

Predškolsko dijete i matematika



Dubravka Glasnović Gracin,
Zagreb

*Učenje je iskustvo. Sve ostalo je
puka informacija.*

(A. Einstein)

U MiŠ-u br. 55 govorilo se o predmatematičkim vještinama te o nekim konkretnim primjerima igara i aktivnosti koje će predškolskom djetetu pomoći u pripremi za usvajanje apstraktnih matematičkih sadržaja u školi. No, problematika matematičkih sadržaja i aktivnosti u predškolskom uzrastu je puno slojevitija od pukog nabiranja predmatematičkih vještina. Ona, između ostaloga, obuhvaća:

- utvrđivanje centralnih matematičkih koncepata za predškolsko razdoblje,
- problematiku svakodnevnog konteksta,
- konstruktivizam u učenju,
- orijentaciju na kompetencije,
- pitanje osposobljenosti i edukacije odgojitelja za matematičke sadržaje,
- pitanje osobnih stavova odgojitelja prema matematici i sl.

U ovom članku pokušat ću se, barem dijelom, doći ovih slojeva teme.

Poznato je da se s određenim matematičkim sadržajima i aktivnostima djeca susreću i prije polaska u školu, iako se tada još ne spominje riječ "matematika". Primjerice, kada su četverogodišnjeg dječaka pitali što je to matematika, on je odgovorio: "Matematika? Čuo sam za to... To je neka igra za odrasle, zar ne?" Kako bi matematika u kasnijoj dobi uistinu mogla postati *igra* (u smislu pozitivnih osjećaja, zabave i motivacije onih koji se njome bave – na što je vjerojatno mislio taj dječak), potrebno je promišljeno, ali u isto vrijeme i nenametljivo uključiti njene sadržaje i aktivnosti u predškolske sadržaje. Istraživanje matematičke edukacije u ranom djetinjstvu je postalo široko i priznato područje s nizom aktivnosti. Prve asocijacije nam pritom najčešće padaju na poznata istraživanja razvojnog psihologa Jeana Piageta vezana za ovo područje, ali zap-

ravo tek od 1980-ih počinje široki zamah projekata i istraživanja vezanih uz ovu temu. To je prepoznala i europska organizacija za istraživanje matematičkog obrazovanja ERME (engl. *European Society for Research in Mathematics Education*) koja potiče istraživanja poučavanja matematičkih sadržaja i aktivnosti kod djece u dobi od 3 do 8 godina. To znači da obuhvaćaju obitelj, vrtić, predškolu te prve godine školovanja (Peter-Koop i Scherer, 2012). U sklopu srodnih konferencija (CERME – engl. *Congress of European Research in Mathematics Education*) djeluje, između ostalog, i radna skupina *Early years mathematics*.

Matematički koncepti za predškolsku dob

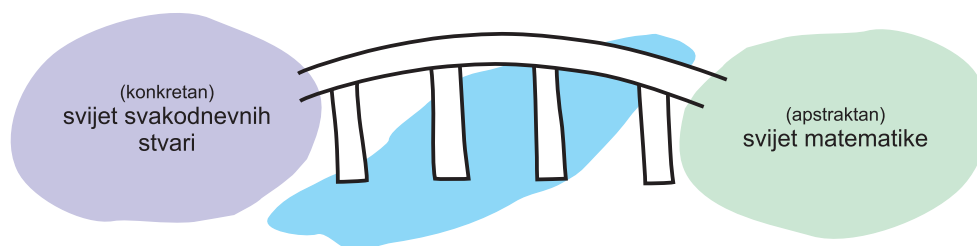
Aktivnosti vezane uz predmatematičke vještine u sebi kriju pripremu za shvaćanje određenih ciljanih matematičkih sadržaja. Razni izvori ih možda drukčije nazivaju, ali uvijek se radi o istim osnovnim idejama. Primjerice, NAEYC¹ (engl. *National Association for the Education of Young Children*) navodi sljedeće osnovne matematičke koncepte u predškolskom uzrastu:

- brojevi i operacije,
- mjerenje,
- geometrija i prostorni zor,
- uzorci / algebarsko mišljenje,
- prikazivanje i analiziranje podataka.

Koncept uzoraka i algebarskog mišljenja, primjerice, ostvaruje se i potiče kroz stvaranje jednostavnih konkretnih uzoraka (npr. 2 zelene kocke, 2 crvene kocke, 2 zelene kocke, itd.), a u sljedećoj fazi i nastavljanja niza znakova (npr. niz AA BB CC AA BB itd.) te prepoznavanja jednostavnih oblika i otkrivanja “uljeza”.

Nabrojane koncepte možemo pronaći i u hrvatskom NOK-u iz 2010. već od prvog ciklusa (Nacionalni okvirni kurikulum, 2010). No, nažalost u dijelu NOK-a o *predškolskom kurikulumu* nema eksplicitno spomenutih predmatematičkih vještina, iako se spominju neki opći zahtjevi koji imaju veze s njima, poput, primjerice: briga za intelektualni razvoj djeteta, osposobljavanje za izazove koji dijete očekuju pri polasku u školu, vještine logičkog mišljenja, argumentiranja, zaključivanja i rješavanja problema.

Pri nabrojanju fundamentalnih matematičkih koncepta važno je napomenuti da sadržaji ne stoje sami za sebe već se prirodno uklapaju u razne *aktivnosti* poput, primjerice, rješavanja problema, komunikacije, argumentiranja i sl. Neki od primjera aktivnosti dani su u MiŠ-u br. 55 (Glasnović Gracin, 2010.) te u članku kolegice Penzar (2012.). Pritom se u aktivnostima prirodno krećemo od poznatih i konkretnih sadržaja i konteksta prema novim, nepoznatim i apstraktnim ciljevima. Hoenisch² za prikazivanje zahtjeva “od konkretnog prema apstraktnom” koristi sliku mosta koji povezuje svakodnevicu i svijet matematike (slika 1).



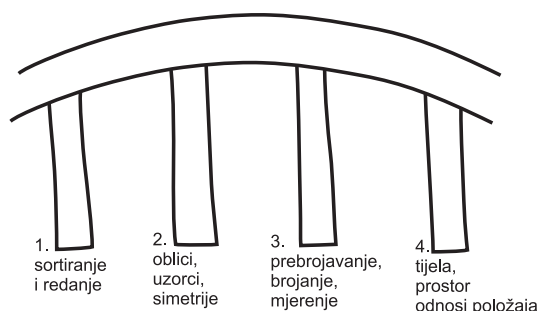
Slika 1. Predmatematičke aktivnosti predstavljaju most koji će djecu iz svakodnevice uvesti u apstraktan svijet matematike

¹ www.naeyc.org

² www.komsu-kinder.de

Djeca kroz svakodnevna iskustva i ciljane aktivnosti grade most preko kojeg "prelaze" iz svijeta konkretnih stvari u apstraktan svijet matematike. Taj most ima četiri potporna (slika 2), tj. osnovna matematička iskustvena područja:

- sortiranje i redanje;
- oblici, uzorci, simetrije;
- tijela, prostor odnosi položaja;
- prebrojavanje, brojanje, mjerenje.



Slika 2. Potpornji mosta koji vodi iz svijeta svakodnevice u svijet matematike

Svako dijete treba izgraditi svoj vlastiti most. Što je most čvršći, to će sigurnije i trajnije dijete ući u svijet apstraktnih matematičkih ideja. U ovim "potpornjima" možemo prepoznati osnovne matematičke koncepte važne za predškolsku dob, poput broja ili prostornih i ravninskih oblika, te podataka i uzoraka.

Kontekst

Osim kvalitetnog uvođenja osnovnih matematičkih koncepata, još je jedan temeljni zahtjev u ranom matematičkom obrazovanju. Radi se o uvođenju matematičkih aktivnosti u smislenim kontekstima (Peter-Koop i Scherer, 2012.). Uz ovaj zahtjev veže se naučavanje nizozemskog matematičara i metodičara Freudenthala koji se zalagao za nastavu matematike koja je snažnije povezana sa svakodnevicom. Uz sliku s modelom mosta rečeno je da krećemo od poznatih situacija bliskih djeci, tako da

se neupućenome neće činiti da pripremamo dijete na matematiku. U prethodnom poglavlju spomenuti sadržaji i aktivnosti se djeci nude "kamufilirani" u igre i zadatke s tipičnim igračkama i stvarima iz kućanstva. Jedan primjer za to je aktivnost pospremanja, koja je odlična predmatematička aktivnost jer potiče sortiranje, razumijevanje odnosa među stvarima u prostoriji koja se posprema i sl., a naravno, i odgojno je korisna.

Učenje i konstruktivizam

Na rane aktivnosti vezane uz matematiku treba gledati kao na *konstruktivan* i *individualan* proces (Peter-Koop i Scherer, 2012.). Konstruktivan proces se odnosi na usvajanje (matematičkih) sadržaja na temelju vlastitih iskustava koja dijete stječe u sklopu vođenih ili spontanosti. Stoga je ovaj način jedinstven kod svakog djeteta. Ovakvi procesi usko su povezani s aktivnostima **učenja otkrivanjem**. U metodici matematike konstruktivizam ima važnu ulogu i često je takva nastava vezana uz brojna istraživanja i sistematizacije. No, osim aspekta konstrukcije, u poučavanju tradicionalno nailazimo i na elemente instrukcije (Benz, 2012.). Aspekti instrukcije se odnose na "prijenos znanja" gdje se određeni sadržaji trebaju (karikirano rečeno) direktno translirati iz učiteljeve glave u učenikovu. Ovakav suhoparan oblik poučavanja nije svojstven predškolskim matematičkim aktivnostima, već se tu susreti s matematikom trebaju sastojati od cjelovitih procesa učenja koji su orijentirani na iskustvo i pokuse te učenje otkrivanjem. U pripremljenim i dobro osmišljenim aktivnostima preporuča se upotreba konkretnih materijala s kojima djeca mogu samostalno manipulirati i dolaziti do otkrića. Na ovom mjestu sjetimo se Einsteinove izreke s početka ovog teksta da iza pravog učenja stoji iskustvo i učenje otkrivanjem, a ostalo nije učenje već samo informiranje. Što je dijete manje, taj imperativ je jači. Mala djeca trebaju iskusiti mnogo aktivnosti i govora prije nego im napisane brojke počnu nešto značiti.

Orijentacija na kompetencije

Kao i primarno obrazovanje, i predškolsko obrazovanje je kroz povijest osciliralo između dva pola: orijentacije na predmet i orijentacije na dijete. Unatoč tome što mnoga djeca rano prepoznaju brojeke i likove, ipak su njihove sposobnosti vrlo različite pri upisu u prvi razred, kao i pri upisu u predškolske ustanove. Upravo su predmatematičke vještine faktor koji će kasnije utjecati na postignuća iz matematike. To pokazuju i neka istraživanja vezana uz PISA-u 2003. kada je glavna domena bila matematika (Gasteiger, 2012.).

Glavni cilj ranog matematičkog obrazovanja je osigurati da djeca dobiju potrebne predispozicije za daljnje učenje matematike. Zbog toga je, prema Gasteigeru, potrebno osmisliti *koncept orijentacije na kompetencije* i u ranom matematičkom obrazovanju. S jedne strane to znači fokusirati se snažno na vještine, znanja i mogućnosti djece, što će biti početna točka za daljnje učenje. S druge strane, to znači fokusiranje na procese učenja koji omogućuju da djeca primjenjuju svoje znanje pravilno i da kritički promišljaju umjesto da usvajaju izolirana činjenična znanja. Ovom konceptu treba pristupiti ozbiljno i uvažavajući interdisciplinarnost struke. Metodičari matematike, pedagozi, psiholozi i ostali involvirani trebali bi zajedno raditi na ovom konceptu. Takav koncept orijentacije na kompetencije bi nadalje trebao iznjedruti i nove materijale za rad. Ti materijali s aktivnostima bi trebali zadovoljavati dva osnovna načela: poticati individualni razvoj pojedinog djeteta te ostvariti čvrste osnovne matematičke kompetencije.

Edukacija budućih odgojitelja

Istraživanja pokazuju da odgojitelji i učitelji u primarnom obrazovanju u značajnoj mjeri zadiru od poučavanja matematike, kao i od matematike same. Benz (2012.) zaključuje da odgojitelji vide matematiku kao korisnu, ali i tešku disciplinu. Njihov osobni pogled na matematiku je proceduralni

(naglasak na formalizmima, formulama i procedurama), što proizlazi iz njihovog osobnog iskustva s matematikom u sklopu školovanja.

Kako bi se ovakav model izbjegao u radu s predškolskom djecom i u razrednoj nastavi, potrebno je kvalitetno osmisliti sadržaje na studijima predškolskog odgoja, a vezano uz matematiku, metodiku matematike i predmatematičke vještine. Inicijalno obrazovanje odgojitelja i učitelja u primarnom obrazovanju je glavni preduvjet za uspješnu realizaciju koncepta ranog učenja matematike (Gasteiger, 2012.). Uz to, studentima i odgojiteljima treba dati mogućnost stjecanja novih matematičkih iskustava kroz studij i cjeloživotno obrazovanje. Od neprocjenjivog je značaja doživljavanje matematike kao kreativnog procesa kroz rješavanje problema.

Na ovaj problem nadovezuje se i pitanje osmišljavanja kvalitetnih materijala za poticanje predmatematičkih vještina kod djece, kao i njihove pravilne implementacije u vrtićkoj grupi ili kod kuće. Primjerice, Gasteiger (2012.) radi analizu njemačkih predškolskih matematičkih materijala i zaključuje da je u nekima od njih matematika prikazana preapstraktno s obzirom na dob djece kojoj je namijenjena, dok je u drugima problem u matematički netočnim pristupima (npr. kod shvaćanja nule). Stoga je važno da te materijale ne rade samo matematičari ili samo pedagozi, već bi oni trebali biti rezultat zajedničkog rada stručnjaka iz različitih struka.

Zaključak

Matematičke aktivnosti je potrebno poticati i osmišljavati od najranijeg djetinjstva. U tu svrhu potrebno je edukatorima osvijestiti osnovne matematičke koncepte za predškolsku dob, stavljanje aktivnosti u svakodnevne situacije, orijentirati se na cjelovite kompetencije djeteta te na individualne i kreativne procese učenja, npr. učenje otkrivanjem. Na taj način otvaraju se mogućnosti učenja za svu djecu, uključujući one s posebnim potrebama.

Ovi zaključci zahtijevaju dobro educirane odgojitelje, kako s pedagoškog, tako i s matematičko-metodičkog aspekta. Uostalom, u edukaciji matematike obrazovna vertikala je uvijek bila jako važna jer se novi matematički sadržaji snažno nadovezuju na one poznate. No, tu dolazimo do novog problema. Naime, u Hrvatskoj matematičko i metodičko-matematičko obrazovanje trenutno nije dovoljno ili nije uopće prepoznato od strane nekih institucija koje obrazuju buduće odgojitelje. Problematika predmatematičkih aktivnosti trebala bi biti zajednička briga pedagoga, metodičara matematike, psihologa, komunikologa i ostalih involviranih struka. Kvalitetna suradnja ovih stručnjaka pomogla bi neskladu između edukacije odgajatelja i stvarnih potreba djece vezanih uz predmatematičke vještine.

LITERATURA

- 1/ C. Benz, (2012). Attitudes of kindergarten educators about math. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 33(2), 203–232.
- 2/ H. Gasteiger, (2012). Fostering early mathematics competencies in natural learning situations – Foundation and challenges of a competence-oriented concept of mathematics education in kindergarten. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 33(2), 181–201.
- 3/ D. Glasnović Gracin, (2010). Predmatematičke vještine. *Matematika i škola*, 55, 200–205.
- 4/ *Nacionalni okvirni kurikulum* (2010). Zagreb: Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa. Dostupno na www.mzos.hr (1.4.2013.)
- 5/ K. J. Penzar, (2012). Matematika u vrtiću. Izašlo u: *Zbornik radova Petog kongresa nastavnika matematike*, str. 412–427. Zagreb: Hrvatsko matematičko društvo i Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa.
- 6/ A. Peter-Koop, P. Scherer, (2012). Early childhood mathematics teaching and learning. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 33(2), 175–179.

Osjećam se kao crna ovca

Matematička ljubav. Osjećam da je nitko drugi, osim mene, nije iskusio. Kako je to biti, ili se barem smatrati matematičkim genijem?

Uđem u učionicu, sjednem na mjesto i tada počinje onaj magični sat -- matematika. Svi od reda imaju problema s tim predmetom, a moja priča je sasvim drugačija. Ja uđem u tu učionicu s veseljem jer znam da neću ništa teško raditi, možda tu i tamo dođem do nekog problemčića, ali ga vrlo brzo riješim i prijedem preko njega.

Ali da ne bi sve bilo tako jednostavno, postoje tu i drugi, koji od tebe očekuju čuda. Profesorica te prozove na ploču i ti s veseljem dođeš i očekuješ isti zadatak samo s drugačijim brojkama, a onda ga ona zakomplicira. Umetne neke ikseve i ipsilone i onda više ne znaš što bi s time, drugi te pažljivo gledaju i prate svaki tvoj korak, a kada pogriješiš, napadaju te i viču da nemaš pojma. To te pogodi. Vraćaš se prema mjestu s nosom do poda i više nemaš volju ni za što. A sutra sasvim neka druga situacija, pišemo test i svi od tebe očekuju pomoć ili čak da im rješavaš zadatke, bez obzira na to što si jučer pogriješio i oni te izgrdili. Koncentriraš se na testu, ali te stalno zasipaju pitanja drugih učenika koji ne samo što nisu knjigu ni bilježnicu otvorili, nego očekuju peticu. Opet krivo riješiš zadatak, dobiješ četiri, a oni pet. Nisi dovoljno dobar i opet ti govore da ne znaš.

Takve stvari uvijek se vrte u krug, ponovno i ponovno, a od nekih ne čuješ ni onu čarobnu riječ "hvala". Ali bez obzira na te sve nevolje, ja i dalje volim matematiku.

Lea Čolakić, učenica 8.c razreda, OŠ Dragutina Tadijanovića, Zagreb