

Tko je prvi... iskazao i dokazao Pitagorin poučak?

Franka Miriam Brueckler, Zagreb

Možda najpoznatiji matematički poučak, jedan od rijetkih kojih se i nematematičar sjeća nakon završetka škole, nosi ime po znamenitom Grku Pitagori. Poučak karakterizira pravokutne trokute u euklidskoj geometriji, štoviše, ekvivalentan je postulatu o paralelama [1]. Mnogi nematematičari znaju ga jednostavno kao formulu

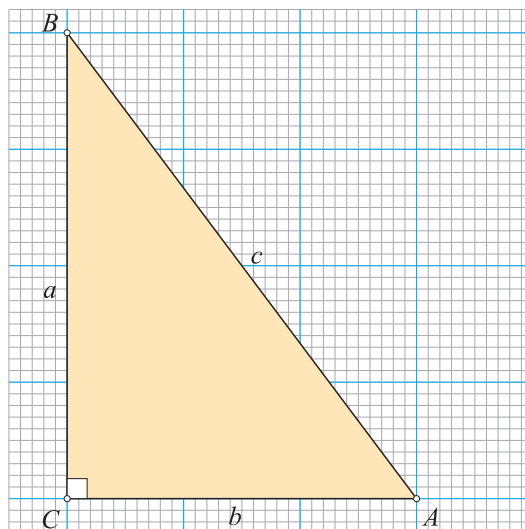
$$a^2 + b^2 = c^2$$

i zaboravljaju da sama ta formula nije poučak, nego samo dio njegovog iskaza:

Ako su duljine stranica trokuta označene sa a , b , c i $c > a$, $c > b$, trokut je pravokutan (slika 1) ako i samo ako vrijedi $a^2 + b^2 = c^2$.

Do danas su poznate stotine dokaza ovog poučka. S obzirom na to da poučak nosi ime po Pitagori, koji je živio u 6. stoljeću pr. Kr., većina misli da je Pitagora prvi dokazao taj teorem, ili ga bar prvi iskazao. No, o Pitagorinom se životu i djelovanju malo što sa sigurnošću zna. Jedan od rijetkih pouzdanih podataka je da je ustanovio filozofsko-religiozno-znanstvenu zajednicu poznatu pod nazivom pitagorejska škola. No, zbog mistike koja obavlja povijesni lik Pitagore i činjenice da su pitagorejci – članovi pitagorejske škole – sve svoje dokaze pripisivali njemu, teško je utvrditi je li sam Pitagora ikad išta dokazao, pa tako i Pitagorin poučak [2].

Prema trenutačnim saznanjima, pitagorejci su prvi dokazivali matematičke tvrdnje. Iako se tradicionalno prvi dokazi pripisuju Talesu iz Mileta (?624. – ?527. pr. Kr.), za to ne postoji nikakav dokaz, te su pitagorejci najstariji za koje to pouzdano znamo. S obzirom na to da su povjesničari utvrdili da se prva knjiga Euklidovih "Elementa" (napisanih oko 300. g. pr. Kr.) temelji na pitagorejskim rezultatima, a u njoj je dan dokaz Pitagorina poučka, smatra



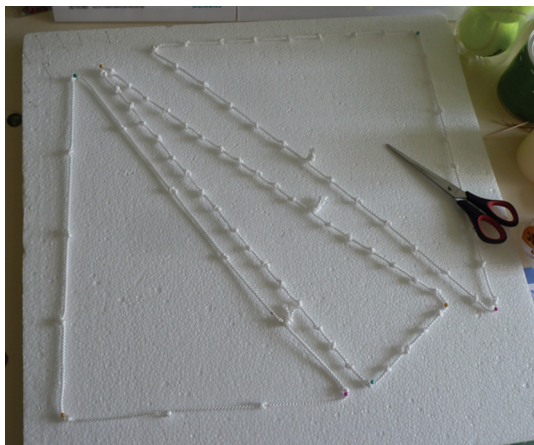
Slika 1. Pravokutni trokut

se da su pitagorejci prvi koji su dokazali Pitagorin poučak, odnosno, ako poučke želimo imenovati prema autorima prvog dokaza, možda bi prikladniji naziv bio "pitagorejski poučak" [2,3].

No, što ako želimo prvenstvo u nazivu dati onome koji je prvi uočio neku tvrdnju? U tom slučaju povijest ovog poučka postaje iznimno zanimljiva jer se iskazi specijalnih slučajeva, a i korištenje opće formulacije, mogu naći u mnogim starim kulturama.

Stari su Egipćani u 2. tisućljeću pr. Kr. poznavali pravokutni trokut sa stranicama čije duljine su u omjeru 3 : 4 : 5, te su konope s čvorovima u takvim razmacima koristili za konstrukcije pravih kutova u građevini (slika 2). S druge strane, sačuvane sumersko-babilonske glinene pločice iz istog tisućljeća sadrže razne zadatke za čije je rješavanje bilo nužno poznavanje Pitagorina poučka u općenitijim slučajevima (za jednako-kračne, ali i opće pravokutne trokute). Znamenita pločica "Plimpton 322" iz oko 1800. g. pr. Kr. pak sadrži tablicu pitagorejskih trojki. Dakle, Pitagorin

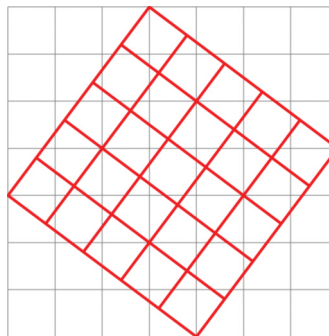
poučak je bio poznat više od 1000 godina prije pitagorejaca, no naravno imena osoba koje su ga uočile nisu poznata [3].



Slika 2. Staroegipatska metoda konstrukcije pravog kuta (slika s interaktivne izložbe u sklopu projekta "Matematika planeta Zemlje", 2013.)

Pitagorin poučak poznavali su i stari Indijci i Kinezi. U indijskim *Sulvasutrama* ("Pravila konopa", tekstovi pisani kao dodatci Vedama vjerojatno oko 800. do 600. g. pr. Kr.) mogu se naći kako primjeri iskaza Pitagorina poučka (npr. "Konop rastegnuto uzduž dijagonale pravokutnika čini istu površinu koju čine horizontalna i vertikalna stranica.") tako i pitagorejskih trojki [3,4].

U starih se Kineza pak Pitagorin poučak susreće pod nazivom "pravilo *gougu*". Zadatci za čije se rješavanje koristi ovaj poučak mogu se naći u najznamenitijem starokineskom matematičkom tekstu poznatom pod nazivom "Devet poglavlja" (nastalo negdje između 200. g. pr. Kr. i 300. g. po. Kr.), no u drugom znamenitom tekstu iz istog doba, "Aritmetički klasici *zhou-gnomona*" (nastalo negdje između 100. g. pr. Kr. i 100. g. po. Kr.) može se naći ilustracija koja doduše prikazuje specijalni slučaj $3 - 4 - 5$, ali se lako može iskoristiti za opći dokaz (slika 3.). Ipak, dokaza da su stari Kinezi prije Pitagore znali dokazati ovaj poučak nema [3, 5].



Slika 3. Ilustracija iz starokineskog teksta "Aritmetički klasici *zhou-gnomona*" koja se može iskoristiti za dokaz Pitagorina poučka

Stoga možemo zaključiti: Pitagorin poučak možda nije prvi dokazao Pitagora, ali ako se ne otkriju – a vjerojatno neće – stariji dokazi, to je svakako po pitanju prvenstva u dokazu pitagorejski poučak (6. st. pr. Kr.), dok je iskaz bio poznat bar jedno 1000 godina ranije u Babilonaca, koji su ga znali koristiti za rješavanje zadataka poput sljedećeg, danas "udžbeničkog", zadatka:

Gredi duljine 0; 30¹ (naslonjenoj na zid ili što slično) vrh je skliznuo za 0; 6. Koliko se pritom udaljio donji kraj od zida?

LITERATURA

- 1/ Eric W. Weisstein: *Pythagorean Theorem*, MathWorld – A Wolfram Web Resource, <http://mathworld.wolfram.com/PythagoreanTheorem.html>
- 2/ MacTutor History of Mathematics Archives: *Pythagoras of Samos*, <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Pythagoras.html>
- 3/ F. M. Brückler (2017.): *Geschichte der Mathematik kompakt: Das Wichtigste aus Arithmetik, Geometrie, Algebra, Zahlentheorie und Logik*, Springer Spektrum.
- 4/ MacTutor History of Mathematics Archives: *Sulba Sutras*, <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Projects/Pearce/Chapters/Ch4.2.html>
- 5/ H. Wußing (2008.): *6000 Jahre Mathematik, Eine kulturgeschichtliche Zeitreise—1. Von den Anfängen bis Leibniz und Newton*, Springer-Verlag, Berlin & Heidelberg.

¹ Zadatak potječe iz pločice BM 85 196, a prijevod je dan prema njemačkom prijevodu u [5]. Brojke 0;30 i 0;6 su naših $1/2$ i $1/10$ zapisane u babilonskom seksagezimalnom sustavu.