**, također namijenjen za pomoć kolegama i učenicima. Tom, sada bi se već slobodno moglo reći svojevrsnom pokretu, časopis **Matematika i škola (Miš)**⁴ širom je otvorio svoje stranice pa će za neku buduću povijest nastave matematike u nas ti pisani tragovi biti od neprocjenjive vrijednosti. Miš je i inače svojevrsan dokument koji svjedoči o događanjima u nastavi matematike u Hrvatskoj tijekom posljednjih dvanaest godina. Časopis je objavio mnoštvo priloga u kojima naši najkreativniji nastavnici iznose svoja iskustva iz nastavne prakse, što čini svojevrsnu školu metodike i didaktike od velike koristi posebice mlađim kolegama.

Da je inovativnost, kad je riječ o suvremenom poučavanju matematike, tema broj jedan, govore stručna i znanstvena istraživanja koja se provode diljem svijeta. Izdvojimo tek jedno, ono pod nazivom **InnoMathEd** (*Innovations in Mathematics Education on European Level*)⁵, dvogodišnji projekt (od 1. prosinca 2008. do 30. studenog 2010.) pokrenut i proveden uz podršku Europske komisije. U taj veliki međunarodni projekt bilo je uključeno osam europskih zemalja – Austrija, Bugarska, Cipar, Češka, Engleska, Italija, Norveška i Njemačka,

a u svakoj od njih za potrebe provedbe projekta instruirano je po dvadesetak nastavnika – suradnika. U dokumentima ovog projekta možemo naći dobru podlogu i za inovativne zahvate u nastavi matematike u Hrvatskoj.

Cilj *InnoMathEda* bio je odgovoriti na ključna pitanja koja se nameću u suvremenoj nastavi matematike: Kako učenicima približiti matematiku tako da je oni prihvaćaju s razumijevanjem? Kako razviti spremnost i osposobljenost za cjeloživotno učenje? Kako u procesu poučavanja i učenja matematike rabiti informacijsku i komunikacijsku tehnologiju (ICT = *Information and communications technology*)? Kako razvijati navike individualnog i suradničkog učenja?

Očigledno, radilo se o potrazi za novim pedagoškim konceptima i didaktičkim postupcima, o oblikovanju poticajne radne okoline i drugim temama relevantnim za suvremenu nastavnu praksu matematike. Ukratko, a rječnikom projekta rečeno, cilj je razviti Europsku strategiju za inovativnu nastavu matematike. U projekt su uz nastavnike i učenike bili uključeni i studenti – budući nastavnici te njihovi profesori kao i političari djelatni u prosvjetnoj vlasti. Posebice valja podvući istaknuto mjesto dodijeljeno sustavnom obrazovanju nastavnika.

Dodajmo, kako je traganje za novim rješenjima kojima bi se osuvremenilo matematičko obrazovanje tema koja dominira internetskim prostorom iz toga područja, ali i stručnim časopisima tematski povezanim s didaktikom i nastavom matematike.

U nastavku ovog članka razmotrit ćemo, s aspekta inovativnosti, više sastavnica i bitnih čimbenika nastave matematike u osnovnoj i srednjoj školi.

Ciljevi učenja matematike

Matematiku kao školski predmet u prošlom stoljeću, pa i ranije, obilježavali su uglavnom vrlo uopćeni ciljevi učenja među kojima su se isticali razvijanje apstraktnog matematičkog i logičkog mišljenja, kreativnosti, kritičnosti, točnosti itd, ciljevi koje je slikovito opisivala sintagma **"gimnastika**

³ www.normala.hr

⁴ <http://mis.element.hr>

⁵ <http://innomathed.eu>

mozga". U kolikoj su mjeri tako široko postavljeni ciljevi bili i ostvarivani, pitanje je na koje vjerojatno nitko ne zna pravi i potpun odgovor. Gledano iz današnje perspektive čini se kako se ipak radilo o svojevrsnom pedagoškom uresu uz programske dokumente prije negoli o operativnom i izravno provedivom zadatku.

Suvremena nastava matematike ima izravne, konkretne, jasno i jednostavno zadane osnovne ciljeve: **pripremiti učenike za uspješno snalaženje u svakodnevnom životu i u svijetu rada**. Drugim riječima, škola mora učenike osposobiti za rješavanje dnevnih, stvarnih problema, za donošenje utemeljenih i razumnih odluka o životnim pitanjima, za brzo snalaženje na radnom mjestu, spremnost na suradnju i timski rad, za uporabu računala i digitalne tehnologije kao dnevnog alata itd. Vrlo je važna uloga školske matematike i u pripremi za obrazovnu dogradnju, bilo da je riječ o izravnom nastavku formalnog obrazovanja, bilo o trajnijem, cjeloživotnom samostalnom učenju. Dakako, ne treba zaboraviti ni tradicijske ciljeve nastave matematike, ali sada s nešto drukčijim naglaskom. **Misliti matematički** danas ne znači samo razumijevanje i sposobnost usvajanja apstraktnih sadržaja i deduktivnog načina razmišljanja, već i sposobnost pristupa rješavanju realnih problema u kontekstu kreativne i produktivne primjene matematičkih znanja. Valja podvući matematičkih znanja jer se ponekad zaboravlja kako je u nastavi matematike ipak riječ o matematici.

Očito se pragmatičnost nametnula kao jedan od središnjih ciljeva učenja matematike. To i nije sasvim neprihvatljivo, osobito ne ako smisao školovanja gledamo kao "pripravu za život". No onda moramo voditi računa o tome i u nastavnoj praksi te brižljivo pristupati izboru nastavnih sadržaja kao i oblika i metoda rada. Tako primjerice odabranu motivacijski primjeri, pa i oni kasniji namijenjeni potpori teorijskih sadržaja, moraju biti uvjerljivi, bliski učenicima i poticajni za učenje. Ali nerijetko se pod "firmom" primjera primjene matematike odlazi u krivom smjeru pa se navode i rješavaju besmisleni, banalni i smiješni problemi čija neuvjerljivost samo odmaže i udaljava učenike od zanimanja za matematiku. Također je neprimjereno ulogu matematike u nekim, danas u školama vrlo popularnim, međupredmetnim projektima svoditi na puko računanje. Ako to i jest inovacija, onda je to primjer

za promašenu i neprihvatljivu inovaciju. Matematika, kao stara, fundamentalna i egzaktna znanost, ima svoje dostojanstvo i vulgarizaciji bilo koje vrste nema mjesta.

I konačno, vratimo se na početak prethodnog odjeljka i onome "priprava za život". Zar razvitak osobina kakve su sustavnost, točnost, temeljitost i upornost nisu "priprava za život"? Zar to nisu dobro razvijene radne navike? Nije li to i poticanje kritičke misli i zahtjeva za argumentiranjem tvrdnji?

Ne dovodeći u pitanje osposobljavanje za pristup rješavanju i rješavanje realnih, praktičnih i svakodnevnih problema kao važnog cilja matematičkog obrazovanja, ne smijemo otići u (drugu) krajnost pa zaboraviti na povijesnu i kulturološku stranu matematike. Jer riječ je o znanosti koja je vrijedna civilizacijska stečevina, koja je nastajala tijekom tisuća godina i čiji je doprinos u raznim područjima znanja i znanosti nemjerljiv. Možemo li uopće zamisliti kako bi izgledao današnji svijet da nije bilo matematike koja je sudjelovala u svim, ali baš u svim tehničkim dostignućima? Nije zanemariva ni uloga matematike u povijesti filozofije kao i u umjetnosti. Čitava je ljudska povijest snažno obilježena interesom za učenjem matematike. Što je to u toj znanosti što je toliko zaokupljalo ljude tijekom tisućljeća? Na to bi pitanje u nekim primjerenim okvirima trebao znati odgovor svaki suvremen, dobro obrazovan čovjek. Možemo li osobu neobrazovanu u matematici danas uopće smatrati obrazovanom?

Sadržaji učenja

Svaka analiza nastave matematike u osnovnoj i srednjoj školi kao svoju bitnu sastavnicu nužno uključuje i sadržaje učenja. Potpuna i jednoobrazna realizacija nastavnih sadržaja bila je imperativ koji je godinama opterećivao, a i još uvijek opterećuje nastavu matematike. Nastavno gradivo matematike i nije (pre)opsežno, ali posljedica dubine njegove obrade, posebice kad je riječ o složenosti zadataka, jest formalno znanje koje zbog sadržajne nepovezanosti i apstraktnosti nije dugotrajno pa onda niti učinkovito, ni operativno.

Nastavni sadržaji ili, kako se češće govori, nastavno gradivo matematike tematski se ne može, a i

ne treba radikalno mijenjati u odnosu na ono koje se sada obrađuje. Doduše, svakako bi valjalo naći prostora za neke nove sadržaje, prije svega za elemente numeričke matematike (uporaba džepnog kalkulatora, približno računanje i pitanje (pr)ocjene rezultata, primjena programa dinamičke geometrije) te elemente kombinatorike, statistike i vjerojatnosti. Neke bi pak dijelove gradiva, kakva je primjerice elementarna algebra (potencije, algebarski identiteti, algebarski razlomci, jednačbe, nejednačbe, kompleksni brojevi itd.), trebalo preispitati, ali u najmanju ruku rasteretiti pretjeranog i nepotrebnog udublivanja i "drilanja". Jasnije rečeno, složene apstraktne zadatke, za čije je rješavanje neophodna velika vještina i uvježbanost postupaka, a ponekad i posebne sposobnosti, treba zamijeniti razumljivijim i učeniku bližim smislenijim problemima. Na istom tragu treba razmišljati kad se govori o funkcijama, gdje su možda trigonometrijske funkcije (3. razred srednje škole) najjači primjer pogrešne obrade. U šumi raznih trigonometrijskih identiteta, jednačbi i nejednačbi zametnula se glavna nit vodilja – temeljna svojstva ovih funkcija koje su toliko jake u matematičkom opisu mnoštva, posebice prirodnih, pojava.

Dakle, jasno rečeno, umjesto formalizma i fragmentarnog pristupa u prvi plan treba postaviti ideje i koncepte te njihovu praktičnu primjenu. A to je zahtjevan zadatak koji nije lako osmisliti pa onda niti provoditi.

Konačno, ne možemo danas govoriti o bilo kojem segmentu buduće nastave matematike izvan konteksta *Nacionalnog kurikulum*⁶. Za razliku od trenutačno važećeg predmetnog dokumenta, *Nastavnog plana i programa* (HNOS, 2006.), u kojem su strogo zadani nastavni sadržaji (program) i vremenski okviri za njihovu realizaciju (plan) u žarištu kurikularnog pristupa su *usmjerenost prema kompetencijama i učenička postignuća (ishodi učenja)*. Naglašena je sloboda nastavnika pri izboru i razvitku didaktičkih postupaka, što otvara mogućnost za njegov kreativan rad. U očekivanju smo rješenja u dijelu kurikulum koji se odnosi na nastavne sadržaje matematike. Jasniji uvid u matematičko područje u NOK-u može se steći iz izlaganja dr. Hrvoja Kraljevića i dr. Aleksandre Čižmešije održanom u svibnju 2009.⁷

⁶ Nacionalni okvirni kurikulum, MZOŠ, Zagreb 2010.

⁷ <http://www.matematika.hr/kurikulum>

Nastavne metode i oblici

Već iz ovoga što je do sada izrečeno prirodno je zaključiti kako su neki novi naglasci na očekivanja od matematičkog obrazovanja u školi potaknuli novi pristup nastavi matematike, gdje su upravo u području metodičkih i didaktičkih postupaka i oblika najizrazitije uočljivi inovacijski procesi. Pritom su veliku ulogu dobila razna tehnička otkrića od kojih su svakako najistaknutija povezana s informacijskom i komunikacijskom tehnologijom (ICT) čija je primjena podosta izmijenila sliku današnje nastave.

Noviteti u oblicima rada u nastavi i nastavnim metodama izravno su uvjetovani temeljnim načelom suvremene škole: **Učenik je u središtu nastavnog procesa**. Sve što slijedi proistječe iz ovog glavnog načela. Njemu su podređeni i neki noviji oblici aktivnosti u koje se uključuju učenici u skladu sa svojim interesima i sposobnostima.

Tu prije svega navedimo **projektnu nastavu** u kojoj se u pravilu obrađuju teme sa sadržajem iz realnog života. Pritom se nastoje ispuniti dva osnovna cilja: Prvi je svestranost obrade. To znači da projekt mora obuhvatiti cjelinu sadržaja ili drugim riječima treba iskoristiti i ona znanja koje je učenik stekao u drugim nastavnim područjima pa i na neke druge načine. I kao drugo, rad na projektu mora uvjeriti učenike u učinkovitost matematike kao snažnog oruđa za rješavanje problema te ih poticati na učenje.

U našoj nastavnoj praksi sve češće susrećemo i neke druge istraživačke oblike, kakav je primjerice nekada rado izvođena pa potom neopravdano zaboravljena *nastava u prirodi*. Njezin je smisao bio potkrijepiti znanja stečena u učionici – izvan učionice. Tu je zatim eksperimentalni rad kao neka vrsta induktivnog uvoda u izvjesno gradivo. Na temeljima dobivenih rezultata izvodi se zaključak koji potom valja ovjeriti matematičkim pečatom. Možemo li ne složiti se s Konfucijevom krilaticom: *Kad čujem – zaboravim, kad vidim – zapamtim, kad učinim – razumijem*. A upravo su na tom tragu razni vidovi praktičnog rada od kojih neke, premda su *povratnici*, možemo svrstati u inovacije.

Vrijedan, uglavnom samostalan rad učenika jest i esej, pismena obrada neke manje teme. Rad na izradi postera ili uređenje panoa u učionici posebno su zgodne aktivnosti koje u sebi uključuju više vrijednih komponenata, pri čemu se kroz učeničko suradništvo afirmiraju individualne sklonosti i sposobnosti pojedinih učenika, ali i stječe samopouzdanje, što je svakako poticajno za učenje matematike.

Sve su prisutnije i manifestacije kojima je cilj popularizirati matematiku među učenicima pa imamo primjere kao što su *Matematički dan*, *Dan broja π* , *Festival matematike* i sl. Posebice valja spomenuti odlično prihvaćen *Festival matematike* u organizaciji već spomenutog *Matematičkog društva "Istra"*, koji je ove godine održan peti put i na kojem su sudjelovale 153 ekipe sa 612 učenika.

O svemu možemo naći više potankosti u brojnim zapisima objavljenim posljednjih godina u časopisu *Matematika i škola*.

Raznovrsnost nastavnih oblika podiže živost i produktivnu aktivnost te na neki način uvažava individualne različitosti učenika – pruža svakom učeniku mogućnost da u najvećoj mjeri sudjeluje u svojem osobnom putu ka stjecanju znanja, skladno svojim sklonostima i sposobnostima.

Prisjetimo se da je nastava matematike tijekom novijih vremena prolazila kroz razne oblike, od onog koji opisuje sintagma *ex cathedra* (najčešće se identificira kao usmeno izlaganje, tumačenje ili predavanje), preko heurističke [6] i problemske nastave [7] do danas široko zastupljenih raznih vrsta istraživačke nastave [8], ili u širem smislu nastave otvorenog tipa [1], [3]. Težište se od nastavnika kao glavne osi, preko dijaloške suradnje između nastavnika i učenika prebacilo na učenika koji je danas jedini subjekt nastavnog procesa.

Valja mijenjati svojevrsni pedagoški dogmatizam i didaktičku uniformiranost te otvarati slobodu nastavniku u izboru postupaka pri izvedbi nastave. U tom se smislu mijenjaju didaktika i metodika nastave matematike kao teorijska podloga nastavnog procesa.

Nastavna sredstva

Vrlo je vjerojatno, a i nije neobično, da nam je prva pomisao kad čujemo riječ *inovacija* usmjerena na primjenu nove digitalne tehnologije u nastavi matematike. Tu prije svega mislimo na računala i razne računalne programe, LCD projektor, *flex* kameru, interaktivnu ("pametnu") ploču i sl., dakle pribor kojim su danas opremljene mnoge naše škole i koji pruža nastavniku lijepu priliku za kreativno osvježavanje nastave, podiže zornu komponentu gradiva, potiče učenika na usvajanje novih znanja i racionalizira vrijeme. Nova je tehnologija nahrupila u škole takvom brzinom i silinom da bismo gotovo mogli reći kako je riječ o svojevrsnoj revoluciji, dosad nezabilježenoj u povijesti školstva. Ujedno je to značilo i jak pritisak na nastavnike matematike da se prilagode, da hvataju korak sa svim tim modernim čudima te da u krajnjoj liniji usvajaju novo ponašanje u svojem poslu, ponašanje za kakvo nisu osposobljeni ili barem ne-dovoljno na studiju.

Primjena računala u nastavi matematike posebna je i velika tema, a obrađuje se i u više izlaganja na ovom skupu pa stoga ovdje nećemo o njoj trošiti riječi. Napominjemo tek da se u časopisu *Matematika i škola* o ovoj temi podosta pisalo, a posebice želimo upozoriti na članak [5] u kojem se daje sistematiziran pregled potencijala primjene računala te metodičke smjernice za njegovu uporabu. Preporučujemo vrlo lijepu *ppt*-prezentaciju kolegica Zlate Čurković i Ele Rac-Marinić-Kragić (*Kako koristiti računalo u nastavi matematike*) te *ppt*-prezentaciju *Primjena ITK tehnologije u nastavi matematike za gimnazije i tehničke škole*⁸ kolegice Ele Rac-Marinić-Kragić. Vrlo su korisni i članci [9] i [10], pri čemu se kao moto ovoga drugoga navode vrlo znakovite riječi austrijske matematičarke Edith Schneider, doduše još iz 1999. godine, ali koje su uglavnom aktualne i danas: *Iskustva iz razreda pokazuju da čak i oni učitelji koji koriste računalo u nastavi matematike koriste ga na "tradicionalan" način tj. kao pomagalo koje bitno ne mijenja nastavu.*

No svakako je nesporna činjenica da uloga računala u nastavi matematike nije epizodna, da svakim danom osvaja sve više prostora, da je njegova uporaba sve smislenija i opravdanija. Neki su nastavnici ugradili računalo kao prirodan pribor u svoje

⁸ http://www.normala.hr/?page_id=1407

dnevno poučavanje i lijepo je čuti njihova iskustva. Podsjećam još jednom na skladište *Normale*, a s grupom suradnika i sâm sam priredio zbirku didaktičkih materijala te ih ponudio kolegama za slobodno preuzimanje.⁹ Također bih uputio čitatelje na knjižicu [2] koja je dio projekta InnoMathEd.

No kad se govori o digitalnim pomagalima u učenju matematike u školi, onda džepno računalo ili **kalkulator**, što mu je uvriježen kolokvijalni naziv, ipak iziskuje riječ-dvije više. Ta spravica dugo je vremena bila vruća tema u krugovima nastavnika matematike, a ni do danas se nije potpuno ohladila. Uvesti džepni kalkulator u školu kao obvezatan pribor? Ako da, kada, u kojem razredu? Koju vrstu kalkulatora? Gdje ga rabiti? Što je s računanjem *napamet*? Na ta i slična pitanja još uvijek nema potpunih odgovora. Posebice bi bilo bitno doći do jasnog stava o tome kako riješiti problem s džepnim kalkulatorom na početnom stupnju učenja matematike, gdje bi djeca (ipak) morala ovladati elementarnom aritmetikom bez uporabe ove spravice.

Problem uporabe znanstvenog, a osobito grafičkog kalkulatora u nastavi matematike srednje škole, nova je tema, odvojena od prve. I dok je znanstveni kalkulator našao svoje mjesto i više ga nitko i ne dovodi u pitanje jer je naprosto neophodan, ako ni zbog čega drugog, onda već zbog određivanja vrijednosti elementarnih funkcija i računanja s njima, s grafičkim kalkulatorom stvar baš i nije sasvim jednostavna. Prije svega je relativno skup, no ono što je bitnije jest da iziskuje posebnu obuku i specifičan pristup rješavanju matematičkih problema.

O mjestu i ulozi običnog džepnog kalkulatora, kao i znanstvenog i grafičkog, očekuju se odgovori u dokumentima povezanim s NOK-om.

Otvorenost

Ovdje nije riječ o otvorenosti kao vrlini koja najčešće doprinosi pozitivnom ozračju u odnosima među ljudima. Doduše, i u tom smislu ona je poželjno obilježje nastave u suvremenoj školi. Otvorenost implicira slobodu u suradničkom radu učitelja i učenika. Učenik se ne smije ustručavati postavljati pitanja, iznositi svoje zamisli, dvojiti u uvjerenost izvjesnih

tvrdnji i tumačenja. Zaboravimo na neupitan autoritet nastavnika koji nije dopuštao bilo kakvu sumnjičavost i kritičnost, što je kočilo učeničku aktivnost jer ne samo što je bilo demotivirajuće za učenike, već je bilo i jednim od izvora njihovih povremenih nesporazuma s učiteljem.

No kad se govori o otvorenosti u suvremenoj nastavi matematike, onda ne mislimo na ovu vrstu otvorenosti, već na svojevrsan metodički pristup poučavanju matematike, tzv. **open-ended approach**, koji je promoviran u Japanu sredinom 70-tih godina prošlog stoljeća. Riječ je o učenju matematike na temeljima stvarnih, otvorenih problema za koje nije odmah jasno kako ih riješiti, za koje postoje razni putovi prema rješenju i koji mogu imati više ispravnih rješenja. Pristup otvorenog tipa u nas je na neki način novina, premda se u praksi mnogih školskih sustava mogao naći i prije više od dva desetljeća.

Otvorena nastava, nazovimo je tako, koristi se zadacima otvorenog tipa kao jakim didaktičkim sredstvom. Ti zadaci trebali bi biti prirodna sastavnica nastavnog procesa i jedan u nizu didaktičkih postupaka kojima se služimo pri provedbi ciljeva učenja. Više potankosti kao i brojni primjeri problema otvorenog tipa mogu se naći u [1] i [3]. Također su zadaci otvorenog tipa jednim dijelom ugrađeni i u PISA testove pa se i tako može steći uvid o njihovoj prirodi. PISA je na neki način pokazatelj što zainteresirana društvena zajednica očekuje od temeljnih područja obrazovanja kojima uz jezično i prirodoslovno pripada i matematičko područje. Učenik bi u dobi od 15 godina trebao biti osposobljen za rješavanje jednostavnijih praktičnih problema otvorenog tipa. Napomenimo tek da je nedostatak iskustva u rješavanju primijenjenih zadataka i zadataka otvorenog tipa samo dio razloga neuspjeha naših učenika u PISA provjerama. Valja uočiti kako većina tih zadataka ipak zahtijeva solidno opće bazično matematičko znanje, a ono u nas i nije na osobitoj razini.

Dinamičnost

Još jedno bitno obilježje suvremene nastave matematike, a koje se bez imalo dvojbe može uvrstiti pod inovativnost jest dinamičnost. Slobodnije

⁹ <http://element.hr/plus>

rečeno, **statičku nastavu matematike zamijenila je dinamička**. Dakako, dinamičnost je u visokoj povezanosti s motivacijom, odnosno aktivnim radom učenika. Ovo ponašanje teško je očekivati u obliku nastavnog rada u kojem se nastavnik nameće kao neupitni autoritet, u nastavi *ex cathedra*.

Prva asocijacija koja se pri spomenu riječi *dinamičnost* danas nameće gotovo svakom nastavniku matematike vjerojatno jest **softver dinamičke geometrije**. Riječ je o jednostavnim i intuitivnim računalnim programima koji objedinjuju sadržaje geometrije, algebre i osnova matematičke analize i kojima je zaista glavno obilježje dinamičnost. Ti programi omogućuju zorno izučavanje raznih svojstava matematičkih objekata, a posebice su korisni u doživljavanju izvjesnih kontinuiranih promjena, što je uistinu vrijedno za njihovo bolje razumijevanje. Već spomenuto skladište *Normale* sadrži niz dinamičkih apleta, ali i više kompleksnijih programiranih interaktivnih materijala namijenjenih samostalnom radu učenika. Autori tih uradaka pri njihovoj izradi opredijelili su se za **GeoGebra**¹⁰, besplatan računalni program koji je pod vodstvom austrijskog matematičara Markusa Hohenwartera izrađen na Sveučilištu u Salzburgu, a neprestance se dopunjava novim mogućnostima. Program je preveden na hrvatski jezik, a Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa Republike Hrvatske u svojem dopisu osnovnim i srednjim školama (2. ožujka 2011.) preporučilo ga je kao *osobito pogodan za uporabu u našim školama*.

Primjena računala kao didaktičkog sredstva potencijalno je vrlo jak element zornosti, a zornost je nezaobilazno i trajno načelo u nastavi matematike koje je još u 17. stoljeću čuveni češki pedagog Jan Komensky nazvao **Zlatno pravilo didaktike**. [4]

Udžbenici

Svatko tko usporedi današnje udžbenike matematike i one od prije desetak godina već će površnim uvidom uočiti velike razlike. Dijelom su te promjene fizičke prirode i posljedica su novih tehnoloških (i opet digitalnih) mogućnosti u tiskarstvu, koje su zbog boja i kvalitete tiska već na prvi pogled bitno osnažile vizualni doživljaj, najvažniji vid zornosti.

No temeljne promjene, koncepcijske i sadržajne, svakako su bitnije od ovih formalnih i upravo su u tom području najvažnije inovacije. Načelo da se učenju pristupa putem motivacijskih problema, da se potpora obradi gradiva daje u obliku zadataka otvorenog tipa sadržajno povezanih s praktičnim svakodnevnim problemima, odražava se i u udžbenicima. Suvremeni su udžbenici protkani i radnim zadacima raznovrsnih tipova i formi, od jednostavnih pitalica (kvizova), preko kratkih zadataka do problema koji zahtijevaju nešto složenije rješavanje.

Udžbenik je knjiga namijenjena učenicima i to je načelo kojeg bi se autori udžbenika morali pridržavati. On mora biti oblikovan tako da učenik koristeći se njime može samostalno učiti. Suvremen udžbenik nije tumač gradiva, već provokativno štivo primjereno uzrastu učenika.

Ono što je sve prisutnije u području knjige jest njezina nova, digitalna forma. Da e-knjiga postupno potiskuje klasičnu nagovještava podatak da je najveća svjetska internetska knjižara *Amazon* već prošle godine prodala više digitalnih nego tiskanih knjiga. Može li se udžbenik oglušiti na ovu činjenicu? Teško, no pouzdane procjene o tome ne usude se dati ni oni najupućeniji!

I još nešto

Za nastavu matematike u Hrvatskoj posljednjih godina treba spomenuti i neke vrlo važne događaje koji se mogu uklopiti u temu o inovativnosti u području nastave matematike. Prije svega to je uvođenje **državne mature** u kojoj je matematika uz hrvatski i strani jezik obavezan predmet. Nakon višegodišnjih priprema ovaj je ispit u nas uveden 2010. godine. Kako je i ovdje riječ o širokoj i prosvjetnom puku opće poznatoj temi, nećemo se upuštati u njezinu potanju obradu. No ipak valja reći kako je državna matura, uz neupitno pozitivne pomake koje je sa sobom donijela, potaknula i neke tendencije koje su u najmanju ruku sporne. Naime, taj ispit trebao bi biti prirodan završetak srednjoškolskog obrazovanja, a ne svrha cjelokupnog školovanja. Ne možemo, naime, nastavu matematike pretvoriti u pripremu za jedan ispit, pa ma kako on bio važan.

¹⁰ www.geogebra.org/cms/hr

Neka ovdje bude još zabilježeno kako se Republika Hrvatska 2006. priključila već spomenutom PISA projektu, najopsežnijem međunarodnom vrednovanju čitalačke, matematičke i prirodoslovne pismenosti, a ove godine uključujemo se i u TIMSS¹¹, međunarodno vrednovanje znanja iz matematike i prirodoslovlja. Republika Hrvatska time se na neki način pridružuje svjetskoj zajednici i u području obrazovanja.

Umjesto zaključka

U ovom izlaganju pokušali smo ukratko prikazati neke promjene u nastavi matematike u svjetlu novih društvenih okolnosti i pritisaka što ih te okolnosti vrše na suvremenu školu. Pritom ne mislim da je neupitno sve što je u članku izneseno, niti da je tema iscrpno obrađena. Tako primjerice nije dotaknuto važno pitanje školovanja, osposobljavanja i stručnog usavršavanja nastavnika matematike za ovako dinamičan sustav kakav je danas nastava matematike, sustav koji mlade ljude danas priprema za njihovo sutra.

Koliko god se trudili matematiku približiti učenicima, olakšati im svladavanje matematičkih znanja, valja biti svjestan da su problemi neizbježni. Jer riječ je o nastavnom predmetu koji nije jednostavan ni za učenje, a ni za poučavanje, koji iziskuje temeljit, sustavan i kontinuiran rad – osobine koje danas u našem društvu pa i školi baš i nisu na osobitoj cijeni. Nije dobro razvijati dojam kako se učenje matematike može svesti na igru, ne smije se nastava matematike pretvoriti u svojevrstan lunapark. Dodvoravanje učenicima pa i javnosti nije put kojim u školstvu treba ići, kad-tad takav pristup dolazi na neugodnu naplatu.

Kada je pak riječ o tome da nastava matematike treba u većoj mjeri biti okrenuta stvarnosti i svakodnevicu, onda se taj cilj ne može provesti navođenjem banalnih i neuvjerljivih ili trivijalnih problema, čime se našim učenicima predočuje iskrivljena slika o matematici. Nećemo tako dati uvjerljiv odgovor na njihovo često pitanje: *Zašto ja to učim, čemu to služi?*, pitanje koje nas ponekad zbunjuje, pitanje koje je toliko tipično za suvremeni svijet, dobrim dijelom usmjeren jednom jedinom cilju – stjecanju

materijalnih dobara. Da stvar bude gora, to se stjecanje želi postići a da se ne uloži bilo kakav veći napor.

I na samom kraju: Inovativnost pod svaku cijenu, "inovativnost" radi inovativnosti i slične pojave nisu nimalo usamljene u nastavi, pa i u nastavi matematike. Ponekad se u ime inovativnosti nekritički preuzimaju dvojbeni rješenja iz nekih drugih školskih sustava, a gorljivost zastupnika tih ideja nerijetko je obrnuto proporcionalna s njihovim sposobnostima i stručnosti. Sjetimo se samo svjetske zaraze nazvane *Nova matematika* koja se srećom brzo izliječila. Inovativnost nije *kulturna revolucija*. Premda valja oslušivati i slijediti puls suvremenosti, to ne znači zatiranje i rušenje svega tradicijskog.

LITERATURA

- 1/ Jerry P. Becker, Shigeru Shimada, *The Open-Ended Approach, A New Proposal for Teaching Mathematics*, NCTM 2007.
- 2/ Tamara Bianco, Volker Ulm (Ed.), *Mathematics Education with Technology – Experiences in Europe*, InnoMathEd, University of Augsburg (2010).
- 3/ Branimir Dakić, *Otvoreni pristup u nastavi matematike*, Matematika i škola **58**.
- 4/ Branimir Dakić, *Zornost u nastavi matematike*, Školske novine, Zagreb 1993.
- 5/ Dubravka Glasnović, *Računalo u nastavi matematike*, Matematika i škola **46**, **47**.
- 6/ Zdravko Kurnik, *Heuristička nastava*, Matematika i škola **34**.
- 7/ Zdravko Kurnik, *Problemska nastava*, Matematika i škola **15**.
- 8/ Zdravko Kurnik, *Istraživačka nastava*, Matematika i škola **47**.
- 9/ Šime Šuljić, *Izazovi moderne tehnologije*, Matematika i škola **19**.
- 10/ Šime Šuljić, *Mijenja li uporaba računala nužno nastavu*, Matematika i škola **47**.

Napomena: Ovaj je tekst autor priredio za izlaganje na 7. stručno-metodičkom skupu u Puli.

¹¹ *Trends in International Mathematics and Science Study*.