

Popločavanje ravnine

Branimir Dakić, Zagreb

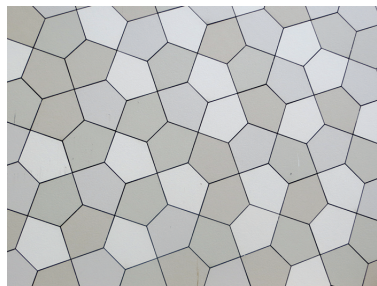
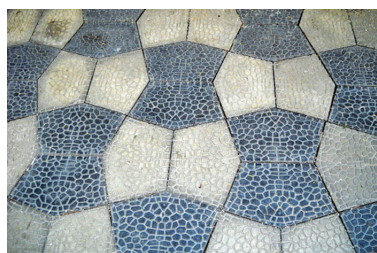
Davne 2001. godine u 10. broju Miš-a objavili smo prijevod članka čuvenog ruskog matematičara Kolmogorova pod naslovom *Parketi iz pravilnih mnogokuta*. Članak je objavljen u popularno-znanstvenom časopisu **Kvant**. U Panoptikumu istog broja Miš-a uz slike pravilnih parketa nalaze se i slike svih polupravilnih parketa. Da se podsjetimo: Kolmogorov u svojem članku kaže: *Pločnikom zovemo takvo popločavanje ravnine pravilnim mnogokutima pri kojem dva mnogokuta imaju ili zajedničku stranicu ili zajedničku točku (vrh) ili nemaju zajedničkih točaka.*

Lako je pokazati da postoje svega tri pravilna pločnika čije su sve pločice sukladni pravilni n -terokuti. To su popločenja jednakokraničnim trokutima, kvadratima i pravilnim šesterokutima. Dopusti li se da se pri popločavanju rabe razni pravilni mnogokuti, takvi se pločnici zovu *polupravilni* i njih je ukupno osam. Mogu se vidjeti u već spomenutom broju Miš-a.

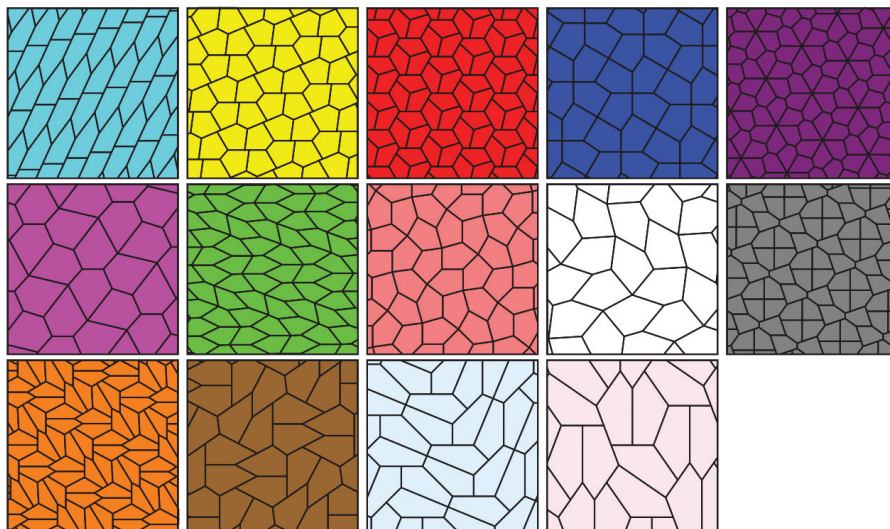
No priča o popločavanju ravnine mnogokutima nije ovime završena. Postavlja se pitanje kakvim se pločicama koje imaju oblik mnogokuta može popločiti ravnina? Odgovor glasi: Ravnina se može popločiti bilo kojim sukladnim trokutastim pločicama. Ona se može popločiti i bilo kojim četverokutima. Može se popločiti i nekim, ali ne svakakvim, peterokutima. Dokaz za to je što nije moguće pokriti ravninu pravilnim peterokutima. A da postoje peterokuti kojima je to izvedivo uvjerava nas i sličica snimljena u Centru Zamet u Rijeci. Takvo popločenje poznato je kao **Kairo-pločnik** jer su to pločnici kakvi se često mogu zateći u egipatskom velegradu Kairu.



Centar Zamet u Rijeci



Kairo-pločnik



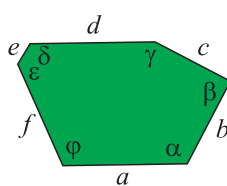
peterokutna popločavanja

I evo izazova: Kojim se sve peterokutima može popločiti ravnina? Što je sa šesterokutima, sedmerokutima i tako dalje?

Vratimo se peterokutima. Pronađeno je ukupno četrnaest vrsta peterokuta kojima se može provesti potpuno pokrivanje ravnine. Svi su ti slučajevi prikazani na gornjoj slici i u našem Panoptikumu. Zanimljivo je da su u traganju sudjelovali i matematičari amateri pa je tako Amerikanka Marjorie Rice 70-ih godina prošlog stoljeća otkrila četiri vrste peterokutnih pločica kojima možemo provesti popločavanje ravnine. Jesu li 14 primjera ujedno i svi mogući? Odgovor se još uvijek očekuje.

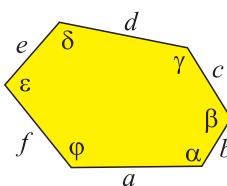
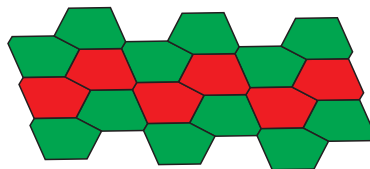
Potruga za šesterokutnim popločavanjem dala je samo tri rješenja. Vidimo ih na slikama desno.

Matematičari su dokazali kako nije moguće popločavanje ravnine mnogutima sa sedam i više stranica.



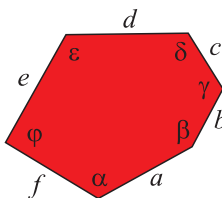
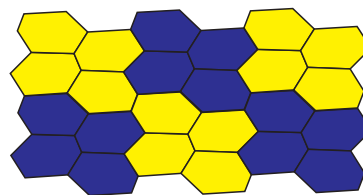
$$\alpha + \beta + \gamma = 360^\circ$$

$$a = d$$



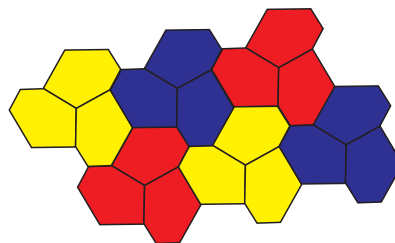
$$\alpha + \beta + \delta = 360^\circ$$

$$a = d, c = e$$



$$\alpha = \gamma = \epsilon = 360^\circ$$

$$a = b, c = d, e = f$$



šesterokutna popločavanja